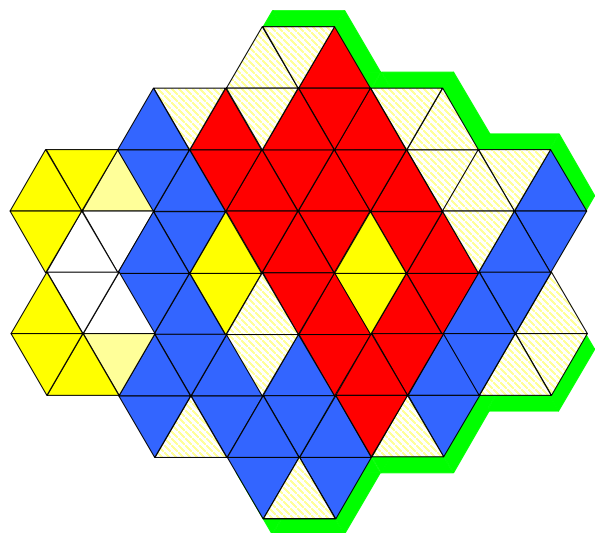
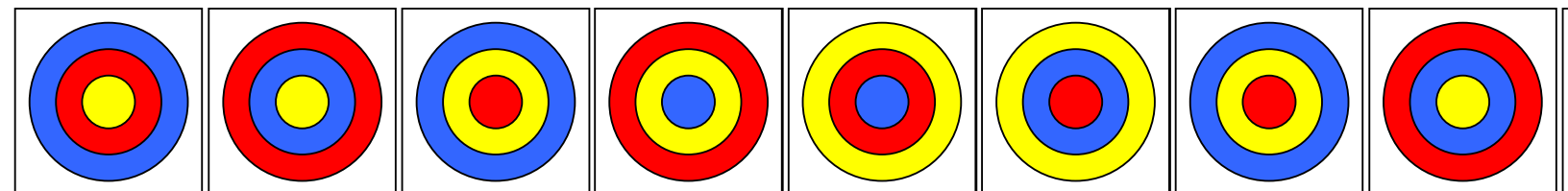
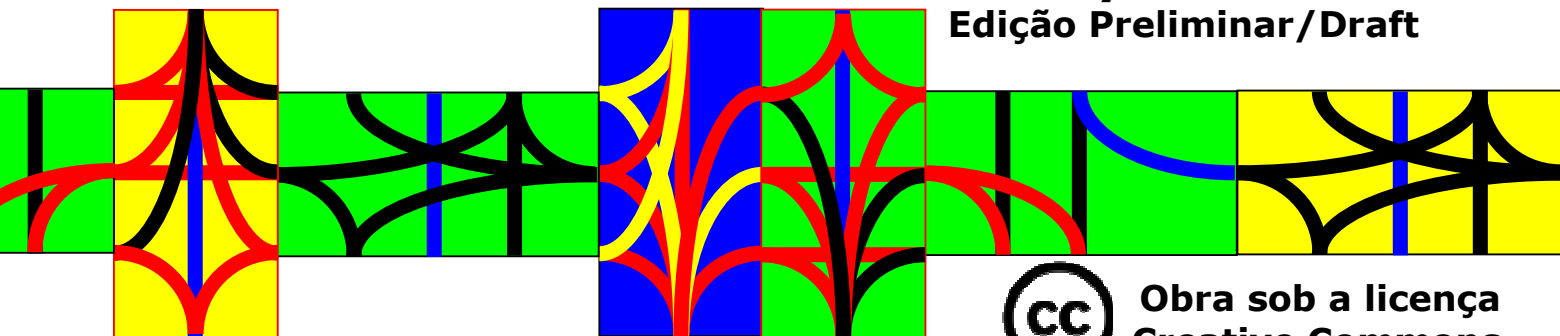
Coleção: Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático

Volume 1 de 4

40 Jogos Para o Pensamento Lógico

Aury de Sá Leite

Edição Preliminar/Draft

Desta Mesma Coleção:

Volume 2: Jogos Para o Pensamento Aritmético;
Volume 3: Jogos Para o Pensamento Geométricos;
Volume 4: Jogos Para o Pensamento Algébrico.

➔ **e-mails para o autor:** livroum.aury@ig.com.br ou aury.leite1@ig.com.br **- Leia mais no ite 0.9. – 'Elaboração do Material'**

Sobre as Licenças Creative Commons

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre.

As **licenças Creative Commons** são várias licenças de copyright , publicadas primeiramente em 16 de dezembro de 2002 pelo Creative Commons, uma organização sem fins lucrativos fundada em 2001. Várias dessas licenças, notadamente todas as licenças originais, garantem certos "direitos básicos", como o direito de distribuir obras com direitos autorais sem modificações, a custo zero. Algumas das licenças mais recentes não garantem tais direitos. As licenças Creative Commons estão disponíveis atualmente em 43 diferentes jurisdições pelo mundo, com mais de dezenove outras sob desenvolvimento. Licenças para jurisdições fora dos Estados Unidos estão sob a tutela da Creative Commons International.

Licenças originais

Todo o conjunto original de licenças garante os "direitos básicos". Os detalhes de cada licença depende da versão, e compreende uma seleção de quatro condições:

- **Atribuição** (BY): Os licenciados têm o direito de copiar, distribuir, exibir e executar a obra e fazer trabalhos derivados dela, conquanto que dêem créditos devidos ao autor ou licenciador, na maneira especificada por estes.
- **Uso Não comercial** (NC): Os licenciados podem copiar, distribuir, exibir e executar a obra e fazer trabalhos derivados dela, desde que sejam para fins não-comerciais.
- **Não a obras derivadas** (ND): Os licenciados podem copiar, distribuir, exibir e executar apenas cópias exatas da obra, não podendo criar derivações da mesma.
- **Compartilhamento pela mesma licença** (SA): Os licenciados devem distribuir obras derivadas somente sob uma licença idêntica à que governa a obra original.

Combinações

Há dezesseis combinações possíveis, das quais onze são licenças válidas do CC e cinco não são. Das cinco inválidas, quatro incluem ao mesmo tempo as cláusulas "nd" e "sa", que são mutuamente exclusivas; e uma não inclui nenhuma das cláusulas. Das onze combinações válidas, as cinco que não têm a cláusula "by" foram removidas, já que 98% dos licenciadores pediam Atribuição. No entanto, elas permanecem no website para referência. Sendo assim, restam seis licenças de uso regular:

1. Somente atribuição (BY)
2. Atribuição + Uso não comercial (BY-NC)
3. Atribuição + Não a obras derivadas (BY-ND)
4. Atribuição + Compartilhamento pela mesma licença (BY-SA)
5. Atribuição + Uso não comercial + Não a obras derivadas (BY-NC-ND)
6. Atribuição + Uso não comercial + Compartilhamento pela mesma licença (BY-NC-SA)

Como exemplo, a licença de Atribuição do Creative Commons (BY) permite compartilhamento e reelaboração (derivativos), mesmo para uso comercial, desde que seja dada a atribuição.

"Poucas pessoas se preocupam em estudar Lógica, porque todos concebem a si mesmos, como já sendo suficientemente versados na arte de raciocinar. Mas eu observo que tal satisfação limita-se a suas próprias raciocinações e não se estende àquelas dos outros seres humanos. A plena posse de nosso poder de fazer inferências é a última das faculdades que adquirimos, pois não se trata de um dom natural, mas de uma longa e difícil arte".

Charles Sanders Peirce
(in) Ilustrações da Lógica da Ciência

PREFÁCIO

Esta coleção, denominada "Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático", é composta por quatro volumes que abrangem quatro das áreas básicas da Matemática Elementar: este primeiro volume, intitulado "40 Jogos Para o Pensamento Lógico"; o segundo, "40 Jogos Para o Pensamento Aritmético"; o terceiro, "40 Jogos Para o Pensamento Geométrico" e, finalmente o quarto destes livros, denominado "40 Jogos Para o Pensamento Algébrico". Todos eles sempre associados à idéia bastante específica dos 'Jogos Para o Pensamento', cujo conceito será amplamente estudado, a seguir, no Capítulo 'Zero', denominado 'Prolegômenos'.

Esta coleção de livros de Matemática denominada *"Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático"* foi planejada para ter quatro volumes que abarcassem aspectos da Lógica, da Aritmética, da Geometria e da Álgebra, na forma de *Jogos Para o Pensamento*.

Denominado "*40 Jogos Para o Pensamento Lógico",* este é o primeiro dos quatro volumes da série. Este volume prima por introduzir idéias práticas e teóricas sobre a criação, a geração e o uso de *Cartões Lógicos* em jogos envolvendo o *Pensamento Lógico-Matemático*.

"Estes livros são livros didáticos?", perguntarão alguns. A resposta é: "Não". "Então seriam livros paradidáticos?" A resposta, também seria: "Não".

São quatro livros de j*ogos bastante originais* que podem ser utilizados com vantagem nas escolas, mas eles não foram escritos para ser tão somente utilizado desta maneira. Eles poderão ser utilizados por todos aqueles que estejam interessados em jogar e aprender a raciocinar logicamente, ampliando este raciocínio para abranger também os conhecimentos e raciocínios matemáticos. Em outras palavras, estes livros podem ser utilizados:

- Pelos pais e seus filhos pequenos − num processo interativo de aprendizagem e de autoconhecimento muito rico para ambos;
- Por grupos de amigos ou colegas − em jogos coletivos que acabarão por provocar tertúlias[1] bastante positivas e disputas intelectuais interessantes;
- Por professores com seus alunos em momentos de aprendizagem prazerosa porque significativa que certamente envolverá desafiadores e instigantes debates intelectuais;
- Por os estudantes das escolas de Ensino Fundamental que funcionam em período de 8 horas de aulas e atividades;
- Por freqüentadores das *Escolas da Família* ou *Escolas Abertas* – escolas que funcionam aos sábados e domingos – reunindo crianças e pais residentes numa dada comunidade;

---

[1] De acordo com o Dicionário Houaiss: do espanhol tertulia significa 'reunião de gente para discutir ou conversar', do italiano trastullo, 'jogo, divertimento, passatempo'.

- Por educadores ou pedagogos durante processos de treinamento, capacitação, atualização ou sensibilização docente;
- Por grupos da *melhor idade* com a finalidade de aumentar a interação social;
- Por indicação de terapeutas, quando for o caso ou quando julgado conveniente por eles, sem maiores intenções do que o de proporcionar momentos de lazer e reflexão, para seus pacientes, sejam crianças, jovens, adultos ou pessoas da terceira idade.

Não há nestes livros somente jogos para grupos de pessoas, mas há também jogos fascinantes para serem jogados individualmente – os denominados *Jogos de Paciência*.

São quatro livros para serem lidos e relidos, pois a cada página, eles apresentam um novo jogo, *com regras que podem ser modificadas ou até mesmo reinventadas pelos leitores* na medida em que forem compreendendo o que seja o processo de *'aprender a aprender'* e o de *'aprender através de Jogos para o Pensamento'*.

Os textos destes livros foram escrito com o propósito de provocar discussões intelectualmente criativas, seja através de *leituras cooperativas* (grupos de crianças e adolescentes ou adultos) interagindo com os mesmos objetivos – ler e interpretar os textos e desenhos –, seja para aprender a jogar, jogar e/ou a modificar e adaptar as regras dos jogos, seja através de *reuniões colaborativas* em que aqueles que sabem, ensinam aos que não sabem (os que sabem ler e interpretar ensinam aqueles que não sabem ler ou não conseguem interpretar as regras dos jogos).

Há que se realçar ainda que, cada um destes livros foi escrito para ser retomado a cada fase da vida, em momentos de lazer, de reflexão, de introspecção, de descoberta ou redescoberta sobre as formas de pensar e raciocinar.

O material concreto fartamente colorido que acompanha cada um dos jogos: cartões, fichas, etiquetas e pequenos tabuleiros, podem ser impressos facilmente a partir dos arquivos contidos nos CD-R que acompanham cada um destes quatro livros, via impressora jato de tinta ou laser colorida, para serem em seguida plastificados e recortados. Isto facilitará a reposição de peças em face de desgaste ou perda.

Deve-se realçar ainda que a maior das qualidades do material concreto encontrado nos quatro volumes é o seu baixo custo quando comparado aos materiais educativos concretos industrializados e aos materiais concretos virtuais (softwares educacionais).

Gostaria de receber críticas, bem como sugestões de novos jogos e de novos materiais, justamente aqueles criados por você.

Um grande abraço,

Aury de Sá Leite
Professor Assistente Doutor
UNESP- Guaratinguetá/SP – de 1988 a 2008
e-mails para o autor aury.leite1@ig.com.br
ou livroum.aury@ig.com.br

SUMÁRIO

0.0. - PROLEGÔMENOS

De acordo com o Dicionário Aurélio, o vocábulo prolegômenos provém do grego 'prolegómena', que significa 'coisas que se dizem antes', utilizado geralmente para se referir: (1) a uma exposição preliminar dos princípios gerais de uma ciência ou arte; (2) a introdução geral de uma obra ou (3) a algum tipo de prefácio longo. No nosso caso, as acepções (1) e (2) são as que mais se aproximam do nosso intento, pois do texto deste "Volume 1: 40 Jogos Para o Pensamento Lógico", da série de quatro volumes dos "Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático", constam as várias idéias teóricas que embasam o conteúdo do mesmo:

- *Sobre o que são os Jogos Para o Pensamento e quais são os seus possíveis tipos (item 0.1.);*
- *A indicação alguns livros bastante interessantes que tratam de assuntos correlatos, com o intuito de se estabelecer parâmetros de comparação com o texto que aqui é apresentado (item 0.2);*
- *Alguns dados sobre a Teoria do Desenvolvimento Humano de Jean Piaget onde se analisam as áreas do conhecimento humano − físico, lógico-matemático e social-arbitrário− e a forma de realizar as Entrevistas Críticas Piagetianas (item 0.3.);*
- *Alguns dados sobre a Teoria da Sócio-Aprendizagem, devida a Vygotsky onde se realça o papel do 'parceiro mais competente' (item 0.4.);*
- *Uma introdução à idéia de 'Orientação não Diretiva' de Carl R. Rogers – um famoso psicólogo humanista (item 0.5.);*
- *Um pequena estudo comparativo entre as Técnicas da Entrevista Piagetiana – a entrevista crítica – e a Metodologia da Pesquisa Científica (item 0.6.);*
- *Sobre o que se pretende com as ideias teóricas – cálculos, adoção de heurísticas e técnicas – envolvidas na criação e na geração dos mais diversos conjuntos de Cartões Lógicos – a 'construção' de micromundos – e as formas de utilizá-los em Jogos Para o Pensamento (item 0.7.).*
- *Uma rápida análise ilustrada por algumas figuras, de cada um dos 40 jogos deste primeiro livro (item 0.8.).*
- *Sobre a elaboração do material: imprimir, plastificar e recortar (item 09).*

0.1.- Os Jogos Para o Pensamento

Como foi dito no Prefácio, este é o primeiro de uma série de quatro livros sobre *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático*. Mas o que seriam estes *Jogos Para o Pensamento?*
A seguir o leitor irá saber o que são estes jogos e mais, saberá ainda que pode haver além dos *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático* – que são o foco desta série de livros – muitos outros tipos destes jogos.

0.1.1.- A Origem do Nome "Jogos Para o Pensamento"

A primeira vez que tomei contacto com o nome *'Jogos Para o Pensamento'* foi no início da década de 80 em um livro traduzido do inglês, de autoria de Hans G. Furth e Harry Wachs, publicado nos Estados Unidos em 1974 pela Oxford University Press, Inc com o ótimo título: *"Thinking Goes to School"* (*"O raciocínio vai à Escola"),* foi publicado em 1979 *no* Brasil rebatizado como: *"Piaget na Prática Escolar"*, pela Editora IBRASA.

> Neste livro, os autores mencionam o seguinte no prefácio: "[...] com o colega Jim Youniss, introduzimos, também pela primeira vez, um *jogo para o pensamento*".
> Ao longo de mais das 200 páginas deste livro, os autores apresentam um total de 175 *'Jogos Para o Pensamento',* que permitiriam ao educador melhor compreender a *Teoria do Desenvolvimento de Jean Piaget*, através da prática, ao aplicá-las em sala de aula, sendo que já na capa do livro podiam ser lidas, entre outras coisas, o seguinte:
> "A Criatividade no Currículo Escolar:
> Como animar o impulso criativo na criança;
> Um currículo inteiro baseado em Piaget;
> 175 jogos ajudam a formar a criança;
> Atividades mentais e físicas;
> A *Escola que dá liberdade com estrutura."*
> Na contracapa, se prometia muito mais*: "Pais, educadores, todos quantos se preocupam com a saúde intelectual da criança, encontrarão nesta obra um auxiliar e guia valioso. O propósito deste livro é mostrar como as crianças podem ser preparadas para desenvolver todo seu potencial como seres humanos que 'pensam' ".*

0.1.2.- Jogos na Vida e na Escola

Durante os anos de 1979 a 1984, quando ministrei Cursos de Capacitação para educadores da Pré-Escola e do Ensino Básico da Rede Municipal de Ensino de São José dos Campos, junto à Secretaria de Educação Municipal, eu indiquei na bibliografia, entre outros, o livro de Hans G. Furth e Harry Wachs. Aqueles que adquiriram o livro, e que tiveram oportunidade de jogar com seus alunos alguns daqueles jogos, puderam trazer, para os nossos encontros semanais, relatos bastante interessantes sobre as resultados conseguidos com seus alunos, não somente em termos de interesse e participação entusiasmadas, mas de aprendizagens verdadeiramente significativas.

0.1.2.1.- Os Muitos tipos de Jogos Para o Pensamento

O livro *"Piaget na Prática Escolar", como já se afirmou,* abrange 175 jogos dos mais variados, *intitulados Jogos Para o Pensamento*. Estes jogos, que são baseados nas na *Teoria do Desenvolvimento de Jean Piaget,* estavam divididos em *oito categorias*:

(i) *Movimentos Gerais Para o Pensamento*;
(ii) *Pensamento Para o Movimento Discriminativo;*
(iii) *Jogos Para o Pensamento Visual;*
(iv) *Jogos Para o Pensamento Auditivo;*
(v) *Jogos Para o Pensamento das Mãos;*

(vi) *Jogos Para o Pensamento Gráfico;*

(vii) *Jogos Para o Pensamento Lógico*

(viii) *Jogos Para o Pensamento Social.*

Aqueles jogos, de grande abrangência, apontariam sempre como local preferencial para a sua prática*, as salas de aulas e os pátios escolares*.
Como o intento dos nossos quatro livros que serão abarcados pelo título de *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático,* é o de apresentar jogos para domínios que vão muito além dos ambientes escolares, exige-se que esclareçamos o seguinte:

> O*s 'nossos' Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático devem ser jogos para quaisquer idades, para a vida toda, e não devem ser vistos apenas como jogos escolares. Mesmo que partindo das escolas, estes jogos devem ser levados para casa pelos estudantes, divulgados e ensinados para os membros do seu grupo parental, bem como para as crianças dos vizinhos, enfim, espalhados pelas comunidades, como centros de interesse, aprendizagem e lazer.*

0.2.- Alguns Livros Correlatos Muito Interessantes

Além do livro de Furth e Wachs, acima mencionado, há outros livros que tratam de assuntos correlatos e até mesmo complementares aos textos dos nossos quatro livros *da série 'Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático'.* Nos itens a seguir o leitor interessado poderá tomar conhecimento destes livros e, em particular, ler um comentário acerca daquilo que mais nos chamou a atenção em cada um deles.

0.2.1.- Cores-Furos: Um livro nascido da experiência

As experiências junto a muitos outros cursos de Capacitação para Docentes da Pré-Escola e do Ensino Básico, ministrados por mim a partir dos anos 80, me permitiram desenvolver um material muito interessante que denominei Cores-Furos, constituído por cartões coloridos e com perfurações simétricas (veja detalhes no JLOGC#07). A partir da experimentação exaustiva com este material junto às escolas da Rede Municipal de São José dos Campos, que escrevi o livro *"Cores Furos – Um material Concreto Piagetiano",* publicado pela Editora Manole em 1988, com uma tiragem de 6000 volumes. Hoje ele só pode ser encontrado através de pesquisas na Internet, e assim mesmo, ofertado por alguns sebos (vide na Internet: www.estantevirtual.com).

O livro *"Cores Furos"* é um livro paradidático dedicado a educadores – pais ou professores – que queriam trabalhar com jogos para o pensamento baseados na *Teoria do Desenvolvimento Humano de Jean Piaget* (Construtivismo) - o texto apresenta uma parte teórica (*Psicologia Cognitivista e Entrevista Piagetiana*) e uma parte prática (*Jogos Para o Pensamento*). Possui um material cartonado encartado na parte interna da contracapa (os cartões lógicos destinados às atividades educacionais previstas no texto e planificações que permitem montar dados hexagonais contendo especificações dos atributos). Os jogos eram apresentados de forma organizada partindo-se daqueles destinados a crianças da Pré-escola até a 5ª série do Ensino Fundamental. A parte externa da contracapa do livro trazia o seguinte texto:

> ***CORES FUROS***
> ***Um original livro de lógica para crianças e adultos, onde aprendemos a entender o pensamento lógico-matemático infantil.***

> ***Como nunca: Jean Piaget, o concreto, a criança e o adulto, em atividades profundamente inteligentes e fascinantes, se encontram neste texto:***
>
> - ***Jean Piaget, suas idéias, as técnicas de trabalho com o concreto.***
> - ***Jogos e atividades envolvendo uma nova dimensão do pensamento lógico-matemático.***
> - ***Inédito material concreto pronto para ser aplicado por educadores em atrativas e envolventes atividades com as crianças.***
>
> ***O editor.***

0.2.2.- Homo Ludens: O Jogo Como Elemento Cultural

O livro escrito em 1944 por J. Huizinga, *"Homo Ludens - A study of the Play-Element in Culture"* da International Library of Sociology, foi editado por John Rex, Holanda. Para nossa sorte há uma tradução bastante boa deste livro para a língua portuguesa: *"Homo Ludens – O Jogo como elemento da Cultura"* da editora Perspectiva, sem a data de publicação.

Este livro é bastante inspirador para todos aqueles que acreditam na possibilidade de se aprender brincando. E é assim que muitos dos conceitos devidos a Huizinga, estão presentes nos nossos livros da série *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático*. Vejamos na tabela a seguir a correspondência entre aqueles conceitos e os conceitos presentes nesta coleção de livros:

	Segundo Huizinga no livro ***"Homo Ludens – O Jogo como elemento da Cultura"***	**Nos Livros da Coleção:** ***Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático***
1.	**"O jogo é voluntário e instintivo. As crianças brincam para aprender sobre o mundo 'adulto', mas continuam a fazê-lo por ser divertido".**	**Aprender a raciocinar logicamente, bem como aprender a utilizar os conceitos da Matemática através de jogos, é dentre as forma de aprendizagem, uma das mais agradáveis.**
2.	**"Jogar é uma função significativa, dotada de sentido".** ***Tomar estas palavras com as seguintes conotações:*** ***significado = valor*** ***sentido = objetivo***	**O *valor* (significado) destes jogos é conferido pelos conceitos teórico-práticos da Lógica, da Matemática e da Pedagogia, neles envolvidos. O *objetivo* (sentido) dos jogos destes livros é o de oferecer às pessoas várias oportunidades de aprendizagem interativa, através de atividades cooperativas e/ou colaborativas.**
3.	**"O jogo lança sobre nós um feitiço: é 'fascinante', 'cativante'. Está cheio das duas qualidades mais nobres que somos capazes de ver nas coisas: o ritmo e a harmonia".**	**Todos os jogos foram desenvolvidos para veicular, de forma lúdica, idéias lógico-matemáticas. A partir disto, além do ritmo e da harmonia, há os conceitos destas duas ciências transmitidos de forma subliminar.**

4.	**"A civilização contemporânea sofre de 'formalização de jogos': quanto mais estruturados, menos jogos são".**	**Os jogos são apresentados com algumas regras básicas, mas o jogador é instado a buscar modifica-las, e mais, a criar suas próprias regras.**
5.	**"O jogo é uma atividade ou ocupação voluntária, exercida dentro de certos e determinados limites de tempo e de espaço, segundo regras livremente consentidas, mas absolutamente obrigatórias; dotado de um fim em si mesmo, acompanhado de um sentimento de tensão e de alegria e de uma consciência de ser diferente da 'vida quotidiana'."**	**Todo o material concreto – composto de cartões, tabuleiros e tabelas –, apresentado nos quatro livros da coleção, podem ser impressos em papel sulfite comum no tamanho A4, plastificados e recortados. De baixo custo, o material permite que pessoas que não possam acessar outras formas mais dispendiosas de aprendizagem – livros ou computadores – sintam de perto a tensão e a alegria de assimilar novas idéias, apenas jogando.**
6.	**"Já há muitos anos que vem crescendo em mim a convicção de que é no jogo e pelo jogo que a civilização surge e se desenvolve".**	**Esta é uma certeza antiga do autor que percebeu que não se pode ensinar Matemática sem associá-la ao *Raciocínio Lógico*, e que se deve ensinar o Lógico, antes do Matemático, pelo menos numa primeira etapa, e de forma lúdica.**

0.2.3.- Inveting Kindergarten: A invenção do Jardim de Infância

O livro *'Inventing Kindergarten'*, de Norman Brosterman, pretende resgatar e divulgar – o que foi conseguido em grande estilo pelo autor – a obra do fundador do Jardim de Infância, Friedrich Froëbel (1782-1852). Este é um dos mais belos livros que li na minha vida de professor. Publicado em 1997 nos Estados Unidos, se encontra hoje fora do prelo ("out of print"), ou seja, está esgotado. Infelizmente, este belíssimo livro nunca foi traduzido para o português, apesar da sua notável importância educacional ou, justamente por isto.

Sobre este livro, há uma curiosidade: mesmo aqueles que nada sabem da língua inglesa, podem admirar as fotografias e figuras, algumas em preto e branco e muitas delas, profusamente coloridas, que fazem parte do livro e documentam a história do Jardim de Infância a partir de seu nascedouro.

Por outro lado, os educadores interessados, mas que não tenham a possibilidade de ter acesso ao livro, podem recorrer ao site: http://www.theiff.org/oexhibits/kindy01.html**,** acessado por mim em 02/04/2010, onde são apresentados os objetos da coleção particular de Norman Brosterman, numa exposição organizada pelo *'The Institute For Figuring – IFF'* cuja curadora é a diretora do instituto, Margaret Wertheim. O site apresenta fotos e detalhes da exposição realizada entre 13 de outubro e 7 de janeiro de 2007. Vale a pena vasculhar as diversas páginas e as mais de 70 fotos e gravuras ali apresentadas. Entre estas fotos há preciosidades que merecem ser admiradas.

0.2.4.- Psico-Aritmética e Psico-Geometria: Dois livros raros

Entre os muitos livros publicados ao longo da vida de Maria Montessori, dois são os meus preferidos: 'Psico-Aritmética', do qual tenho uma edição em italiano, e 'Psico-Geometria', que tenho buscado incessantemente pela Internet, mas inutilmente, em vários vendedores de livros

usados, em praticamente todo o mundo. São livros de inestimável valor educacional que deveriam ser novamente publicados.

Há muitos sites na Internet de fornecedores do material educacional criado por Maria Montessori, somente com um pequeno agravante todos eles se utilizam da língua inglesa. A quantidade e a variedade do material educativo são surpreendentes. Possivelmente, só nestes quatro endereços, a seguir apresentados, podem-se encontrar mais de 20.000 tipos de manipulativos[2] concretos.

- O site do 'ETA/Cuisenaire': www.etacuisenaire.com/, oferece mais de 8.000 manipulativos concretos que podem ser escolhidos em seus catálogos virtuais, disponíveis para consultas interativas;
- O site do 'Nienhuis Montessori': www.nienhuis.com/, tem uma apresentação gráfica e fotográfica primorosa, mas a navegação não é simples;
- O site do 'Bambini Montessori Materials': www.bambini-montessori.com/ , tem a vantagem de trazer as fotos dos materiais acompanhadas da descrição e os objetivos do uso dos materiais;
- O site do 'Bruins Montessori': www.bruinsmontessori.com/ possui fotos muito ilustrativas e que podem ser ampliadas, no entanto, não traz nenhuma informação sobre a forma de utilização dos materiais.

0.2.5.- Números em Cor: Concretizando Operações Aritméticas

As barrinhas numéricas, mais tarde intituladas Barrinhas de Cuisenaire, foram criadas por Georges *Cuisenaire* Hottelet(1891-1980), um professor belga. O trabalho começado por Cuisenaire permaneceu relativamente desconhecido durante mais de vinte anos, até que em 1953, ele encontrou, em uma conferência, o Doutor Caleb Gattegno, matemático e pedagogo da Universidade de Londres, que reconheceu o valor daquele material. Eles fundaram uma empresa que se encarregou de divulgar o material em todo o mundo.

O livro escrito pelos dois é o seguinte: *"Numbers in Colour: A new method of teaching the process of arithmetic to all level of the Primary School",* publicado em 1954, pela Hienemann/London, hoje se encontra esgotado.

Os educadores interessados encontrarão na Internet muitos artigos em português sobre o assunto, bem como nos sites da Amazon: www.amazon.com ou na Alibris: www.alibris.com, livros recentes sobre os "Numbers in color", escritos por Gattegno ou outros autores.

0.2.6. – Construcionismo: Seymour Papert

Jean Piaget, ao utilizar materiais concretos em seus experimentos sobre a aprendizagem, estava tão somente interessado em saber sobre como os seres humanos assimilavam e retinham seus conhecimentos (denominados por ele, processos de *assimilação* e *acomodação* − mediada pela *equilibração*). Por outro lado, Seymour Papert, um pesquisador do MIT – Massachusetts Institute of Technology, propôs que os materiais concretos logicamente estruturados – os micromundos (vide item 0.7.1., a seguir) – fossem utilizados para que, através de manipulação, em jogos livres ou explorações organizadas, pudessem conduzir o aprendiz: *a algum tipo de conhecimento significativo e duradouro, através da descoberta das propriedades lógicas e/ou matemáticas subjacentes aos componentes do material (seus atributos, suas conexões e interdependências), bem*

[2] Os manipulativos podem ser classificados como concretos e virtuais. Os manipulativos virtuais são programas computacionais que geralmente reproduzem os materiais manipulativos concretos, se bem que com algumas perdas.

como permitissem a comprovação destas propriedades e, consequentemente, levassem ao estabelecimento de regras e/ou de estratégias ótimas ou heurísticas específicas que dariam sentido aos jogos ou a novas descobertas neste micromundo.

O LOGO, criado por Papert, é um software educativo programável por crianças, que permite a descoberta de propriedades geométricas notáveis. Este software permite que uma tartaruga virtual caminhe pela tela do computador deixando um rastro – formado por segmentos de reta ou arcos – que de acordo com comprimentos, angulações, rotações, permitem construir figuras geométricas das mais notáveis, sendo possível 'programar a tartaruga' para que ela realize automaticamente uma sequência de movimentos.

A editora Brasiliense publicou em 1985, em português, o livro *"Logo: Computadores e Educação"* de autoria de Papert, traduzido do inglês por José Armando Valente, Beatriz Bitelman e Afira Vianna Ripper, uma referência para todos aqueles que trabalharam e ainda trabalham com a Linguagem de Programação Logo e suas derivadas. Também de Papert, há um livro muito mais abrangente que aborda o uso dos computadores por crianças, intitulado muito apropriadamente, *"A Máquina das Crianças - Repensando a Escola na Era da Informática"*, publicado inicialmente em 1994 pela ArtMed, foi relançado 2008, numa edição revisada para incorporar os progressos da área.

0.2.6.1.- O Construcionismo e os Micromundos

Papert denominou *Construcionismo, ao processo que envolve* a manipulação de objetos de aprendizagem (Learning Objects) em um micromundo, para dali, se poder extrair e assimilar conhecimentos. Para Papert, o Construcionismo – entendido como construção do conhecimento a partir de descobertas pessoais – estaria ligado necessariamente à interação do indivíduo com objetos de aprendizagem, mediada por uma linguagem de programação, como é o caso do Logo, mas este mesmo efeito poderá ser conseguido por materiais concretos logicamente e/ou matematicamente estruturados, mediante explorações livres ou controladas por objetivos, como no caso dos Blocos Lógicos (vide JLOGC#06 neste livro). E é sobre isto que este livro trata: *os micromundos constituídos por materiais concretos.*

O livro"Constructionism – Research Reports and Essays, 1985-1990 by the Epistemology & Learning Research Group" do MIT Media Laboratory, editado por Idit Harel e Seymour Papert em 1991, pela Ablex Publishing Corporation, relata uma série de experiências realizadas pelos cientistas do MIT dentro desta perspectiva teórica – o *Construcionismo* – e sobre o 'pensar sobre o pensamento', focando em particular a aprendizagem com o uso da programação de computadores através do: Logo, Lego/Logo, Artificial Life, Multilogo.

0.3.- O Pensamento Lógico-Matemático

Já vimos o que são os *Jogos para o Pensamento*. Agora iremos responder à questão: o que são o *Pensamento Lógico-Matemático* e, por extensão: *Existe algum tipo de conhecimento que poderia ser intitulado Lógico-Matemático*?

0.3.1.- A Teoria do Desenvolvimento Humano de Jean Piaget

Os primeiros contatos com o mundo – e a conseqüente aprendizagem advinda disto –, se dá segundo Piaget, em função da riqueza de estímulos proporcionados pelo ambiente em que a criança esteja inserida e ainda em função de sua interação com o seu grupo parental: mãe, pai, irmãos, avós, tios, primos etc. A aprendizagem, nesta fase, está associada ao desenvolvimento do sistema nervoso central e ocorre, *acreditava ele*, *dentro de uma mesma seqüência de estágios para todas as crianças do mundo*, seja qual for o aspecto de aprendizagem ou desenvolvimento considerado: motor, habilidades com a fala, sociabilidade, raciocínio lógico-matemático etc. E mais, ele asseverava que mesmo as crianças com necessidades especiais passavam pelos mesmos estágios de desenvolvimento somente que, com um espaço de tempo maior do que para as crianças sem algum

tipo de limitação. Ele citava como exemplo, que as crianças surdas se desenvolviam mais rapidamente que as crianças cegas. A privação da visão é um ônus maior do que a privação da audição/fala quando se trata de superar os estágios do desenvolvimento propostos por Piaget.

A teoria *do desenvolvimento humano* de Jean Piaget (Suíça - 1896/1980), no que tange à aprendizagem, é voltada principalmente para a verificação de *como (e quando)* se estabelece o conhecimento, ela é uma teoria sobre o desenvolvimento cognitivo dos seres humanos. Para os seguidores de Piaget que aplicam a sua teoria na educação, as crianças não devem ser ensinadas, mas serem levadas a aprender partindo da experimentação, passo a passo, sobre o concreto, para em seguida caminhar para as abstrações, é exatamente disto que nos fala Papert na formulação de sua teoria, o *Construcionismo* (item 0.2.6., acima).

Com relação à aprendizagem, Piaget afirmava que a *assimilação* de conhecimentos, e a conseqüente *acomodação* destes à estrutura mental pré-existente, seriam processos internos ao indivíduo que, na maioria das vezes, não são observáveis publicamente. A tensão que venha a existir entre estes dois processos mentais – *assimilação* e *acomodação* – é resolvida pela *equilibração*, o processo que permite o rearranjo dos conhecimentos na mente do indivíduo que aprende.

Sabedor de que sua teoria poderia ser confundida com uma teoria pedagógica, Piaget declarava não ser um educador ou pedagogo, e sim um psicólogo, pois seu interesse maior estava em descobrir como a aprendizagem se dava a partir do uso de alguns tipos particulares de materiais concretos *estruturados logicamente* que lhe permitissem a formulação perguntas envolvendo hipóteses baseadas no desenvolvimento dos 'jogos livres' com estes materiais, levados a efeito por crianças, sendo que ele não estaria interessado em ensinar ou fazer com que elas aprendessem alguma coisa.

0.3.2.- Piaget e as áreas do Conhecimento Humano

Para Jean Piaget a aprendizagem se dá e se prende tão somente a três grandes áreas de conhecimento:

1) ***físico,***
2) ***lógico-matemático***
3) ***social-arbitrário.***

Não pretendemos aqui definir cada uma destas áreas de conhecimento, mas caracterizá-las através de exemplos que envolvem algumas áreas de estudo e algumas das disciplinas e conteúdos escolares relativos a cada uma destas três áreas de conhecimento:

1) *Conhecimentos físicos:* Biologia, Zoologia, Física, Eletricidade, Mecânica, Geografia, Ciências, Ginástica, Educação Física, Musculação, Prática de Esportes, Canto Orfeônico, Dança, Corte e Costura, Digitação ou Manutenção de Computadores entre outros.
2) *Conhecimentos lógico-matemáticos:* Matemática, Lógica, Estatística, Física.
3) *Conhecimentos social-arbitrários:* Língua Pátria, Língua Estrangeira, Filosofia, Religião, História, Culinária, Educação Cívica, Economia Doméstica, Mitologia entre outras.

Muitos testes de verificação da superação de estágios nessas três áreas de conhecimento foram propostos por Jean Piaget e seus seguidores. Esses testes devem ser tomados tão somente como verificações e devem ser levados a termo sob a forma de *entrevista clínica piagetiana,* como a seguir será descrita.

0.3.3.- As Entrevistas Piagetianas

Assim como os psiquiatras e os médicos, os pedagogos e os psicólogos, bem como outros tipos de terapeutas cognitivos, constantemente realizam avaliações altamente especializadas no seu trabalho diário. Do ponto de vista legal, estas avaliações – de acordo com as suas especialidades e inerentes a elas – devem ser realizadas por eles, pois somente por eles, as respostas emitidas ou os resultados conseguidos podem ser interpretados e avaliados. Estes profissionais normalmente realizam avaliações sobre habilidades motoras, entre elas, a avaliação da capacidade de discriminação visual, auditiva, gustativa, olfativa, táctil e sinestésica que podem ser agrupadas sob o nome de *discriminação sensorial*, bem como realizam avaliações de habilidades cognitivas, como a capacidade de formar conceitos, descobrir e aplicar regras, enfim, de resolver problemas.

Normalmente, esses testes são realizados em entrevistas que envolvem o indivíduo e o avaliador, os quais trabalham sobre objetos concretos ou, geralmente, sobre figuras representando estes objetos ou com conjuntos de cartões contendo símbolos abstratos. Modernamente, vêm-se utilizando os computadores para apresentar esses conjuntos de testes. Os testes de discriminação exigem que o indivíduo seja capaz de "descobrir" diferenças, semelhanças, analogias, igualdades ou relacionamentos entre os objetos a ele apresentados, e podem se estender, exigindo que ele, a partir destas "descobertas", organize, associe, sequencie ou classifique estes elementos. Existem muitos tipos de testes padronizados para a realização destas avaliações.

No caso específico da Psicologia Cognitivista seus adeptos – psicólogos, pedagogos ou professores –, lançam mão de entrevistas, diálogos, testes, manipulações sobre materiais concretos, simulações, auto-avaliações etc., para verificar a aprendizagem, mas algumas destas técnicas têm, por questões práticas, seus resultados emitidos de forma quantitativa ao invés de qualitativa. Para a Psicologia Cognitivista, no entanto, os resultados quantitativos inevitáveis, obtidos em alguns destes processos de verificação da aprendizagem, devem ser considerados um mero componente de um processo maior de verificação do conhecimento, que deve envolver outras formas de sondagem e avaliação do conhecimento. O ideal neste caso está voltado para as avaliações qualitativas do conhecimento.

0.4.- A Teoria da Sócio-Aprendizagem de Vygotsky

O nome de Vygotsky (Lev Semynovich Vygotsky - Rússia, 1896/1934) está ligado ao conceito de sócio-aprendizagem e à necessidade fundamental de contextualização sócio-histórica daquilo que se oferece à aprendizagem. O primeiro conceito, a sócio-aprendizagem, se refere a um processo de aprendizagem em que o indivíduo é considerado capaz de organizar o seu próprio conhecimento, mas deve ser auxiliado por um parceiro mais competente. Com relação ao segundo conceito, a sócio-historicidade, Vygotsky afirma que a educação deve levar em conta o contexto social do indivíduo e, através de uma linguagem "científica" ou "culta", integrá-lo o mais rapidamente ao processo histórico em desenvolvimento naquela sociedade.

A seguir é feito um sumário das principais idéias das teorias de Vygotsky [Vygotsky 1978] sobre a aprendizagem e o desenvolvimento mental. As idéias são as seguintes:

1) Os seres humanos são capazes de organizar seu próprio conhecimento;
2) O conhecimento não é apenas construído, mas é também co-construído, isto é, a aprendizagem pode envolver e envolve, de forma bastante natural, outros seres humanos (é denominada: *sócio-aprendizagem)*;
3) O processo de aquisição de conhecimento quando *intermediado* por outros seres humanos, *os parceiros mais competentes*, se torna mais efetivo e rápido;
4) O "*aprender a aprender"* pode acelerar o desenvolvimento mental, isto é, é importantíssimo e necessário que os seres humanos sejam instruídos e assistidos no uso

de estratégias e de formas de aquisição de conhecimento que permitam estimular suas capacidades mentais;

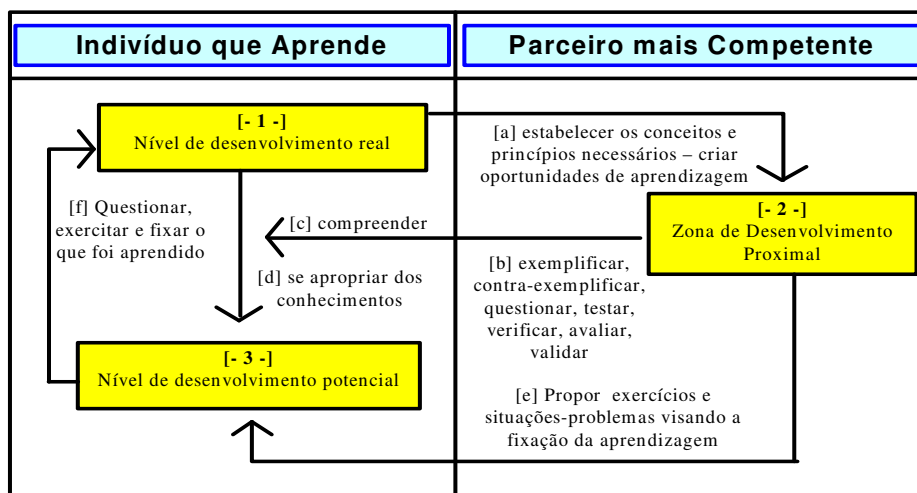
5) A aprendizagem deve guiar o desenvolvimento mental, isto é, a aprendizagem é que deve influenciar o desenvolvimento mental e não o contrário;
6) A linguagem desempenha o principal papel no desenvolvimento mental.
7) A aprendizagem, (bem como o conseqüente desenvolvimento mental advindo daí) não pode ser separada do contexto social, isto é, a aprendizagem tem que estar ligada a parâmetros da sociedade à qual o indivíduo pertença;
8) O momento histórico é que guia o social que, por sua vez, guia o desenvolvimento mental, isto é o que se denomina atualmente *aprendizagem inserida no contexto sócio-histórico.*

0.4.1.- Ações do Parceiro Mais Competente

Para Vygotsky, o nível de conhecimento ou de aprendizagem que o ser humano é capaz de exibir sem o auxílio de outro ser humano é denominado *nível de desenvolvimento real* (ou *nível de desempenho independente).* Neste nível o conhecimento do indivíduo existe de forma consolidada. O nível de conhecimento ou aprendizagem que o ser humano ainda não domina, mas que tem potencialidade de realizar auxiliado por alguém, é denominado *nível de desenvolvimento potencial (ou nível de desempenho assistido).* Na teoria de Vygotsky o mediador deste processo de crescimento cognitivo é denominado *parceiro mais competente.*

Um *parceiro mais competente* é, portanto, aquele que é capaz de *auxiliar* um aprendiz a realizar a passagem de um determinado nível de conhecimento menos amplo para um nível de conhecimento mais amplo. Mas deve-se levar em conta que *o papel deste parceiro* deve ser sempre o mais sutil possível, não intervencionista, sendo que sua ação deva apenas ser sentida pelo aprendiz quando absolutamente necessária ou quando solicitada. O parceiro mais competente deve agir sempre de maneira comedida, sensível e limitada, com o intuito de propiciar ao aprendiz, e somente a este, a possibilidade do raciocínio ou a iniciativa intelectual que o leve daquele primeiro nível para o seguinte.

A zona de desenvolvimento proximal é a distância entre o *desenvolvimento real* e *o potencial*, ela deve conter aquilo que precisa ser dominado pelo aprendiz, segundo *o parceiro mais competente*, para que ele passe de um *nível de desenvolvimento real* para o *nível de desenvolvimento potencial*. Cabe ao *parceiro mais competente* questionar, exemplificar, contra-exemplificar ou propor exercícios visando a transmissão, a aprendizagem e a fixação do conhecimento. A aprendizagem e fixação dos conhecimentos previstos na *zona de desenvolvimento proximal* é que permitirá o salto qualitativo em termos de conhecimento, isto é, a passagem do *nível de desenvolvimento potencial* para o *nível de desenvolvimento real*. É através da fixação que o *nível de desempenho assistido* passa a ser um nível *de desempenho independente,* e todo o processo pode ser reiniciado.

Na figura apresentada a seguir, para melhor entender: (i) a seqüência das ações do *parceiro mais competente* e as do *aprendiz*, para os níveis/zona de desenvolvimento: basta seguir a numeração e (ii) seguir a sequência alfabética: a, b, e: para entender as ações do parceiro mais competente; (iii) e a sequência, c, d, f: para as ações do aprendiz.

0.4.2.- Linguagem, Metalinguagem e Fala Interior (Inner Speech)

A linguagem é um meio mais ou menos convencional de comunicação de ideias ou sentimentos entre indivíduos através de signos, sons, gráficos, gestos etc., ou seja, algo que possa ser percebido pelos diversos órgãos dos sentidos. As linguagens de modo geral podem ser visual, auditiva, tátil, gráfica ,etc.

Já a metalinguagem é um tipo de linguagem que, podendo ser natural ou artificial, se presta à descrição *uma outra linguagem ou de qualquer sistema de significação, natural ou artificial.*

Línguas naturais distintas podem ser utilizadas uma como sendo a metalinguagem da outra, como no caso de um Dicionário Escolar português/Inglês – Inglês/português, havendo ainda o caso em que uma língua natural pode ser usada como sua própria metalinguagem, como no caso de uma Gramática da Língua Portuguesa escrita em português.

A Psicologia Cognitivista, pelas suas próprias características, reconhece a existência de uma *linguagem interna ao indivíduo* e adotou o termo "discurso interior" ou "linguagem interior" (em inglês: "inner speech") para caracterizar a conversa silenciosa que cada indivíduo mantém consigo mesmo, considerando este fenômeno como importantíssimo quando se discute a relação entre o pensamento e a linguagem falada.

Para Vygotsky a linguagem pensada só pode existir a partir da linguagem falada, por isto a importância dos *Jogos Para o Pensamento*, onde a linguagem interior determina ou dirige as ações a cada etapa destes jogos.

0.5.- A Orientação Não-Diretiva de Carl Rogers

Carl Ransom Rogers (1902-1987), psicólogo norte americano, é tido como um dos fundadores da Psicologia Humanista. Ele se tornou muito famoso por desenvolver um método psicoterapêutico que recebeu o nome de *Terapia Centrada no Cliente*, mas também bastante divulgada com o nome mais abrangente de: *Abordagem Centrada na Pessoa*.

O conceito de *Abordagem Centrada na Pessoa* passou a influenciar diversos campos do trabalho interpessoal e não somente pela Psicologia Clínica e na Psicoterapia, mas também, o Aconselhamento Psicológico, o Aconselhamento Pastoral, a Educação e Pedagogia, a Psicopedagogia, a Orientação Educacional.

Abordagem Centrada na Pessoa ao ser assimilada pela Pedagogia, passou a ser denominada por professores como sendo: *Pedagogia Centrada no Aluno,* e no caso dos orientadores educacionais e orientadores profissionais: *Método da Orientação Não-Diretiva.*

A *Orientação Não-diretiva* e a *Abordagem Centrada na Pessoa* é fortemente indicada para o trabalho colaborativo e/ou cooperativo desenvolvido através de Grupos de Encontro, Grupos de Trabalho, Gestão Humanista de Empresas, Gestão Humanista de Recursos Humanos, de Mediação de Conflitos Sociais, Políticos ou Raciais, dentre outros.

Carl Rogers publicou vários livros que marcaram época, sendo que, em particular, os livros "Tornar-se Pessoa" – um livro de divulgação de suas idéias para leigos –, "Um Jeito de Ser" – que é praticamente uma autobiografia – e "Terapia Centrada no Cliente" – um livro para especialistas, foram os mais divulgados.

Em 1987 Rogers foi indicado para o Prêmio Nobel da Paz.

0.5.1.- Os Jogos Centrados nas Pessoas

De Carl Rogers, gosto muitíssimo de uma idéia muito particular, extraída de um de seus livros,:

> *"A questão é saber se podemos permitir que o conhecimento se organize no e pelo indivíduo, em vez de ser organizado para o indivíduo".*

A resposta que eu tenho para esta questão é: *"devemos permitir que o conhecimento se organize no e pelo indivíduo a partir de algum tipo de orientação não- diretiva".*

Esta minha concepção – que na verdade eu devo a Rogers – é representada de maneira enfática pela forma que os livros desta coleção – Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático – foram pensados para que através de jogos, cujas regras que devem ser tomadas como meras sugestões, podem ser adaptadas, modificadas ou até mesmo recriadas pelos leitores/jogadores. Eles são Jogos Centrados nas Pessoas.

0.6.- Piaget, Vygotsky, Wadswort, Papert e a Pesquisa Científica

Uma das questões centrais da Teoria de Jean Piaget é que os *testes tradicionais (como os testes de verificação do QI)*, por estarem interessados, tão somente, nas respostas corretas, não proporcionam o tipo de exploração que os testes piagetianos permitem. O que deve ser ressaltado é que esses testes piagetianos, devem ser aplicados segundo as idéias de uma *entrevista clínica piagetiana* - onde e quando o "examinador" ou aplicador deverá estar preocupado tanto com as respostas corretas quanto com as *respostas não pertinentes* e utilizar a contra-sugestão como elemento fundamental para a confirmação do raciocínio da criança.

"A entrevista clínica que tínhamos primitivamente pedido emprestada aos psiquiatras", conforme o relato do próprio Piaget, foi substituída mais tarde pelo que ele denominou *"entrevista crítica"* que acrescentava à elaboração de hipóteses lógicas e de conversação pura e simples, a utilização de *materiais concretos* (*objetos e artefatos logicamente estruturados*) que, deveriam ser manipulados pelos indivíduos durante as entrevistas.

Uma excelente forma de se avaliar qualitativamente a aprendizagem, ou ainda, o conhecimento adquirido num dado processo de aprendizagem, é um tipo de entrevista denominada por Piaget: "entrevista crítica". A *entrevista crítica piagetiana* se caracteriza por estabelecer que o avaliador deverá estar preocupado tanto com as respostas corretas ou "pertinentes", quanto com as respostas *não esperadas* ou "não-pertinentes", e deve utilizar a contra-sugestão como elemento fundamental para a confirmação do raciocínio daquele que aprende a partir dos materiais concretos

estruturados logicamente. Segundo Wadsworth[3], uma *Entrevista Crítica Piagetiana* tem por objetivo verificar se o indivíduo:

1) É capaz de fazer um julgamento 'correto';
2) É capaz de justificar logicamente aquele julgamento;
3) Consegue resistir com sucesso à contra-sugestão verbal do entrevistador;
4) Consegue ter um bom desempenho em uma tarefa comportamental relacionada.

Observar que: se o entrevistador não for suficientemente habilidoso ou extremamente cuidadoso ao aplicar os critérios aqui sugeridos, é bem possível que as crianças acabem por emitir respostas completamente destituídas de significado, ou mesmo de compreensão, para elas.

É interessante registrar que este tipo de entrevista, a *Entrevista Crítica Piagetiana*, guarda certa proximidade com a Metodologia da Pesquisa Científica. A Lógica das Comprovações Científica, mais conhecida como Metodologia Científica, compreende passos ou etapas sucessivas que visam descobrir e validar relações entre fenômenos de certo ramo científico ou descobrir aspectos ainda não revelados destes fenômenos.

O método das ciências basicamente visa:

(1º passo) Formular questões ou propor problemas.
(2º passo) Realizar observações.
(3º passo) Registrar os dados e/ou catalogar e organizar os fatos ou ocorrências observados (Estatística Descritiva que pode envolver pesquisa quantitativa – dados numéricos –, e/ou qualitativa – fatos ou ocorrências).
(4º passo) Analisar os dados coletados tendo como base as especificidades do espaço amostral e/ou classificar e analisar os fatos ou ocorrências à luz do contexto social, histórico e/ou político, entre outros, intervenientes naquele momento (Inferência Estatística).
(5º passo) Responder às questões formuladas ou encontrar soluções para os problemas ou, pelo menos, encaminhar sugestões que possam resolver minimamente ou temporariamente os problemas propostos, caso nada disto ocorra ou não seja satisfatório o que se obteve, sugere-se ir para o 6º passo;
(6º passo) Refazer um ou todos os passos anteriores, do 1º até o 4º, de acordo com a necessidade: o primeiro passo (reformulando as questões ou os dados dos problemas), o 2º, o 3º e o 4º passos (observando com mais cuidado, coletando, classificando e analisando mais dados e/ou os fatos e/ou ocorrências observando tudo de forma mais acurada).

0.7.- O que se pretende com este livro

Enquanto o livro de Furth e Wachs está ligado a idéias abrangentes, porém básicas, de uma *"Educação Piagetiana", ou mais exatamente, levar até a escola, e aplicar "pedagogicamente", algumas das concepções de Piaget,* o nosso texto estará ligado a um tipo de pensamento que irá permitir ao indivíduo testar, experienciar e internalizar *Conhecimentos Lógico-Matemáticos*, através de construções concretas e sensibilizadoras que envolverão uma nova forma de se *pensar sobre o pensamento*: o pensar sobre o Pensamento Lógico-Matemático.

---

[3] Wadswordth, Barry J. ***Piaget para o Professor da Pré-Escola e 1º Grau***. São Paulo: Pioneira, 1984.

0.7.1.- Os Micromundos e os Micromundos Educativos

No Capítulo 3 do livro de Saymour Papert "Conected Family" – Logstreet Press, 1996 – na página 59, nós encontramos abaixo do título "Two Kinds of Learning", o seguinte sobre o que ele denomina micromundo: *"A imagem que se pode fazer de um micromundo é a de um "mundo" limitado o bastante para ser completamente explorado e completamente compreendido. É o tipo de local apropriado para aprender a usar conhecimentos que exijam um profundo domínio".*

Já do nosso ponto de vista, entendemos como sendo *'micromundo educativo'* certos tipos de materiais manipulativos, *concretos* ou *virtuais* (computacionais), logicamente estruturados, constituídos por *objetos de aprendizagem* ('learning objects'). O conjunto destes objetos, normalmente se apresenta com atributos (qualidades lógicas) perceptíveis – que permitem discriminar, selecionar, agrupar e classificar estes diversos objetos.

Assim, pode-se entender que os micromundos, de modo geral, devam ser ambientes interativos, concretos ou virtuais, que devem encorajar os estudantes a aprender através do estabelecimento de hipóteses – que possam ser testadas e comprovadas –, que permitam o estabelecimento de ações e estratégias que levem à elaboração de regras de ação.

A manipulação dos objetos concretos ou virtuais pertencentes ao micromundo deve permitir, entre outras coisas:

(i) A realização de agrupamentos, a partir da escolha de rótulos – generalização – (formação de conceitos);

(ii) A escolha de vários tipos de rótulos que permitirão reagrupamentos distintos para um mesmo conjunto de objetos;

(iii) A descoberta de propriedades estruturais que permitam relacionar, diferenciar, sequenciar, hierarquizar ou integrar rótulos, bem como os próprios objetos;

(iv) A descoberta de regras que possibilite 'jogar' com o material;

(v) A descoberta de estratégias ou heurísticas que permitem ao usuário "sobreviver naquele 'mundo' e chegar à vitória";

(vi) O estabelecimento de regras que permitem ao usuário criar os seus próprios jogos;

(vii) A descoberta das limitações ou restrições das possibilidades daquele mundo;

(viii) A busca de alternativas intelectuais ou técnicas que possibilitariam a ampliação daquele micromundo visando modificar ou ampliar sua estrutura e/ou suas característica lógicas. Normalmente, devido às suas qualidades intrínsecas, um 'micromundo educativo' pode ser enquadrado também entre os denominados 'jogos para o pensamento'.

0.7.1.1.- Micromundos Completos, Fechados, Estáveis

Um micromundo pode ter algumas propriedades notáveis: completude, fechamento operacional, estabilidade lingüística, estabilidade gráfica (ou imagética) e estabilidade genética. Examinemos estas idéias:

- ***Micromundo Completo:*** a *completude* diz respeito à impossibilidade de que haja outros elementos naquele micromundo além daqueles já existentes, ou seja, *o micromundo contém*

todos os elementos distintos possíveis de serem obtidos com aquela 'quantidade' de atributos e nenhum mais poderá ser acrescentado sob pena de ser este uma repetição exata de um dos elementos já pré-existentes. Assim, como há micromundos completos, pode haver micromundos incompletos, aqueles em que novos elementos distintos dos preexistentes possam ser criados.

- ***Micromundo Fechado:*** *o conceito de fechamento de um micromundo está fortemente associado ao conceito de completude deste micromundo.* Se *todas as possibilidades de geração de seus elementos, de acordo com os atributos, foram esgotadas uma a uma (completude), isto garante que todas as transformações de um elemento para outro pela supressão ou acréscimo de atributos, se façam sem a possibilidade de extravasamento para além dos elementos do micromundo*. Isto quer dizer que: o resultado daquela operação é encontrada entre os próprios elementos daquele conjunto.

> O fechamento é uma propriedade 'operacional' que diz respeito a qualquer operação que exija a passagem de um elemento do micromundo para outro mediante modificações específicas (algum tipo de *'mutação genética'* dentro dos limites de possibilidades do micromundo). Cabe esclarecer *que há casos em que micromundos não completos podem ser fechados com relação a algumas operações e não com relação a outras* – vide JLOGC#28 e JLOGC#29.

- ***Micromundos Estáveis:***
  - ***Micromundo Linguisticamente Estável:*** (regularidade lingüística) este é o caso em que os seus elementos – completamente distintos entre si –, se apresentam com uma estrutura lógica uniforme, tal que os conceitos presentes neles podem ser reconhecidos por rótulos linguísticos simples e estáveis – ou seja, rótulos linguísticos padronizados e inteligíveis. Como exemplo deste tipo de micromundo vide o JLOGC#01

> *Um micromundo é linguisticamente instável quando há a necessidade de uma metalinguagem para fazer referência às suas propriedades ou atributos*. Um exemplo deste tipo de fenômeno pode ser visto com relação aos elementos (cartões) do JLOGC#40.

  - ***Micromundo Graficamente Estável:*** esta é uma propriedade especificamente observável no caso dos cartões lógicos em que *o grafismo apresentado em cada um destes cartões é exatamente o mesmos*, ou seja, a quantidade e a disposição dos elementos gráficos se mantém constante de um elemento para outro, sendo que as alterações se dão em termos de cor, por exemplo.

> Encontramos muitos exemplos de cartões lógicos graficamente estáveis e graficamente instáveis neste livro. Escolhendo apenas os 10 primeiros de nossos jogos lógicos podemos citar como *micromundo graficamente estáveis*: JLOGC#02, JLOGC#03, JLOGC#04 e JLOGC#05, JLOGC#09 e JLOGC#10. Os exemplos de

> <u>*micromundos graficamente instáveis*</u>, dentre aqueles mesmos 10 jogos lógicos são os seguintes: JLOGC#01, JLOGC#06, JLOGC#07, JLOGC#08.

- ***Micromundo Geneticamente Estável:*** sabe-se que a genética é o ramo da biologia que estuda as leis da transmissão dos caracteres hereditários nos indivíduos, e das propriedades das partículas que asseguram essa transmissão. No caso dos cartões lógicos isto pode ser observado em termos da transmissão dos atributos (acréscimo ou supressão de caracteres físicos ou gráficos) de um cartão para outro, sendo que este tipo de transmissão será garantido pela propriedade da completude do micromundo.

> Este tipo de transmissão de caracteres permite a observação da quantidade ou da qualidade de mutações de um cartão para outro, permitindo-nos jogar o Dominó das Diferenças de forma 'fechada'. Estude o Dominó das Diferenças JLOGC#01.

0.8.- Sobre os Jogos Deste Livros

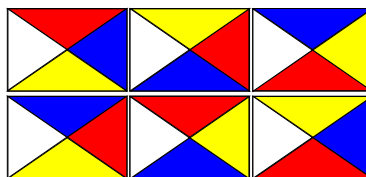
A seguir iremos apresentar algumas das principais características dos 40 jogos que figuram neste livro.

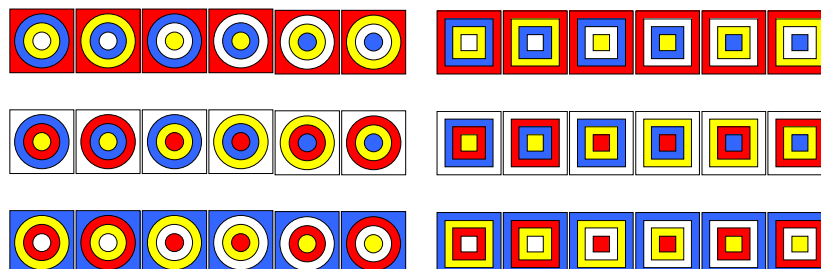
JLOGC#01 - Jogos com Cartões Lógicos Cores-Formas

Os Cartões Lógicos Cores-Forma são numa espécie de base para uma série de Jogos Para o Pensamento Lógico. Com eles iremos introduzir as regras para as várias formas de jogar utilizando os cartões lógicos. Os cartões aqui apresentados possuem atributos (qualidades) que são facilmente reconhecidos por crianças bem pequenas: as cores utilizadas são o amarelo, o azul e o vermelho, e as formas que receberão estas cores, também bastante simples, sõa: estrela, lua, sol e raio. Os cartões Lógicos Cores-Formas são bastante próximos daqueles criados, e amplamente estudados e testados, no livro "Cores-Furos – Um Material Concreto Piagetiano" [Sá Leite 1988, Editora Manole], cuja base são os Blocos Lógicos de 'Dienes', blocos estes que serão estudados mais adiante no JLOGC#6.

JLOGC#02 - Dominós Quadrados 4-Cores e 5-Cores

Ao contrário dos dominós tradicionais em que o casamento entre as peças somente pode ocorrer, no máximo de duas maneiras, os dominós quadrados permitem quatro possibilidades de casamento com outros dominós deste mesmo tipo. Jogar dominó utilizando-se das seis peças do Dominó Quadrado com Quatro Cores é algo trivial, pois cada uma das peças contém todas as quatro cores, o que torna sempre possível os casamentos entre as peças. É preciso que criemos mais algumas peças neste dominó para que, ao jogarmos com elas, os desafios se tornem mais interessantes. Com o simples acréscimo de mais uma cor neste conjunto de 4 cores, passa-se a ter cinco cores a serem combinadas 4 a 4, o que permitirá ampliar este conjunto de 6 para 30 dominós distintos entre si.

JLOGC#03 - Dominós Retangulares 4-Cores

Vamos transferir o que aprendemos até agora para um novo desafio. O que acontecerá se ao invés dos cartões quadrados com 4,5 cm por 4,5 cm, adotados no JLOGC#02, nós os transformarmos em cartões retangulares cujas medidas serão 4,5 cm por 6,5 cm, mantendo as 4 cores originais ?

JLOGC#04 - Dominós Quadrados com Figuras Concêntricas

Os conjuntos de cartões deste JLOGC#04 difere daqueles apresentados nos JLOGC#01, JLOGC#02 e JLOGC#03, que possibilitavam o jogo tradicional de dominós, aquele em que se buscam casamentos de padrões idênticos. Aqui, as características dos cartões, adicionarão alguns

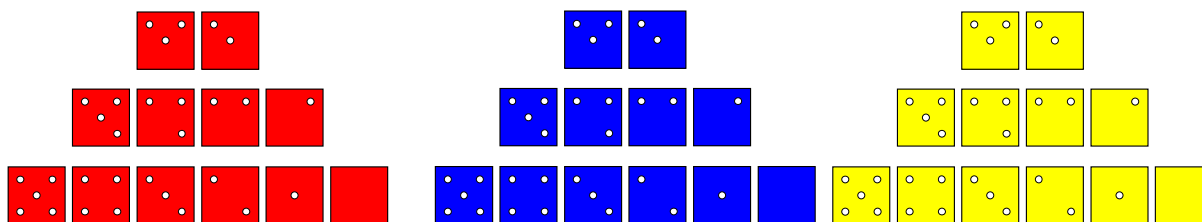
tipos de dificuldades que tornam o jogo de dominós, muito mais interessante, por que mais exigente quanto ao casamento de padrões.

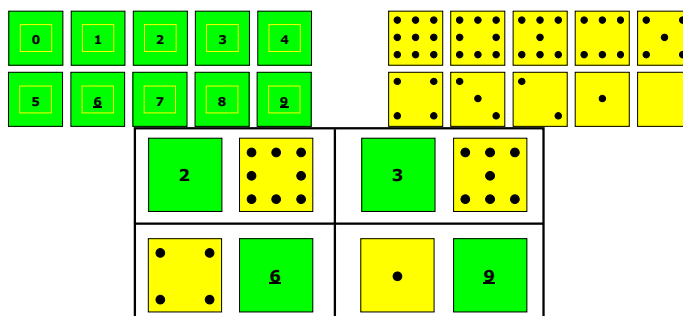
JLOGC#05 - Dominós Quadrados 7-Cores

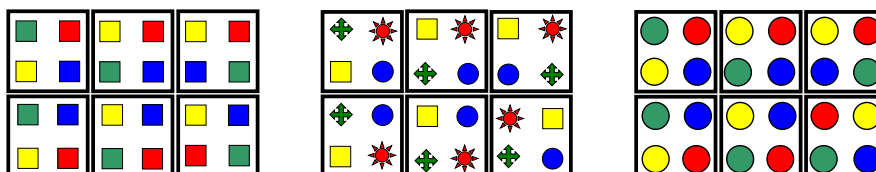
Os Cartões Lógicos 7-Cores serão gerados a partir dos Cartões Lógicos denominados Dominós Quadrados 5-Cores, apresentados no JLOGC#02, pelo acréscimo de três figuras centradas nos mesmos (círculo, quadrado, hexágono) em duas novas cores laranja ou lilás (ou roxo). Com isto aqueles 30 dominós, passarão agora a ser 180 dominós, distintos entre si. Uma nova forma de jogar – híbrida – será possível com estes novos cartões, em que além do casamento de padrões, será exigido ainda o casamento de figuras ou cores distintas, ou seja, com estes cartões jogaremos o Jogo das Diferenças entre figuras e cores centradas nos cartões 5-Cores e iremos, como anteriormente fazíamos no JLOGC#02, casar os padrões dos cartões que servem de suporte a estas novas figuras e cores.

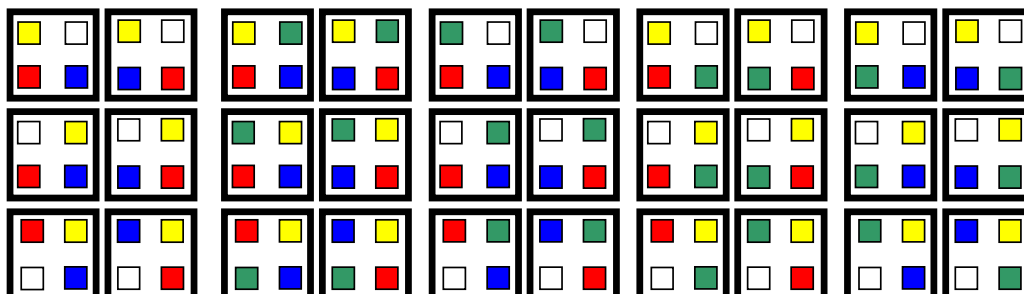
JLOGC#06 - Blocos Lógicos ou Blocos Atributos

Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos é um notável conjunto de manipulativos concretos. Anteriormente utilizados por Vygotsky e por Hull em experimentos sobre a aquisição de conceitos, com Dienes, passa a ser utilizado como suporte para jogos Lógico-Matemáticos muito próximos daqueles apresentados em JLOGC#01. Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos são apresentados ao leitor sob a forma de cartões lógicos – denominados Cartões Blocos-Símbolos – e também sob a forma de Planiblocos. No entanto, caberá aos leitores interessados buscar nas diversas obras apresentadas no item 6.2.1. deste texto, as formas de uso deste material, bem como as regras para mais de uma centena de jogos lógicos possíveis com os Blocos Atributos.

JLOGC#07 - Cartões Lógicos Cores-Furos e Cores-Minicírculos

Aqui serão apresentados os Cartões Cores-Furos. Baseadas nas concepções de Jean Piaget quanto à utilização de materiais concretos, durante as *Entrevistas Críticas*, este micromundo é bastante diferente dos Cartões apresentados nos Jogos Lógicos de #01 até #05, bem como dos Blocos Lógico (JLOGC#06), pois se apresentam com dois novos tipos de atributos, bem mais complexos que aqueles estudados anteriormente, como cores, formas, espessuras e tamanhos, ou seja, os novos atributos são os seguintes: a quantidade e a posição dos furos dispostos sobre o suporte físico quadrado, e o fundo cujas cores podem variar de um conjunto para outro.

JLOGC#08 - O Jogo da Memória - Complemento de Uma Idéia

O jogo da memória é um jogo bastante conhecido. Aqui ele será apresentado numa versão diferente da usual. Ele será visto como o *Jogo do Complemento de uma Idéia*, em que os de cartões não serão buscados pela identidade, sendo que os pares de cartões deverão ser formados pela complementaridade das idéias neles contidas. Veja acima alguns exemplos de pares a serem formados no jogo *Complemento de 10.*

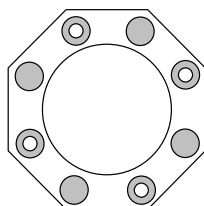
JLOGC#09 - Dominós Quadrados 4-Formas Coloridas

O dominó comum é constituído por 28 pedras retangulares, cada uma delas com duas possibilidades de casamento de padrões, desde que estes padrões sejam idênticos. Retomam-se aqui as ideais de alguns dos JLOGC anteriores em que se utilizavam os dominós quadrados ou retangulares com 4 ou 5 cores, com a finalidade de ampliá-las: estes novos dominós também apresentam quatro possibilidades de casamento ao se juntarem cada um de seus quatro lados, isto é, os quadraminós podem ser casados por um dos lados com outro quadraminó mediante a coincidência de dois dos quatro elementos que neles figuram. O nosso estudo se estenderá dos Dominós 4-Quadrados Coloridos, passando pelos Dominós 4-Figuras Coloridas, para abranger os Dominós 4-Círculos Coloridos e outros mais, envolvendo os hexágonos e o octógonos regulares, também coloridos, a serem estudados nos próximos JLOGC.

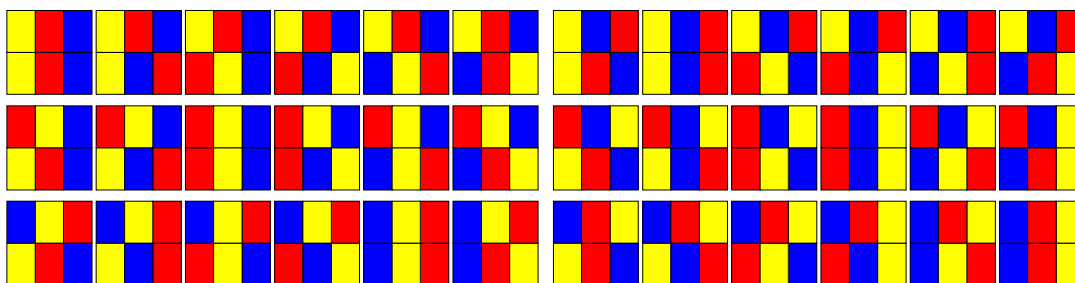
JLOGC#10 - Dominós Quadrados com 4-Formas e 5-Cores

O leitor que acompanhou a geração das peças do Dominó Quadrado com 4-Formas Coloridas no JLOGC#09 vai tomar contacto agora com a estratégia teórico-prática que possibilitará a geração de um dominó, ainda quadrado, onde iremos utilizar cinco cores tomadas quatro a quatro.

Quem aprendeu Análise Combinatória no Ensino Médio irá ficar espantado com a relativa dificuldade deste problema que parece tão simples, mas não é.

JLOGC#11 - Dominós Pentagonais 5-Cores

Tão Natural como o cálculo da quantidade de Dominós 4-Formas Coloridas (JLOGC#09) e dos Dominós Quadrados com 4-Formas e 5-Cores (JLOGC#10) – que têm respectivamente 6 e 30 dominós – é o cálculo da quantidade deste Dominó Pentagonal 5-Cores. Temos aqui uma Permutação Circular de 5 elementos, cujo resultado é 4!, ou seja, 4x3x2x1 = 24 dominós.

JLOGC#12 - O Dominó Octogonal com 4 Cores Intercaladas

Para criar os Cartões Octogonais com 4 Cores são combinadas as estratégias de criação de cartões dos JLOGC#09 e JLOGC#10. Vale a pena procurar entender o processo de criação destes cartões, em que dois tipos de figuras (círculo e coroas circulares) são intercaladas para possibilitar a criação de um micromundo com 36 cartões e não como os 5040 cartões que seriam produzido por uma Permutação Circular com 8 elementos.

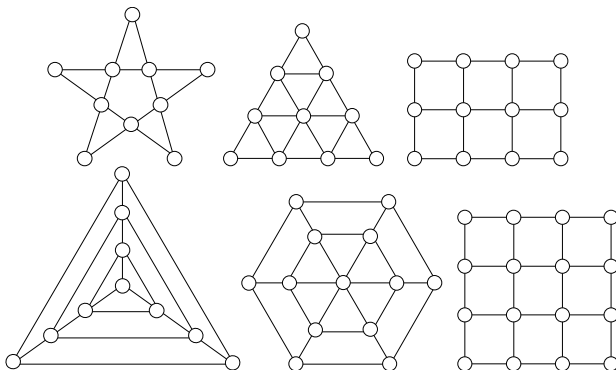
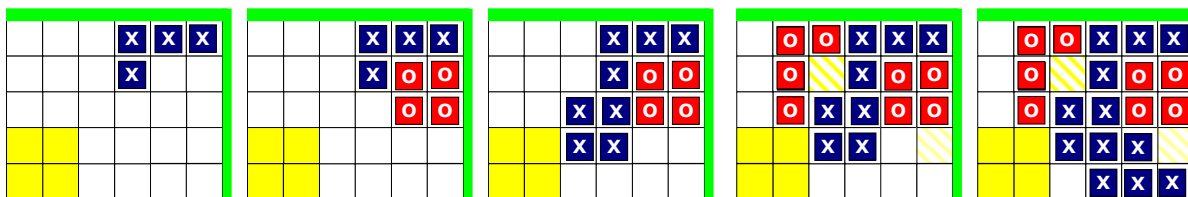
JLOGC#13 - Jogo dos Dominós 2 X 3

Os cartões deste jogo – o Jogo dos Dominós 2 × 3 – são cartões quadrados que permitirão, dependendo da escolha do lado, o casamento de dois ou de três cores idênticas, ou seja o casamento de 2 ou de 3 dos padrões – as cores. No entanto, estes dominós não servirão apenas para este tipo de

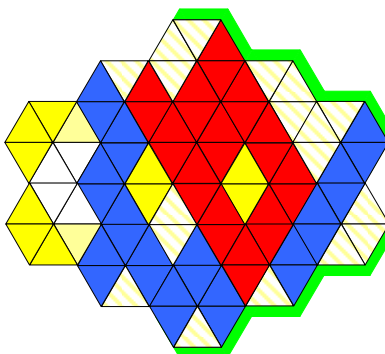
jogo, mas podemos sugerir aqui outros jogos como: o dominó das cores cruzadas (invertidas) e o jogo do preenchimento de tabuleiros em que algumas peças tenham sido, antecipadamente, distribuídas sobre ele.

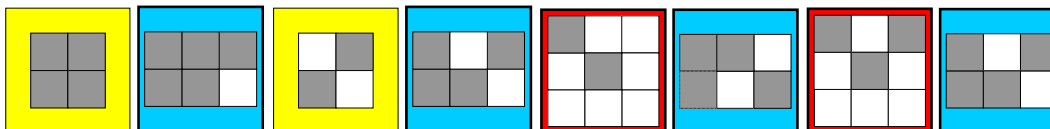
JLOGC#14 - Jogo Dos Dominós Complexos

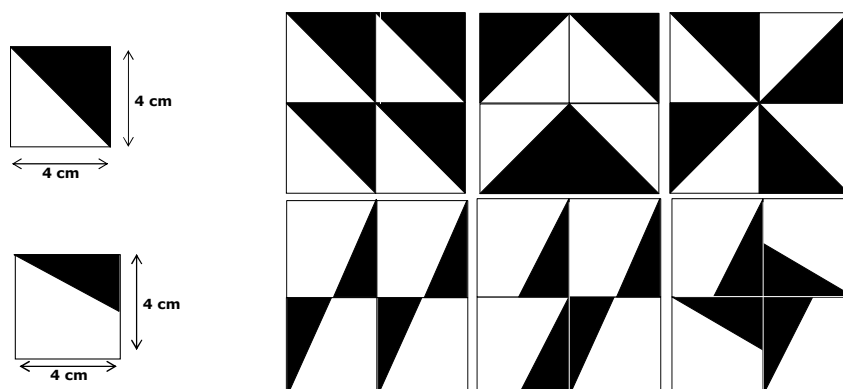
Este é um cartão para Jogos de Dominó com casamentos de padrões bastante complexos. Somente para dar dois exemplos das possibilidades destes jogos, pode-se jogar o jogo em que se exigirá o exato casamento de 3 cores na mesma posição, mas também pode-se optar por casamentos em que as posições das cores se apresentem cruzadas. Quanto às figuras centrais – um quadrado, um círculo ou um hexágono – pode-se exigir, ou não, que figuras diferentes se alternem a cada jogada. Há ainda a proposta do Jogo das Diferenças, em que as diferenças dizem respeito apenas às laterais dos dominós a serem casadas (vide nomenclatura no item 14.2.) no tocante às cores ou a disposição das mesmas, com a possibilidade de se incluir aí as diferenças centrais. Os cartões distintos entre si dos denominados Dominós Complexos totalizam 128, dos quais apenas 12 eles são mostrados na figura acima, como exemplos.

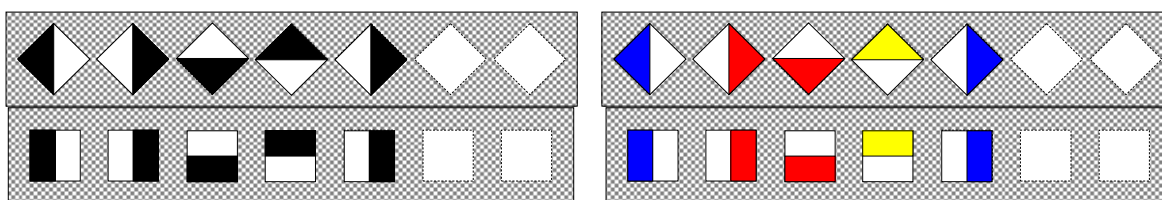
JLOGC#15 - Estudando O Jogo da Velha e Jogos Semelhantes

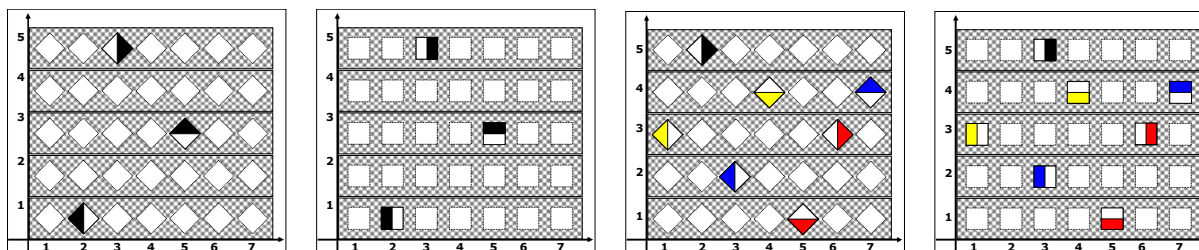
O Jogo da Velha é um jogo tradicionalmente jogado por duas pessoas utilizando uma simples folha de papel e cada uma delas portando um lápis ou uma caneta. Aqui iremos tomar contacto com este jogo e estudá-lo em detalhes, bem como iremos dar exemplo de outros jogos bastante semelhantes a ele, cujas estratégias precisam ser estudadas pelos leitores.

JLOGC#16 - Um Novo Tipo de Jogo da Velha

Este é um novo tipo de Jogo da Velha, os tabuleiros e os objetivos do jogo são distintos dos jogos apresentados no JLOGC#15. Os símbolos 'O' e 'X' continuam a ser utilizados, mas a meta do jogo é estabelecer uma espécie de caminho que tem início na borda superior ou lateral direita objetivando forçar o oponente a invadir uma área proibida do tabuleiro – pintada de amarelo. O jogador que for obrigado a invadir esta área proibida, na sua vez de jogar, perderá o jogo. Uma forma ótima para este jogo se dá quando cada jogador deva alocar 4 de seus símbolos no tabuleiro a cada jogada.

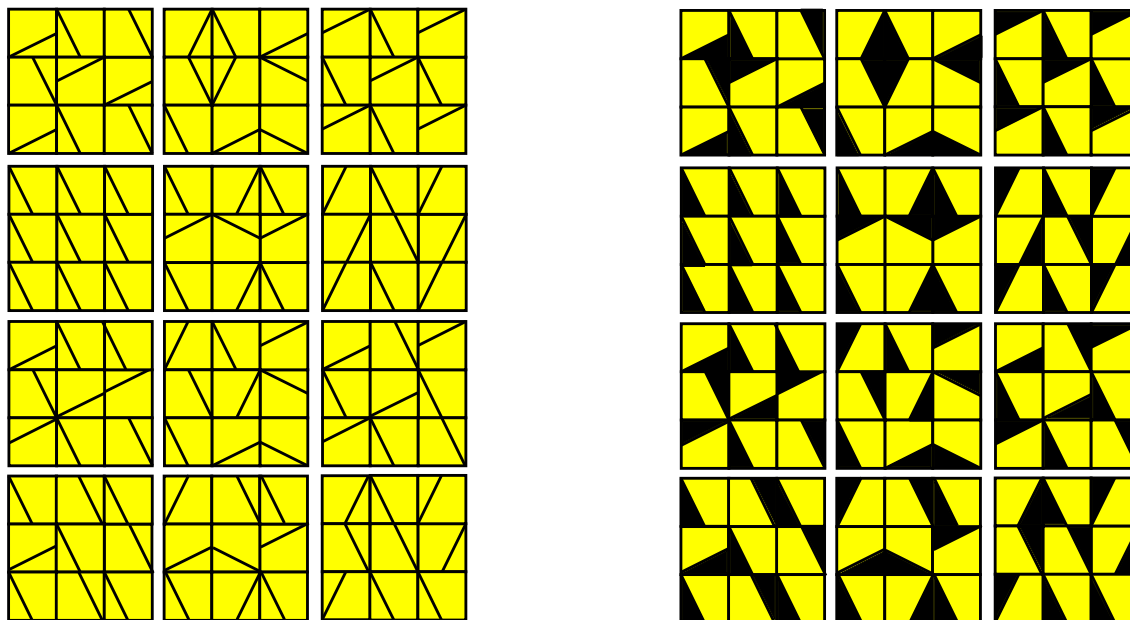
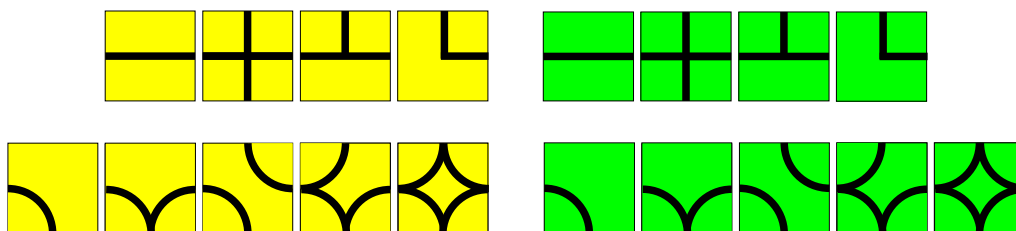
JLOGC#17- O Jogo dos Diamantes

A partir do estudo do Jogo da Velha que realizamos no JLOGC#15, pudemos criar um 'Novo tipo de Jogo da Velha' e este curioso 'Jogo dos Diamantes'. Novamente, este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico, em que o autor sugere que o leitor recrie ou modifique as regras estabelecidas, bem como, sugere ao leitor mais ousado que crie seus próprios tabuleiros para o jogo. Aí é que estarão, de fato, os Jogos Para o Pensamento Lógico. A Figura acima mostra as pedras do jogo na forma de losangos (os diamantes) e um tabuleiro com uma partida deste jogo já finalizado.

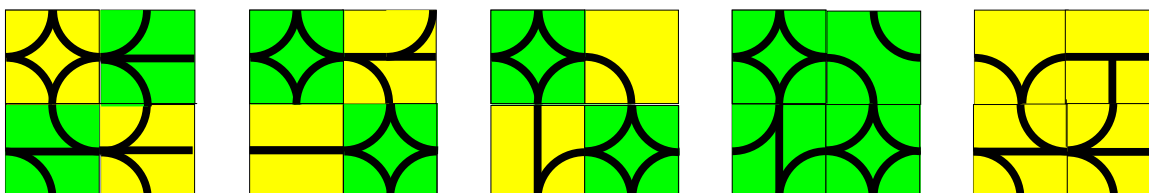
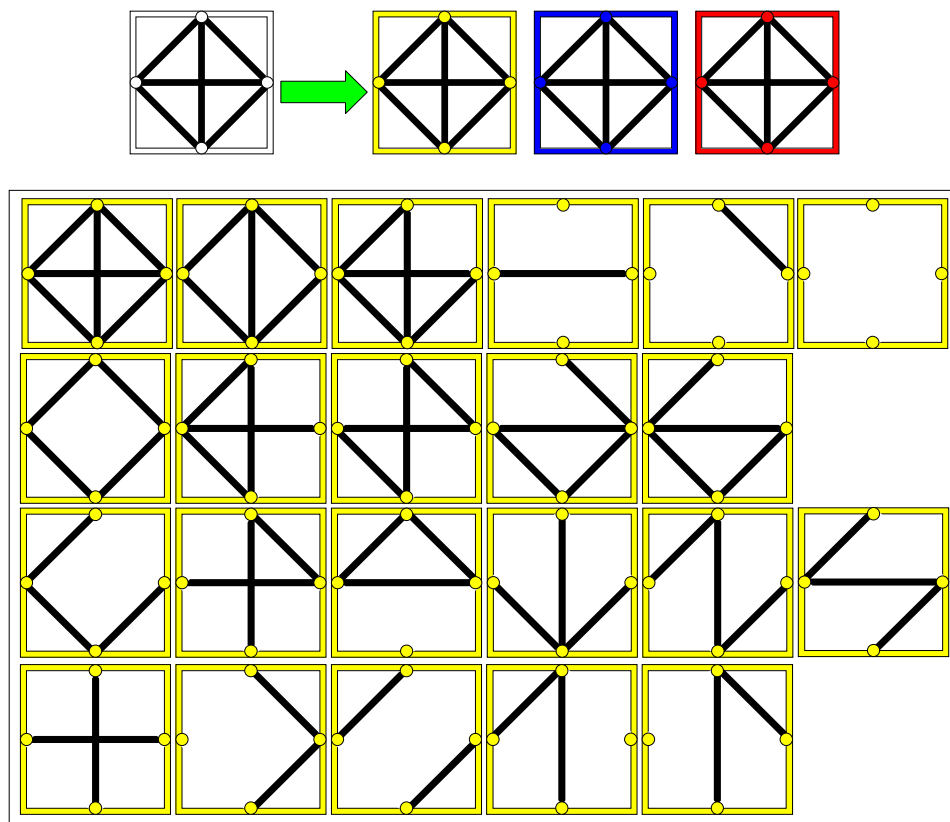
JLOGC#18 - Jogo Das Malhas Axadrezadas

Os cartões denominados malhas (ou matrizes) axadrezadas têm diversos atributos, tais como: malhas quadriculadas com 4, 6 ou 9 celas, dispostas respectivamente nos formatos 2×2, 2×3 e 3×3; cores de fundo (amarelo, azul e vermelho) que permite identificar respectivamente a quantidade das celas nas malhas; quantidades e distribuição de veladuras (na cor cinza) que permite contrastar as celas vazias das celas ocupadas. Pode-se jogar com estes cartões: Jogos Exploratórios denominados Jogos Livres ou Jogos das Descobertas; o Jogo da Complementação; o Jogo da Identidade; o Jogo da Inclusão ('contido em' e 'contém'); o Dominó das Diferenças. A figura acima mostra alguns exemplos de matrizes axadrezadas 2×2, 2×3 e 3×3.

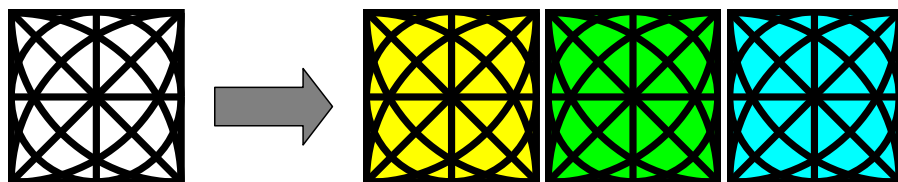
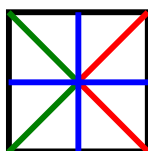
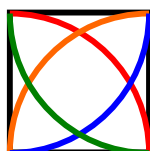
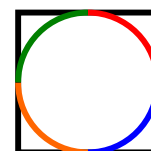
JLOGC#19 - A Gestalt e os Cartões Gestálticos

A Gestalt é uma Teoria Psicológica cujas concepções se ampliaram para dar origem, no campo da filosofia, à Teoria da Forma. O conceito de gestalt (‘boa forma’) e o de insight (‘iluminação súbita’) são aqui abordados. A partir de cartões logicamente neutros e idênticos – denominados cartões gestálticos –, são dados alguns exemplos de conjuntos ‘bem formados’ (gestalts) obtidos pela justaposição destes cartões. O leitor ainda será convidado a empreender jogos de paciência, utilizando vários modelos de cartões gestálticos, a fim escolher a melhor gestalt dentre as que ele mesmo produziu. As figuras acima mostram dois módulos básicos destes cartões e algumas matrizes gestálticas 2×2, construídas com eles.

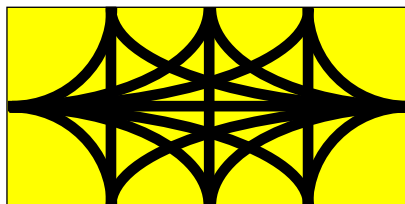
JLOGC#20 - Jogos com Cartões Vetoriais

Vamos apresentar uma aplicação bastante interessante dos cartões gestálticos. Eles serão utilizados como vetores – indicativos de direção e sentido – a serem utilizados na fase de pré-alfabetização. As figuras acima mostram dois mapas solução para o ditado seguinte: “Para a esquerda; Para a direita; Para baixo; Para cima; Para a direita; Para a baixo; Para a esquerda”. Os ditados poderão ainda, além de incluírem direção, sentido e/ou coordenadas, podem incluir aescolha de cores para estes vetores entre o azul, amarelo e vermelho.

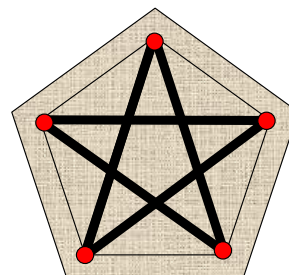
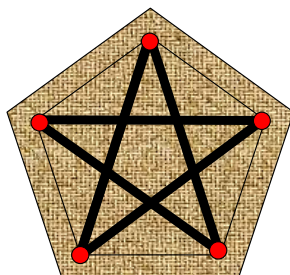
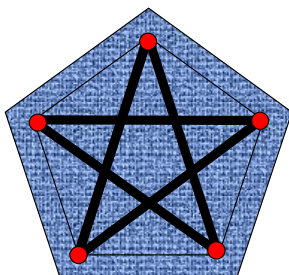
Um mapa de coordenadas cartesianas poderá ser utilizado ainda no Ensino Fundamental, conforme mostrado a seguir, onde o ditado agora irá incluir além dos sentidos o local onde os vetores deverão se posicionados, como por exemplo: “direita, – 3 e 5”, onde 3, será a coordenada a ser selecionada no eixo horizontal e 5 a coordenada a ser selecionado no eixo vertical, como mostrado no mapa a seguir. Há ainda outros dois vetores cujos dados são: “cima, – 5 e 3” e “esquerda, – 2 e 1”.

JLOGC#21 - Matrizes Gestálticas

O material apresentado no JLOGC#18 (os cartões gestálticos) será utilizado aqui, para a elaboração de outros tipos de configurações (gestalts) muito mais complexas. Escolhido um módulo gestáltico, ele servirá para a elaboração de matrizes distintas entre si, construídas no tamanho de 3 cartões por 3 cartões, formando uma configuração bastante complexa, denominada: matriz gestáltica. As matrizes gestálticas se destinam a Jogos *Para o Pensamento Lógico que envolvem o casamento de padrões.*

JLOGC#22 - Jogos com os Cartões Gestálticos Multicaminhos

Cada uma das configurações obtidas no JLOGC#18 com o uso de cartões gestálticos envolvia a utilização de apenas um tipo destes cartões ou, no máximo, dois tipos de cartões distintos entre si. No entanto nada impede de utilizamos vários tipos de cartões, até bastante distintos, na busca da obtenção de boas formas (gestalts) como se verá que é possível ao se utilizar os cartões-multicaminhos com segmentos de reta e os com segmentos de circunferência.

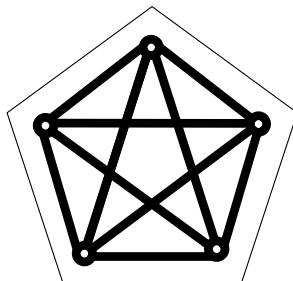
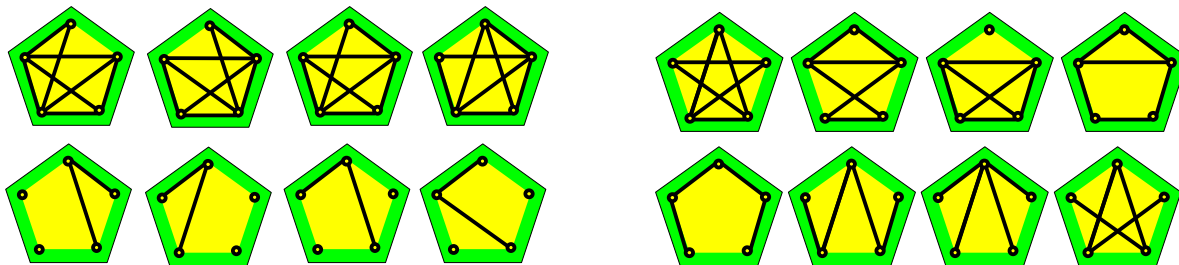
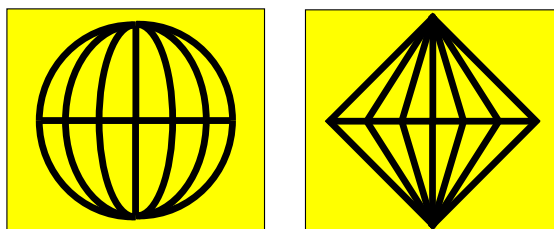
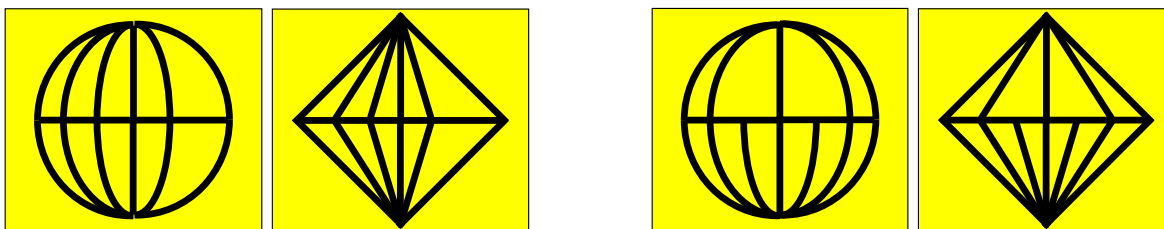
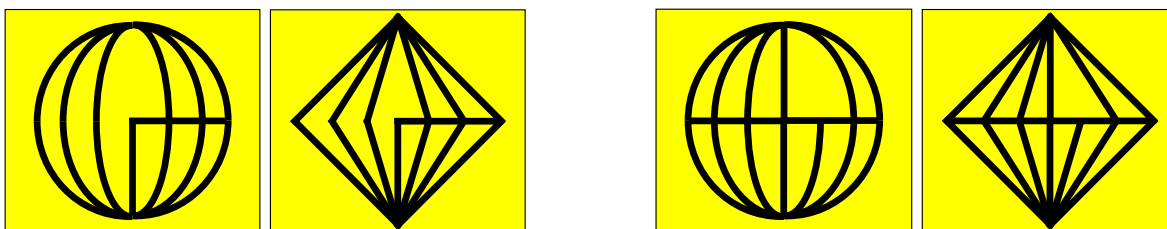
As figuras a seguir mostram algumas composições gestálticas obtidas com os cartões multicaminhos:

JLOGC#23 - Os Cartões Lógicos Bordas-e-Segmentos

Zoltan Paul Dienes ao trabalhar com os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos (vide JLOGC#06) adotava como forma de apresentação do material às crianças, os jogos denominados Jogos Livres. Durante estes jogos as crianças descobriam naturalmente algumas das propriedades do material relativamente aos atributos: cor, forma, espessura e tamanhos. Os *Cartões Lógicos Bordas-e-Segmentos* foram desenvolvidos exatamente para que os jogadores explorem o material, sem regras, descobrindo as suas propriedades. As regras para os demais jogos serão introduzidas somente após as 'descobertas' dos atributos do material, que no caso não são tão explícitos quanto aos atributos dos Blocos Lógicos. A figura a seguir mostra um conjunto completo dos *Cartões Lógicos Bordas-e-Segmentos* com as bordas amarelas e com a quantidade de segmentos variando de zero até cinco.

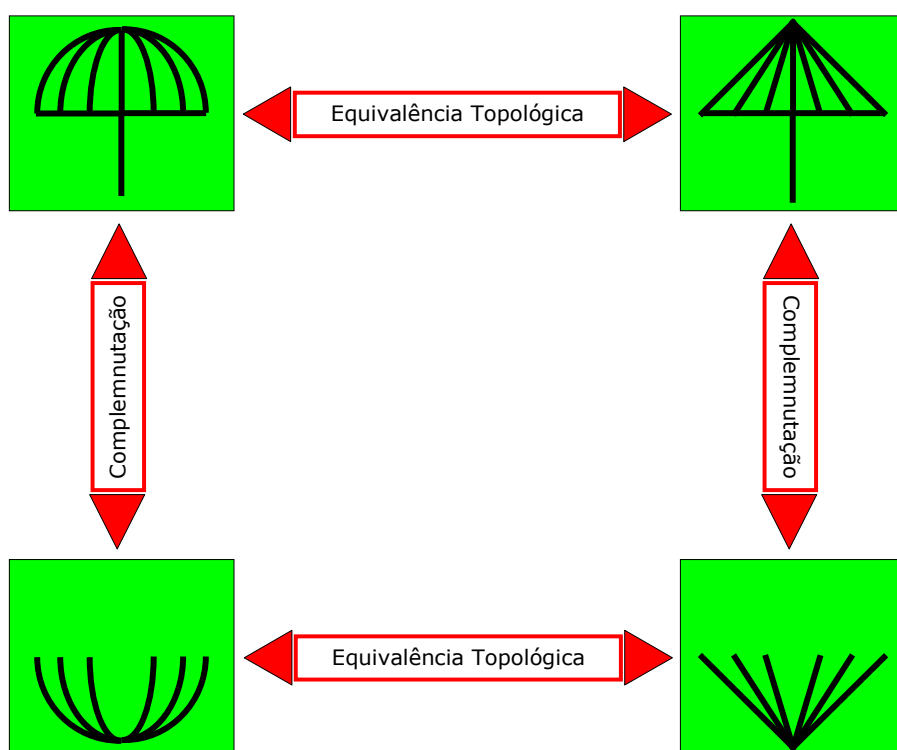
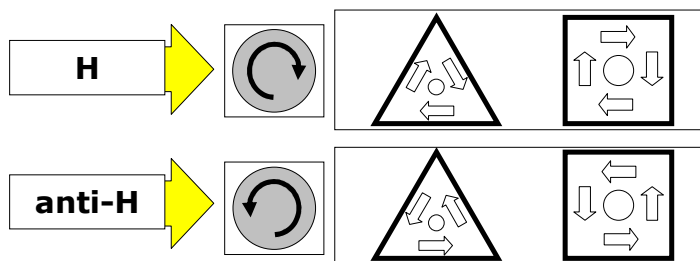
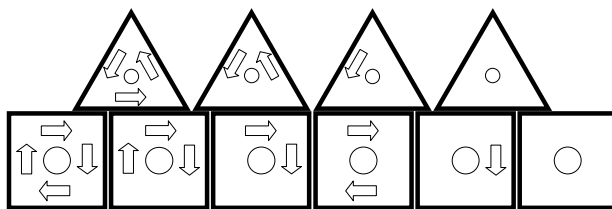
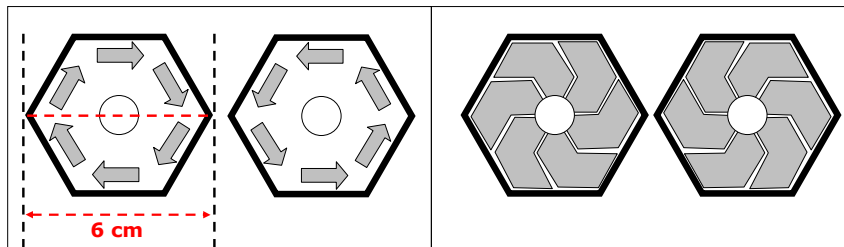
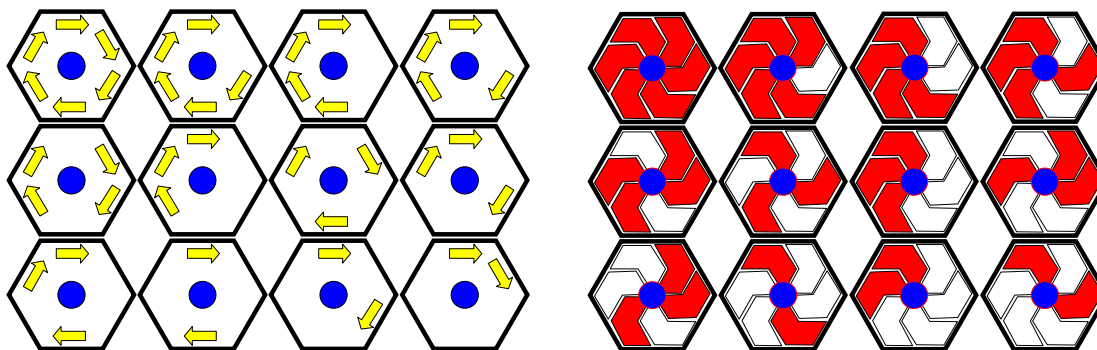
JLOGC#24 - Jogos de Discriminação e Identificação Com Cartões Multi-segmentos

Os cartões multisegmentos possuem um desenho (um arabesco) formado por 6 segmentos de reta e 8 segmentos de circunferência e se destinam a jogos que envolvem discriminação e identificação. Um dos jogos exige a formação de ternas de cartões cujos desenhos sejam idênticos e um outro exige a identificação de desenhos que se complementam.

6 segmentos de reta

4 segmentos de circunferência

4 segmentos circunferência

JLOGC#25 - Cartões Lógicos com Estruturas Niemayer's

O nome dado a estes cartões – Estruturas Niemeyer's - é uma homenagem ao famoso arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer cujas linhas curvas características e originais utilizadas em seus projetos arquitetônicos se tornaram famosas no mundo todo. Uma famosa frase deste arquiteto é a seguinte: "Não é o ângulo reto que me atrai, nem a linha reta, dura, inflexível, criada pelo homem. O que me atrai é a curva livre e sensual, a curva que encontro nas montanhas do meu país, no curso sinuoso dos seus rios, nas ondas do mar, no corpo da mulher preferida. De curva é feito todo o Universo, o universo curvo de Eistein". Estes Cartões se destinam ao Jogo da Complementação de figuras.

JLOGC#26 - Cartões Lógicos Pentagonais Vértices e Diagonais

Os Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais apresentam como o próprio nome diz, um pentágono onde seus vértices e diagonais são destacados. Mediante a organizada supressão combinada e bem definida de cada um destes elementos, eles formam um conjunto de 27 cartões (ou fichas) destinados ao Jogo das Diferenças.

JLOGC#27 - Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais

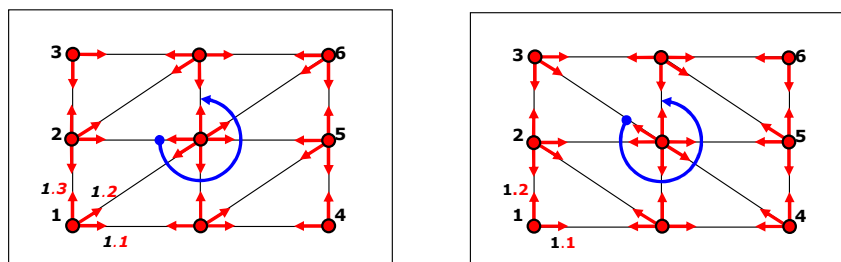
Os Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais apresentados anteriormente formam um conjunto de 27 cartões (ou fichas) bastante apropriados para se jogar o Jogo das Diferenças, já a família dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais se constitui num micromundo muito mais complexo e com uma maior quantidade de elementos destinados não somente ao Jogo das Diferenças, mas ao Jogo da Complementação.

As figuras a seguir mostram dois exemplos de complementação: os cartões complementares 8/2 e 6/4.

JLOGC#28 - Cartões Lógicos Globos & Diamantes

Na criação dos Cartões Lógicos Globos & Diamantes nós pudemos aperfeiçoar a idéia básica dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais (JLOGC#27), ou seja, o conceito de complementação de figuras foi ampliado para abranger a idéia de homeomorfismo entre figuras topologicamente equivalentes. No nosso caso as figuras intituladas globo e diamante irão compor um micromundo fechado, mas não completo, cujos elementos são os cartões-globo e os cartões-diamante. A figura mostra, como exemplo, quatro partes Cartões Lógicos Globos & Diamantes homeomorfos (topologicamente equivalentes).

JLOGC#29 - Cartões Lógicos Complementares Globos & Diamantes

Na criação dos Cartões Lógicos Globos & Diamantes – que tinham como propriedade serem topologicamente equivalentes – notou-se que dentre estes cartões que seriam mais de 60.000, nós poderíamos criar um micromundo de cartões que fossem ao mesmo tempo equivalentes topológicos e seus respectivos complementares, transformando assim o que seria um par de cartões em uma quadra de cartões inter-relacionados.

JLOGC#30 - Triângulos e Quadrados Rotadores

Os cartões contendo os desenhos dos Triângulos e Quadrados Rotadores foram desenvolvidos para introduzir de forma natural as rotações no sentido horário (H) e anti-horário (anti-H), e a discriminação tanto de quantidades como de composições distintas de cores. As figuras mostram exemplos de triângulos e quadrados rotadores cuja quantidade de vetores variam respectivamente de três e quatro até zero.

JLOGC#31 - Hexágonos Rotadores

Os Cartões Rotadores Hexagonais apresentam-se com uma quantidade maior de possibilidades do que aquelas dos Cartões Triangulares e Quadrados Rotadores, vistos no JLOGC#30. O princípio destes novos cartões são os mesmos dos anteriores: as setas apontam ora no sentido horário, ora no sentido anti-horário, o mesmo valendo para as ‘pás’ ou ‘hélices’. Os Jogos sugeridos para estes tipos de cartões são os mesmos do JLOGC#30.

JLOGC#32 - JOGO DAS 1, 2, 3, 4 ou 5 QUADRÍCULAS

Este é um Jogo Para o Pensamento Lógico em que dois jogadores tentam preencher um tabuleiro com peças que contém 1, 2, 3, 4, ou 5 quadrados interligados pelas laterais. Há basicamente duas formas de jogar: uma, na qual apenas estratégias lógicas devem ser utilizadas e outra, aquela que envolve sorte – onde são lançados dois dados para determinar a jogada a ser feita – o que exige mais atenção sobre a estratégia a ser adotada. A seguir temos três exemplos de tabelas de correspondência entre os valores das somas obtidas nos dois dados e a peça a ser jogada, na tabela Modelo 1 abaixo, ‘PV’ significa ‘perde a vez’.

JLOGC#33 - Jogo dos Palitos Construtores

Este é um Jogo Para o Pensamento Lógico que permite a associação praticamente natural do pensamento concreto ao pensamento abstrato. Todas as possíveis construções que podem ser conseguidas concretamente com quatro palitos (coloridos ou não) de sorvete ligados pelas extremidades, formando linhas retas ou ângulos retos (ângulos de 90º) são reproduzidas abstratamente – como desenhos esquemáticos – nos 32 cartões lógicos que compõe o micromundo representativo de todas aquelas possibilidades de construção obtidas concretamente.

JLOGC#34 - Jogo dos Caminhos de: 1, 2 ou 3 Para 4, 5 ou 6

Este é um jogo em que caminhos devem ser desenhados pelos jogadores sobre um reticulado, segundo regras que exigem que os caminhos sejam contínuos tendo como origem um dos nós numerados como 1, 2, ou 3 do reticulado, passando por nós intermediários e tendo como

final um dos nós de número 4, 5 ou 6. Outros jogos são apresentados, como aqueles em que se exige a construção de caminhos maximais ou minimais nos diversos tipos de reticulados.

JLOGC#35 - A Formação de Conceitos Baseada Em Códigos

Este texto irá introduzir algumas idéias relacionadas com os processos de formação e aquisição de conceitos. São apresentados ainda, alguns tipos de teste que permitem verificar como funcionam estes processos, a partir de raciocínios que envolvem: discriminação, combinação, recombinação, abstração e generalização realizadas a partir de conjuntos de figuras bem estruturados. Tomaremos contacto com exemplos bastante interessantes de testes de discriminação e com exemplos do teste de formação de conceitos baseados na idéias de Heidbreder.

JLOGC#36 - A Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Linguisticamete Estáveis

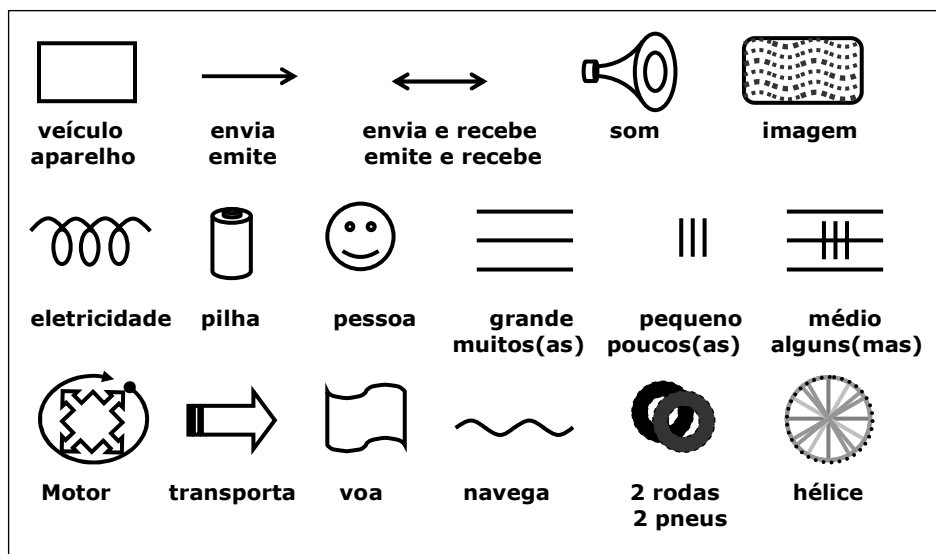
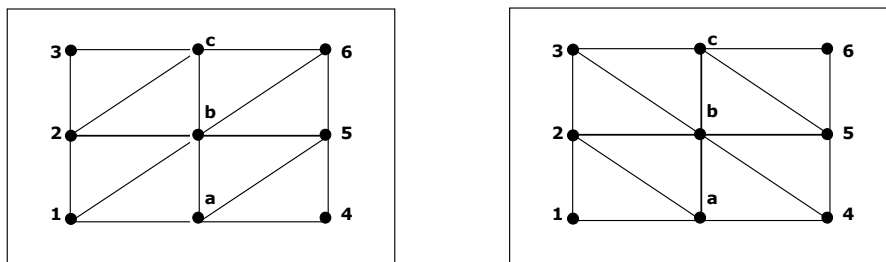
Aqui nós iremos apresentar algumas idéias sobre a formação indutiva de conceitos. Em 1956, Bruner, Goodnow e Austin – pesquisadores da Universidade de Harvard –, publicaram o livro “A Study of Thinking”, uma síntese do ‘The Harvard Cognition Project’, no qual, entre outras coisas, relatavam um experimento destinado a estudar o processo de formação de conceitos através de indução, no qual se utilizavam cartões lógicos especialmente desenvolvidos para este fim.

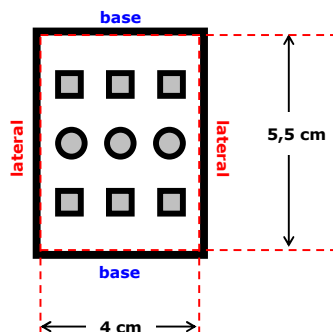
Curiosamente neste mesmo ano, 1956, Robert Abbott, um estudante de Harvard, passa a ser citado como sendo o criador de um jogo indutivo denominado Elêusis, no qual se utilizavam cartas do baralho comum e que guardava muita semelhança com uma das pesquisas levadas a efeito por aqueles cientistas de Harvard.

JLOGC#37 - A Formação de Conceitos Baseada em Proposições Lógicas

Este é um jogo de discriminação e formação de conceitos um pouco diferente daqueles baseados nas concepções de Heidbreder (JLOGC#35) e nas de Bruner-Goodnow-Austin (JLOGC#36). No entanto, ele possui metas bem estabelecidas e envolve a necessidade de um gerente (supervisor, aplicador ou facilitador) que irá estabelecer as tarefas e conferir a execução das mesmas. Ele é um interessante jogo que envolve sequências de tentativas e erros por parte dos jogadores, até a obtenção do resultado final. Outros jogos menos complexos, que utilizam as reguinhas coloridas, são também propostos: O Jogo das Composições e, o já bastante conhecido, Jogo das Diferenças.

JLOGC#38 - A Formação de Conceitos Baseada em Esquemas Cognitivos

Aqui, inicialmente são apresentadas uma série de considerações teóricas sobre o que sejam os esquemas cognitivos devidas a Jean Piaget, Lev Vygotsky e Gerard Vergnaud que servirão de base para autor propor a sua classificação dos esquemas cognitivos. A partir disto, são apresentados alguns exemplos de esquemas cognitivos baseados em conceitos matemáticos, e um último deles – um esquema cognitivo de identificação baseado na utilização de símbolos associados à linguagem natural (item 38.4.5) – que servirá de base para a proposição de alguns jogos para o pensamento lógico.

JLOGC#39 - A Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Matematicamente Estáveis

Retomamos aqui o Jogo dos Caminhos de: 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6 (JLOGC#36) para, utilizando apenas os 1º e 5º Casos de Reticulado, dar nomes aos nós intermediários (a, b e c) criar uma família de cartões com diversos caminhos passando por estes nove nós. A formação de conceitos com a utilização destes cartões é baseada em termos numéricos, tais como: caminhos de 1, 2 ou 3 até 4, 5 ou 6, passando por a, b ou c, e/ou também em termos geométricos, tais como: segmentos nas posições horizontal, vertical, diagonal descendente ou diagonal ascendente. Os cartões a seguir são alguns exemplos de caminhos de 1 até 4 e de 2 até 4.

JLOGC#40 - Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Linguisticamete Instáveis

Os cartões de Bruner, Goodnow e Austin (JLOGC#36) possuem quatro atributos, extremamente padronizadas em termos de cores e quantidades de elementos. Nós iremos apresentar aqui um novo conjunto de cartões em que a quantidade de cores (amarelo, azul, vermelho e verde) é variável, mas a quantidade de elementos é fixa (6 quadrados e 3 círculos), no entanto a disposição das cores em cada um dos cartões é bastante variada e complexa. Este novo conjunto de cartões possibilitará o uso de expressões lingüísticas e/ou simbólicas equivalentes para exprimir os 'conceitos a serem descobertos', e esta, é exatamente o diferencial destes cartões com relação àqueles estudados no JLOGC#36.

0.9.- Elaboração do Material

O material dos *Jogos Para o Pensamento Lógico* é constituído por conjuntos de cartões, tabuleiros, tabelas e/ou fichas distribuídos em folhas do tamanho A4, no formato '*portable document format* – pdf' que pode ser carregado e impresso utilizando-se o software 'Adobe Reader". Uma versão mais simples do Adobe Reader está disponível para dawnload em vários sites na Internet.

Os leitores sejam do livro em seu formato impresso, ou em seu formato eletrônico – também em pdf –, poderão acessa este material:

> ***1.- Para aqueles que adquiriram o livro:*** o material está no CD-R anexo ao livro, dividido em pastas – uma para cada um dos JLOGCs.
> ***2.- Para aqueles que enviarem um e-mail para o autor no endereço*** aury.leite1@ig.com.br ***ou*** livroum.aury@ig.com.br: em cada e-mail pode-se fazer o pedido do material correspondente a um, ***e somente um***, dos jogos deste volume. Espera-se que o pedido seja acompanhado de críticas e sugestões sobre o jogo do qual se solicita o material.

O material deve ser impresso utilizando-se uma impressora jato de tinta colorida ou uma impressora laser também colorida.

A plastificação do material é recomendada para melhor preservar o material e o recorte do mesmo, sempre que necessário, deve ser feito cuidadosamente.

JLOGC#01 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 01

JOGOS COM CARTÕES LÓGICOS CORES-FORMAS

Os Cartões Lógicos Cores-Forma são numa espécie de base para uma série de Jogos Para o Pensamento Lógico. Com eles iremos introduzir as regras para as várias formas de jogar utilizando os cartões lógicos. Os cartões aqui apresentados possuem atributos (qualidades) que são facilmente reconhecidos por crianças bem pequenas: as cores utilizadas são o amarelo, o azul e o vermelho, e as formas que receberão estas cores, também bastante simples, são: estrela, lua, sol e raio. Os cartões Lógicos Cores-Formas são bastante próximos daqueles criados, e amplamente estudados e testados, no livro "Cores-Furos – Um Material Concreto Piagetiano" [Sá Leite 1988, Editora Manole], cuja base são os Blocos Lógicos de 'Dienes', blocos estes que serão estudados mais adiante no JLOGC#6.

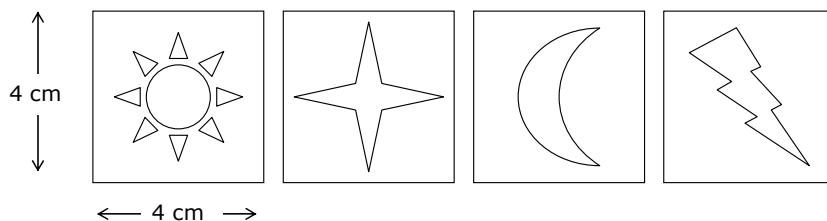
1.1.- Introdução: Um Jogo 'Piagetiano' com Cartões

Este conjunto de manipulativos se destina a exemplificar o que o autor entende por um jogo com cartões lógicos *de acordo com a práxis piagetiana* em que, figuras coloridas, tendo como suporte cartões, sejam eles quadrangulares, retangulares ou losângicos (em forma de losangos), são utilizadas com a finalidade de jogos que envolvem:

1. A discriminação (ação ou efeito de separar, segregar, pôr à parte);
2. A formação de agrupamentos a partir de rótulos (formação de conjuntos);
3. O sequenciamento[4];
4. O produto cartesiano (em que numa tabela de dupla entrada, se propõe selecionar os cartões, através da composição cruzada dos atributos);
5. O importante jogo de casamento de cartões com diferentes atributos, normalmente denominado *Dominó das Diferenças*.

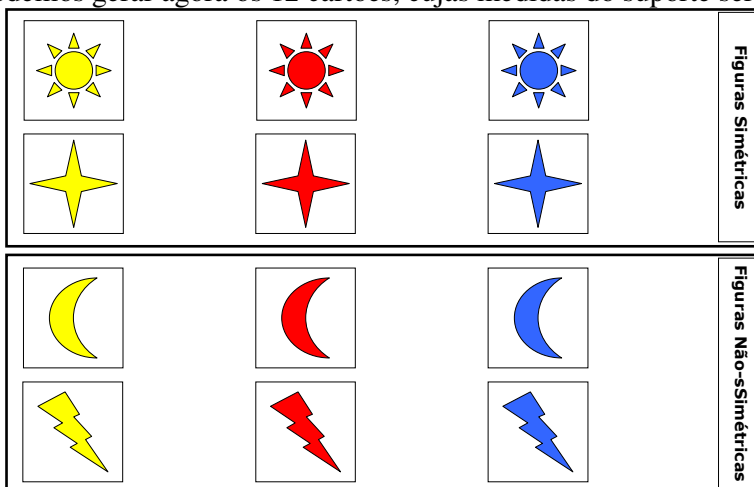
1.1.1.- Cartões com dois Atributos

Os cartões apresentados a seguir são denominados *Cartões Lógicos Cores-Forma, pois têm dois atributos (duas qualidades):* cores e formas. Tanto as cores quanto as formas (ou figuras) foram escolhidas por serem facilmente identificáveis por crianças pequenas. As formas são quatro: sol, estrela, lua e raio. As cores serão três – as cores primárias –, o amarelo, o azul e o vermelho.

[4] No campo da Lógica, seqüenciamento não deve ser confundido com a seriação. Seqüenciamento é o ato de organizar algo em seqüência – uma seqüência pode ser ordenada ou não, podendo ter ou não uma lei bem definida ou explícita de formação –, enquanto a seriação que significa dispor ou ordenar em série prevê a existência de uma organização por série – continuação ordenada envolvendo uma quantidade de fatos ou coisas da mesma classe que se apresentam um após o outro, em sucessão espacial (maior ou menor), temporal (antes e depois) ou ordinal (1ª, 2ª, 3ª etc) segundo uma lei de formação bem estabelecida.

1.1.2.- Calculando a Quantidade de Cartões Cores-Formas

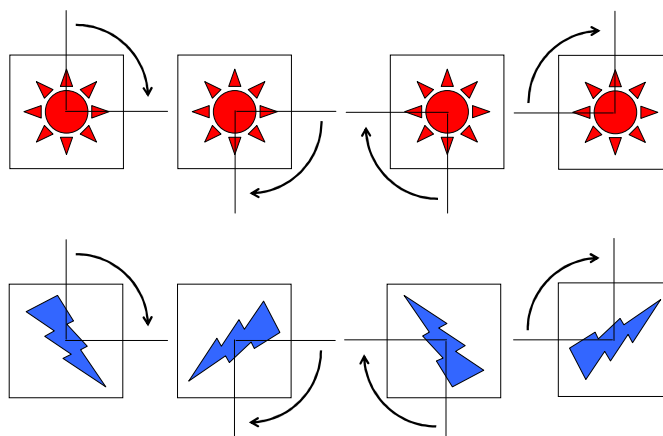
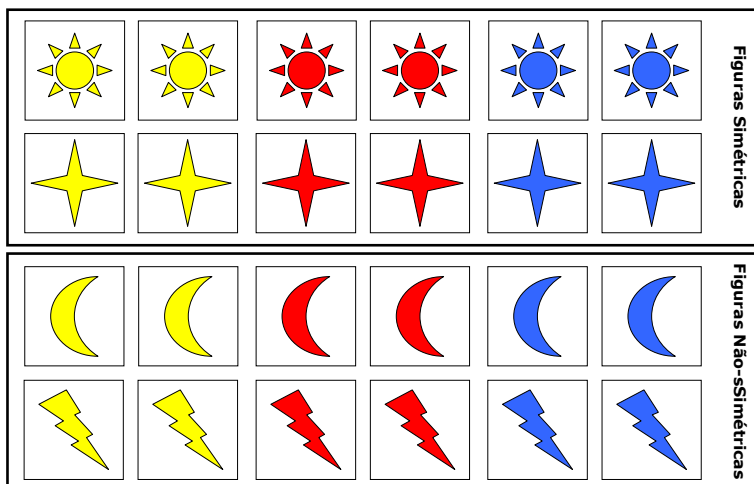
A partir das quantidades de possibilidades de cada um dos atributos escolhidos para os nossas cartões '*Cores-Formas'* – três cores e quatro formas – poderemos calcular a quantidade total de cartões distintos entre si que serão obtidos combinando-se ordenadamente estas cores e estas formas, efetuando a seguinte multiplicação: ***Quantidade de cores* × *Quantidade de figuras***, ou seja, ***3 cores* × *4 formas = 12 cartões distintos.***

1.1.3.- Gerando os 12 Cartões Cores-Formas

Feito o cálculo, podemos gerar agora os 12 cartões, cujas medidas do suporte serão 4cm×4cm:

Note o leitor que os cartões estão ainda classificados termos da simetria (ou não-simetria) das figuras. As crianças, que normalmente conseguem identificar os símbolos (figuras do sol, estrela, lua e raio), dificilmente percebem que duas destas figuras são simétricas e duas delas não são. No nosso estudo consideraremos as palavras referentes às figuras como pertencentes à linguagem natural, enquanto os conceitos de 'simetria' e 'não-simetria' como pertencentes à uma metalinguagem.

> ***Metalinguagem* -** conforme o dicionário Houaiss: *linguagem (natural ou formalizada) que serve para descrever ou falar sobre uma outra linguagem, natural ou artificial. As línguas naturais podem ser usadas como sua própria metalinguagem.*
>
> ***Metalinguagem* -** conforme o dicionário Aurélio: *A linguagem utilizada para descrever outra linguagem ou qualquer sistema de significação: todo discurso acerca de uma língua, como as definições dos dicionários, as regras gramaticais, etc.*

Os conceitos de 'não-simetria' e 'simetria' – neste caso considerados como sendo metalingüísticos – podem ser explicados pela linguagem natural

No caso do micromundo que estamos estudando, o dos *Cartões Lógicos Cores-Formas*, para verificarmos se uma dada figura é simétrica ou não, devemos colocar o cartão sobre um plano (o tampo de uma mesa) e girá-lo 4 vezes num ângulo de 90º, como mostrado na figura a seguir. Se o cartão nunca se alterar, temos aí um cartão simétrico, senão, ele será não-simétrico (teste isto também com os cartões do JLOGS#03 – veja que os cartões retangulares são não-simétricos).

Para muitos dos jogos a serem apresentados a seguir, a quantidade de cartões, doze, poderá ser insuficiente, por isto sugerimos a duplicação destes cartões, ou seja, vamos criar para cada cartão um outro exatamente igual, obtendo um conjunto com 24 cartões iguais dois a dois. Isto é mostrado na figura a seguir.

1.1.3.1.- Sobre Outros Tipos de Atributos

Deve ficar bem claro, que há muitas outras possibilidades de se utilizar muitos outros tipos de atributos além dos aqui escolhidos. Há até mesmo a possibilidade de se adotar como atributos elementos sensoriais, como por exemplo: furos circulares feitos diretamente sobre o suporte cartonado; aplicação de texturas (pedaços de lixa d'água, lixas para madeira ou ferro; pedaços de papéis especiais aveludados, granulados ou corrugados; pedaços de tecidos com vários tipos de trama; pingos de cola escolar – cola branca a base de água – sobre pequenos círculos coloridos, que depois de secos apresentam-se como pequenas contas coloridas coladas sobre o suporte). Algumas destas alternativas podem ser utilizadas, com bastante eficácia, na elaboração de cartões lógicos destinados às crianças portadoras de deficiência visual.

1.2.- Jogado Livremente com os Cartões Lógicos

A seguir são apresentados vários jogos e suas diversas variações, em que iremos utilizar os cartões lógicos *Cores-Forma*.

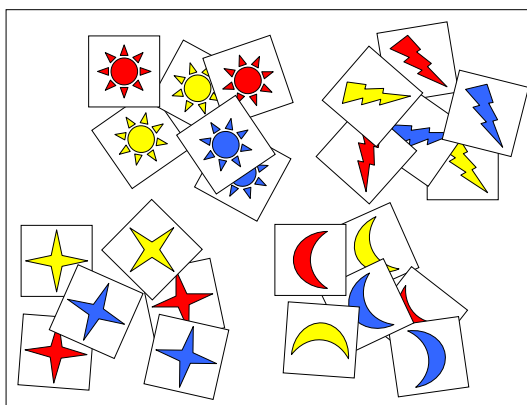
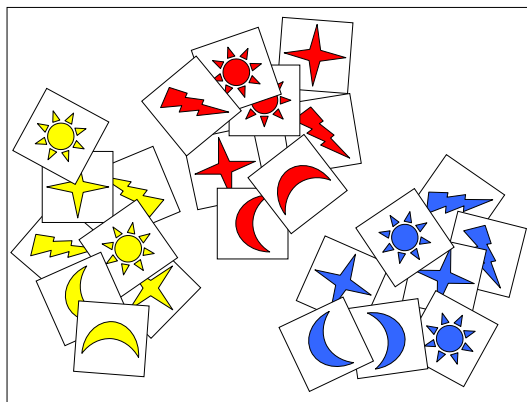
Começaremos pelos denominados ***Jogos Livres***, que visam inicialmente a formação de agrupamentos, sem a intervenção do aplicador, no caso um professor, um parente da criança ou um pesquisador interessado neste tipo de atividade.

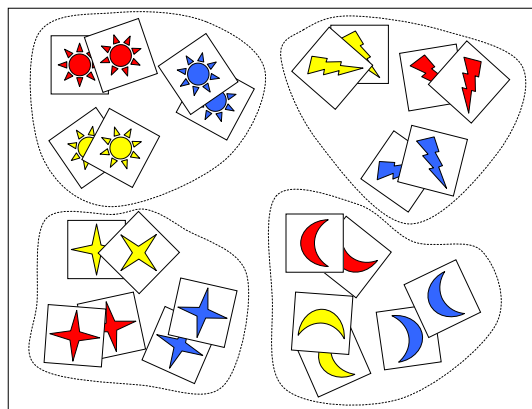
Numa segunda fase, mais avançada, quando a criança for capaz de identificar por sua própria iniciativa as características mais marcantes do conjunto de cartões, *iremos adotar um conjunto*

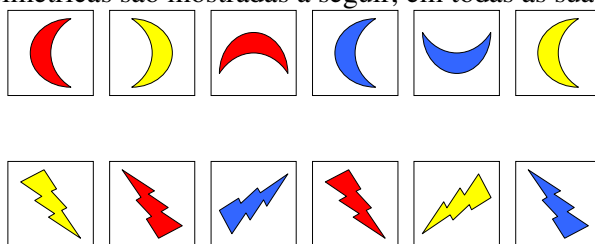
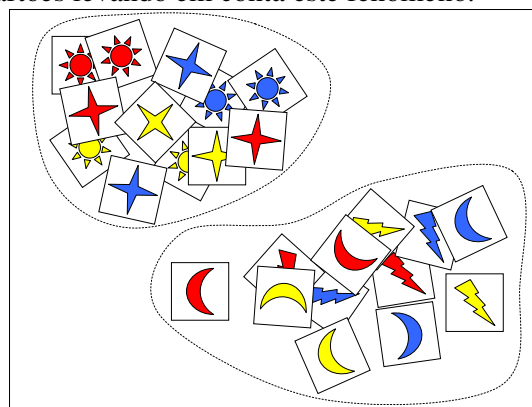
etiquetas que deverão orientar tanto os agrupamentos (formação de conjuntos) como o sequenciamento de cartões baseados em propriedades ou leis bem definidas.
Iremos introduzir, usando as tabelas de dupla entrada, a operação algébrica denominada produto cartesiano e apresentaremos várias sugestões sobre o *Dominó das Diferenças*.
Os ***Jogos Livres*** são aqueles em que o(s) indivíduo(s) manipula(m) livremente o conjunto de cartões com o intuito de descobrir-lhes os atributos e a reconhecê-los a partir disto:

- Pela cor – cores primárias: azul, amarelo e vermelho;
- Aos pares – agrupando-os de dois em dois pela identidade (cartões exatamente iguais);
- Pela forma ou por um nome – como, por exemplo: 'sol', 'lua', 'estrela' e 'raio' –, nomes cuja escolha nos parece bastante óbvia;
- Pela cor e pela forma (nome) - levando em conta ambos os atributos;
- Pela simetria/não-simetria – que são, no caso deste micromundo, termos metalingüísticos e podem não ser percebidos pela maioria dos jogadores, havendo por isto a necessidade de definição ou explicação (leia mais sobre isto, no item 1.2.3., a seguir).

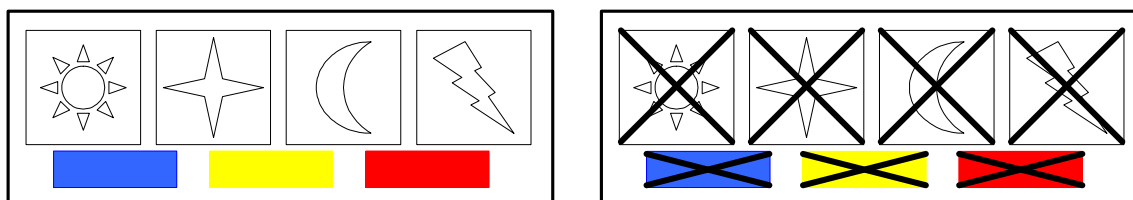
1.2.1.- Discriminação: Agrupamento pelas cores ou pelas formas

Os agrupamentos mais evidentes são aqueles em que se levam em conta os atributos mais notáveis ou mais evidentes, como por exemplo, a cor. A forma parece ser, no caso destes cartões, o Cores-Formas, a segunda 'qualidade' mais evidente deste material manipulativo.

1.2.2.- Discriminação: agrupamentos pelas formas e cores

Um tipo de discriminação mais avançado, poderia ser aquele que envolvesse a escolha de cor e forma simultaneamente como critério para os agrupamentos. Veja isto na figura a seguir.

1.2.3. Discriminação: Agrupamentos usando simetria e não-simetria

Dependendo da rotação de algumas das figuras não-simétricas pode haver crianças que sintam alguma dificuldade em organizá-las, possivelmente não admitindo a sua igualdade. Outras perceberão que algumas destas figuras, ao serem rotacionadas não 'mudam' enquanto há outras crianças que percebem que a rotação do cartão faz com que a figura venha a 'modificar-se', ou seja, hora ela poderá estar virada para cima ou para baixo, ora para a direita ou para a esquerda, e isto é perceptível. As figuras não-simétricas são mostradas a seguir, em todas as suas possíveis posições.

Com o tempo algumas crianças perceberão esta propriedade (a simetria e a não-simetria destas figuras) e poderão separar os cartões levando em conta este fenômeno.

1.3.- Os Conjuntos de Etiquetas: as Positivas e as Negativas

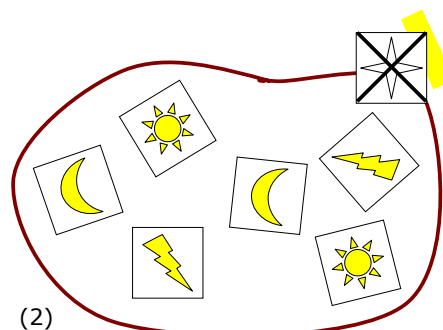
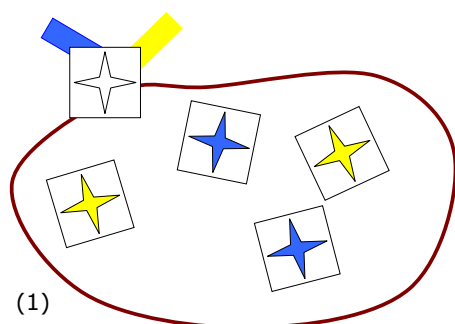
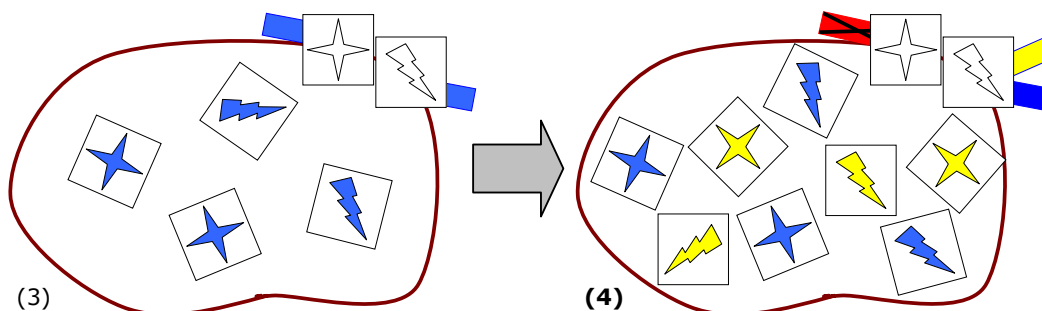
O dois conjuntos de cartões a seguir são as etiquetas que nos permitirão *indexar* (colocar rótulos, rotular) os conjuntos de cartões a serem formados.

O primeiro grupo indica positivamente aquilo que se pretende: cores e formas, enquanto o segundo grupo indica a negação: não-sóis, não-estrelas, não-luas e não-raios; não-azul, não-amarelo e não-vermelho.

1.3.1.- Exemplos do uso das Etiquetas

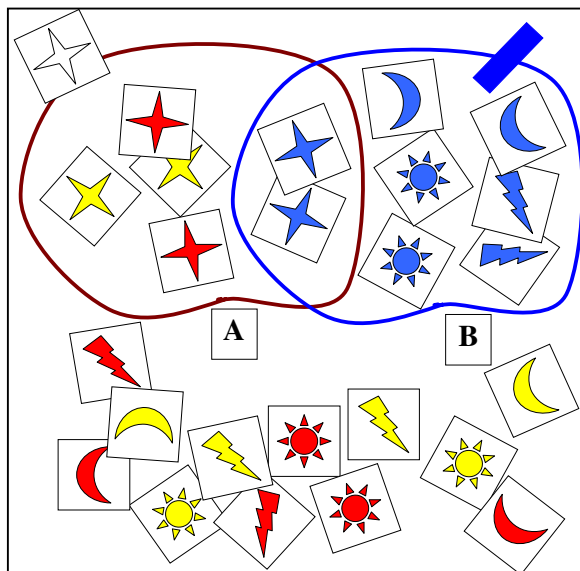
A seguir vamos apresentar alguns exemplos de jogos possíveis, mas não os únicos, com o uso das etiquetas apresentadas acima. Estes jogos devem ser levados a efeito por um professor ou um monitor, de acordo com as técnicas da *entrevista crítica piagetiana*, estudadas na introdução deste livro (vide os Prolegômenos). .

1.3.2.- Jogo da Formação de Conjuntos Etiquetados

Utilizando um barbante grosso e amarrando as pontas devemos formar uma curva plana fechada sobre o tampo de uma mesa ou sobre o piso da sala. Tomando esta curva como moldura, podemos escolher as etiquetas e colocá-las sobre a borda da curva, como mostram as figuras a seguir, cujos exemplos mostram:

(1) "Conjunto de estrelas azuis ou amarelas";
(2) "Conjunto de não-estrelas amarelas";

(3) "Conjunto de estrelas ou raios azuis";
(4) "Conjunto de estrelas não-vermelhas ou de raios vermelhos ou amarelos", que foi que sofreu uma pequena modificação a partir do conjunto de número (3) – o que sugere que o aplicador pode utilizar um conjunto já montado e modificar uma ou mais das condições nos rótulos anteriormente escolhidos.

1.3.3.- Jogo da Intersecção de Conjuntos

A intersecção é uma operação da Teoria dos Conjuntos das mais difíceis de serem concretizadas, e este material parece ser bastante indicado para fazê-lo. O exemplo a seguir mostra o *diagrama de Venn-Eüler* representativo a interseção em que cada conjunto tem a seguinte qualificação: (A) 'estrela' e (B) 'azul'. A intersecção destes conjuntos mostra as 'estrelas azuis', a região restante do conjunto A, quando se elimina a região correspondente à intersecção, mostra as *'estrelas não azuis'*

e a outra região restante do conjunto B mostra os cartões azuis que *'não são estrelas'*. Os cartões que não figuram no diagrama (estão fora) são aqueles que não são nem azul, nem estrelas.

1.3.3.- Jogo da Intersecção de Conjuntos – Diagrama de Carrol

Lewis Carrol foi o pseudônimo de Charles Lutwidge Dodgson (1832-1898) lógico e matemático inglês que escreveu "Alice no País das Maravilhas" ("Alice's Adventures in Wonderland", datado de 1865) e "Alice no País dos Espelhos" ("Throug the Looking-Glass", datado de 1872). Ele escreveu versos humorísticos, bem ao gosto da época, mas também publicou muitos trabalhos na área de matemática e lógica. O diagrama a seguir apresentado denominado *diagrama de Carrol*, foi criado por ele. O *diagrama de Carrol* permite representar logicamente e de forma mais simples do que no diagrama de Venn-Eüler, a intersecção de dois conjuntos.
No diagrama de Carrol a representação dos elementos é mais explícita do que no diagrama de Venn-Eüler. Os elementos do conjunto A e do conjunto B podem ser distribuídos em quatro regiões bem demarcadas, a saber:

- A região dos elementos que pertencem a A e B;
- A região dos elementos que pertencem a A mas não pertencem a B: A e ~B;
- A região dos elementos que pertencem a B mas não pertencem a A: ~A e B;
- A região dos elementos que não pertencem nem a A nem a B: ~A e ~B;

	A	~A
B	A e B	~A e B
~B	A e ~B	~A e ~B

Assim, nós podemos agora, usando as etiquetas, preencher o diagrama de Carrol, correspondente ao problema anteriormente apresentado: (A) 'estrela' e (B) 'azul'. A região correspondente às 'não-estrelas e não-azuis' está marcada com asterisco e os elementos estão mostrados fora do diagrama para maior facilidade de 'leitura'.

1.3.4.- O Produto Cartesiano Formas x Cores

O Produto Cartesiano é um produto entre dois conjuntos cujos elementos devem ser combinados dois a dois, como pode ser visto na tabela de dupla entrada a seguir.

Você pode desenhar suas *tabelas de dupla entrada* com quantas colunas e com quantas linhas quiser, considerando-se que a largura e a altura das quadrículas devam ser um pouco maiores que as dimensões dos cartões (que medem 4cm por 4cm).
Para aqueles que sabem a Teoria dos Conjuntos, podemos representar o produto cartesiano do exemplo acima, a partir das seguintes idéias simbólicas:

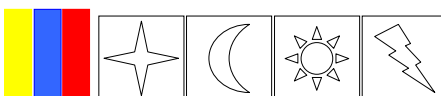
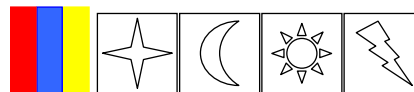
- O conjunto de formas como sendo F = {estrela, sol, lua, raio}
- O conjunto de cores como sendo C = {vermelho, amarelo, azul}
- O produto cartesiano como sendo: $F \times C = \{(x,y) \mid x \in F \text{ e } y \in C\}$.

A definição de produto cartesiano ‘$F \times C = \{(x,y) \mid x \in F \text{ e } y \in C\}$’, deve ser lida como: ‘F *cartesiano* C é igual ao conjunto de pares ordenados (x,y) onde x pertence a F e y pertence a C”. Isto quer dizer que devemos formar pares ordenados (x,y) onde x deverá ser ‘retirado’ do primeiro conjunto, F, e y deverá ser ‘retirado’ do segundo conjunto, C.
De forma geral, um par ordenado (x,y) é tal que (x,y) = (y,x) se, e somente se x = y. Isto quer dizer que (x,y) será diferente de (y,x) sempre que $x \neq y$.

Simplificando tudo isto, o nosso produto cartesiano fica assim:

Dados os conjuntos: F = {estrela, sol, lua, raio} C = {vermelho, amarelo, azul}, tem-se:
$F \times C$ ={ (estrela,vermelho), (estrela, amarelo), (estrela,azul), (sol, vermelho), (sol, ...), ...}
o que foi mostrado na tabela de dupla entrada acima.

1.4.- Jogo do Sequenciamento

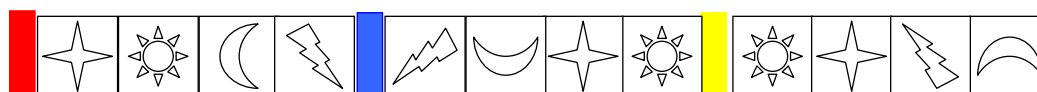
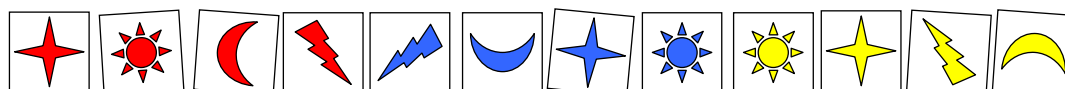
Aqui poderemos fazer o uso das etiquetas com a finalidade de criar lei bem definida de sequenciamento dos cartões. Deve-se nestes casos utilizar-se apenas um conjunto de 12 cartões distintos (dispensar os outros 12 cartões idênticos a eles).
Seja por exemplo a lei de sequenciamento dada por: amarelo, azul e vermelho, estrela, lua, sol e raio, como mostrada na figura a seguir.

De acordo com a lei de sequenciamento dada acima teremos como resultado a seqüência mostrada na figura abaixo – note que, mesmo com algumas figuras posicionadas de forma 'meio estranha', a sequência está de acordo com a lei de formação da sequência (lei do sequenciamento) estipulada pelo aplicador.

Uma discussão pertinente, no caso da sequência acima apresentada, seria a seguinte: deveria o professor ou o monitor aceitá-la como correta, mesmo que as figuras não estivessem exatamente na mesma posição apresentada na lei de formação?

Veja o porquê da necessidade de se observar atentamente a lei de formação da sequência no exemplo a seguir.

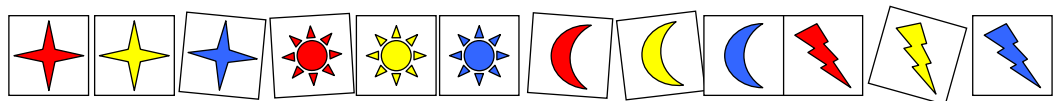
1.4.1.- Sequenciamentos Complexos

Existem jogos de sequenciamento bastante mais complexos do que os até aqui mostrados, eles exigirão a multiplicação dos conjuntos de etiquetas por dois ou por três, como mostrados nos exemplos a seguir.

No exemplo a seguir as etiquetas correspondentes às formas foram utilizadas várias vezes.

Múltiplas Leis de sequenciamento:

Sequência:

No exemplo a seguir serão as etiquetas de cores que serão utilizadas várias vezes. O leitor deverá tentar outros tipos de sequenciamentos utilizando várias etiquetas de formas e de cores.

Múltiplas Leis de sequenciamento:

Sequência:

Note o leitor que, nos dois exemplos apresentado acima, a solução (a sequência) respeita exatamente as posições das figuras dadas pela lei de formação.

1.4.2.- Sequenciamentos Complexos e Leis Verbais

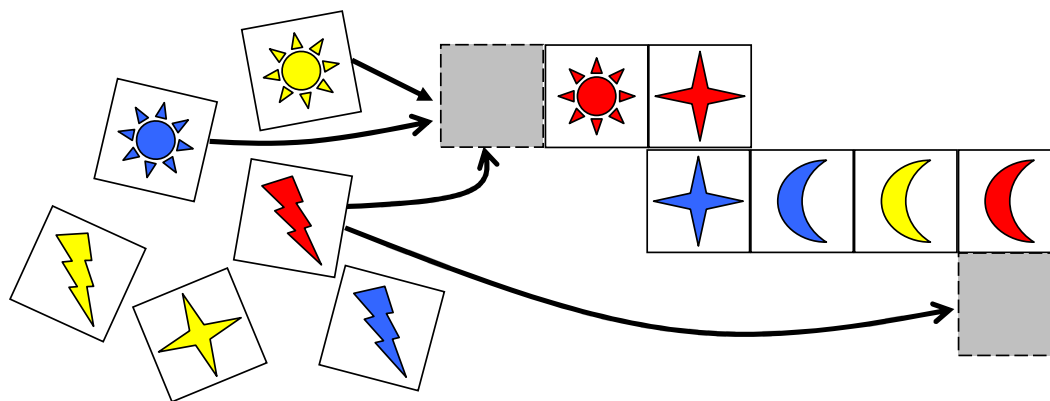
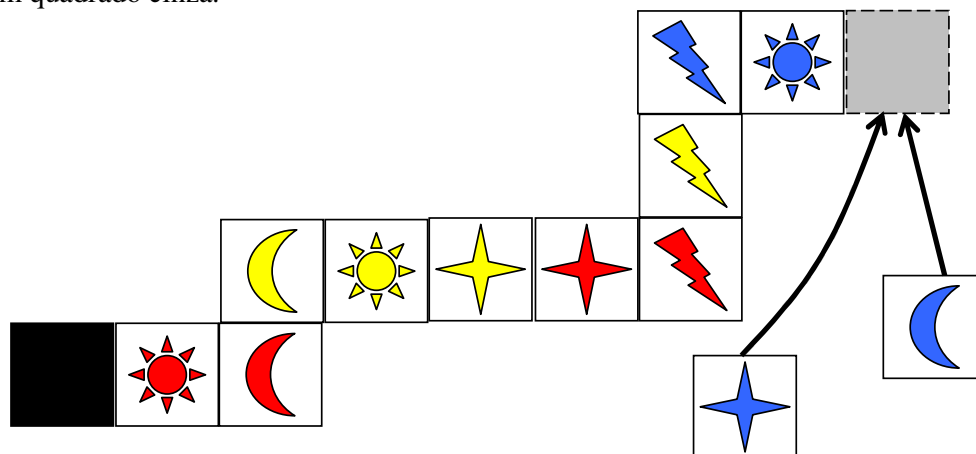
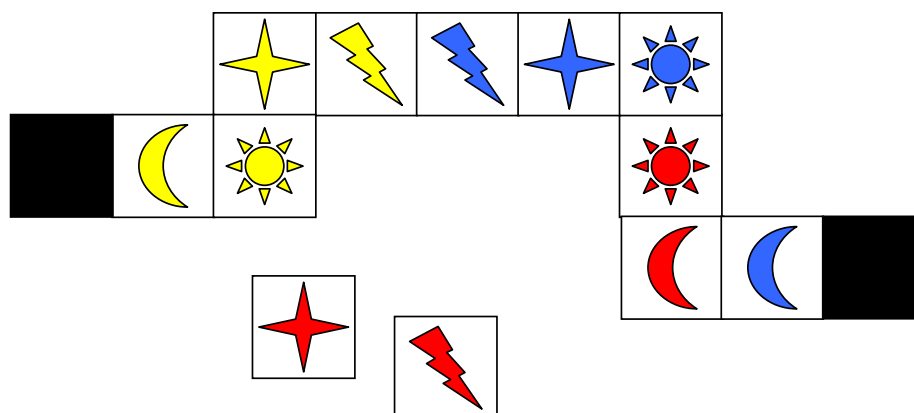
Poderá haver casos ainda mais complexos do que o exemplificado acima, em que a lei de formação não mais terá a possibilidade de ser expressa através das etiquetas (verifique isto), assim, deve-se recorrer à linguagem verbal para exprimi-las. Cabe ao leitor começar a estudar as possibilidades de composições de leis e a geração das correspondentes seqüências.

1.5.- O Dominó das Diferenças

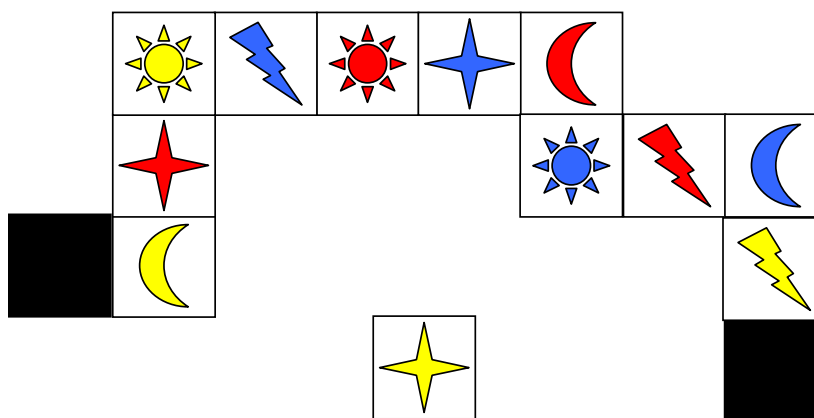
A maioria dos jogos com cartas (no nosso caso com cartões) são, quase sempre, marcados pela necessidade de se formarem pares ou seriações bem organizadas de cartas. Já no caso do Dominó das Diferenças, que estudaremos a seguir, joga-se como se estivéssemos jogando dominó, sendo que o casamento das peças não se faz pela igualdade, mas pelas diferenças de atributos de um cartão para outro, normalmente exigindo dos jogadores que combinem a qual será a quantidade de diferenças a serem consideradas naquele jogo ou naquela partida: uma diferença, duas diferenças etc, de acordo com a quantidade de atributos encontráveis no conjunto de cartões participantes do jogo.

1.5.1.- O Dominó das Diferenças – Jogando com uma diferença

.O Dominó das Diferenças deve ser jogado inicialmente, com cartões exatamente distintos, por isto escolhemos os 12 cartões distintos da série inicial de cartões, para que se percebam as características fundamentais deste jogo.

Na figura a seguir, mostramos um jogo ainda com muitas possibilidades de continuidade, há possibilidades de alocação de cartões em qualquer um das extremidades, assinalada na figura como sendo um quadrado cinza.

Na figura a seguir, o leitor encontrará um exemplo, em que uma das extremidades do jogo está fechada, impossibilitando o prosseguimento do jogo através dela. A extremidade 'fechada' mostra um quadrado em preto, enquanto a extremidade, a que ainda apresenta possibilidade de jogada, mostra um quadrado cinza.

Finalmente podemos ver um exemplo em que ambas as extremidades do jogo de dominó estão fechadas para qualquer tipo de jogada.

1.5.2.- O Dominó das Diferenças – Jogando com duas diferenças

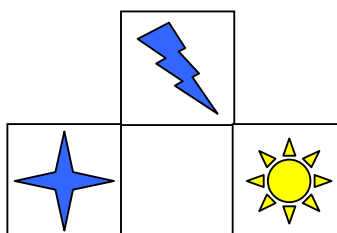
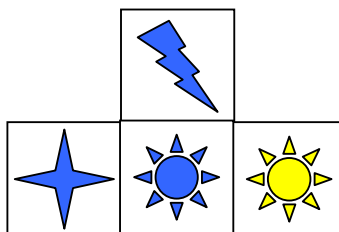
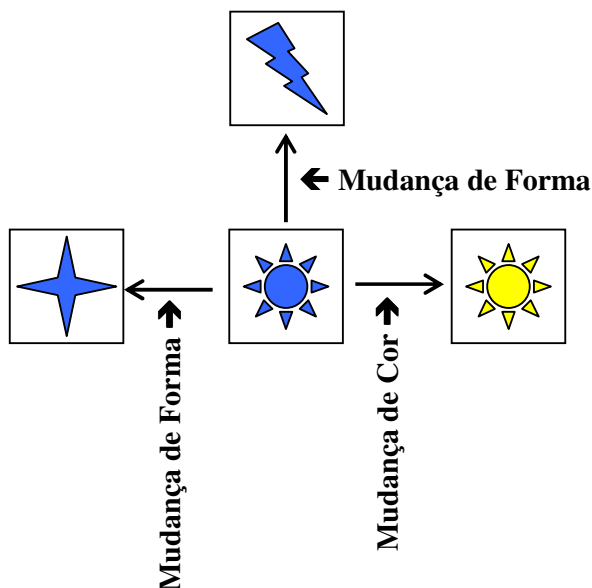
Quando se joga o Dominó das Diferenças com uma diferença de um cartão para outro, deve-se notar que, como estes cartões têm dois atributos, a cada diferença entre os cartões, deve restar uma igualdade entre eles – cores iguais e formas distintas ou formas distintas e cores iguais. Confira isto nas figuras anteriores.

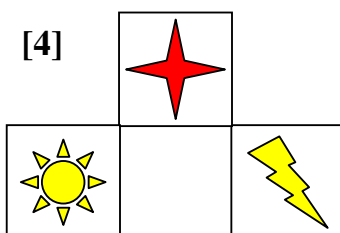
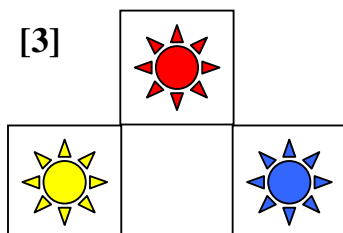
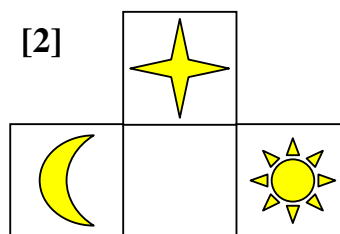
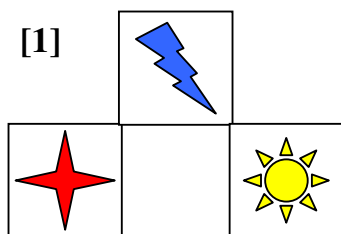
No caso de jogarmos, agora, o Dominó com duas diferenças, os cartões deverão ser absolutamente diferentes do outro, não havendo nem o casamento de cores, nem de formas. Note que o jogo termina com um cartão que não tem como ser utilizado em nenhuma das extremidades.

1.5.3.- O Dominó das Diferenças – Uma sugestão

Nada impede de utilizamos os 24 cartões da série inicial para jogarmos o Dominó das Diferenças, assim, sugerimos que o leitor tente jogar tanto o Dominó de *uma diferença*, como o *das duas diferenças* utilizando toda a série de 24 cartões, cartões estes iguais dois a dois.

1.6.- Jogos " 'dos 3' + 1" Com Uma Diferença

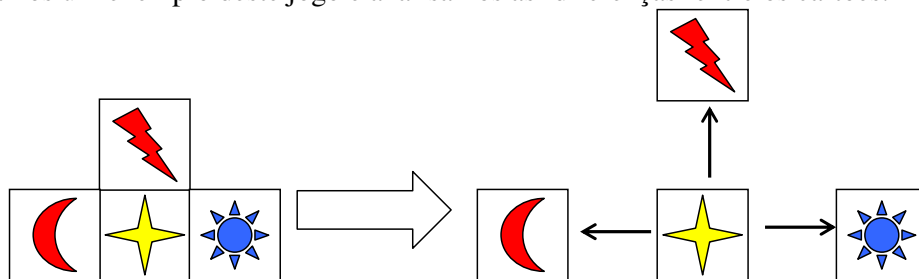
Este jogo exige a participação de pelo menos de dois jogadores . Um deles assume o papel de desafiante e o outro assume o papel de solucionador do problema (ou desafio) proposto pelo primeiro deles. Solucionado o problema as posições se invertem e o desafio será feita pelo segundo jogador.
Vamos a seguir simular a solução de um destes problemas.

- O desafiante – o primeiro jogador – deve escolher *criteriosamente* três cartões e deve dispô-los como na figura a seguir – este é o problema a ser solucionado pelo outro jogador:

- O segundo jogador deve encontrar um cartão que case perfeitamente, apresentando uma diferença de um para o outro, com os três cartões ali apresentados e colocá-lo entre eles, como mostrado na figura.

- Em seguida o segundo jogador deve justificar a sua escolha, mostrando a correção da mesma. Confira estas justificativas no esquema mostrado a seguir, onde se indicam as mudanças de cor ou de forma – que são os únicos dois atributos deste conjunto de cartões –, ou seja, reafirmando-se a existência de uma diferença entre os cartões ali dispostos e aquele colocado por ele.

1.6.1.- Algumas Sugestões Interessantes

- É *bem provável* que alguns destes problemas não apresentem possibilidade de solução, mas por outro lado pode haver aqueles em que ocorra mais do que uma solução. Mas isto tem que ser verificado.
- Já que a finalidade deste livro é a de também desafiar o leitor, propomos que o leitor verifique estas probabilidades apresentando alguns casos em que ocorram estas ‘anomalias’.
- Com a finalidade de estimular o pensamento lógico-matemático de nossos leitores, vamos desafiá-los perguntando: *quais os tipos de escolhas de cartões que podem provocar cada uma destas ‘anomalias’.*
- *Damos a seguir alguns exemplos que devem ser analisados pelo leitor. E começamos a achar que neste jogo ‘3+1 com uma diferença’ não existe a possibilidade de mais do que uma solução. A conferir.*

O leitor deve ter concluído o seguinte, os problemas [1] e [3] não têm solução, os problemas [2] e [4] têm solução: respectivamente, utilizando-se o raio amarelo e a estrela amarela.

Uma pergunta bastante pertinente fica aqui para o leitor: Se estes cartões tivessem três atributos ou mais, as situações propostas acima para o jogo 3+1 com uma diferença. Nos jogos a serem apresentados a seguir haverá cartões com 3 e até 4 atributos. Guarde esta pergunta, para que possamos retomá-la mais tarde.

1.6.2.- Jogos dos 3 + 1 Com Duas Diferenças

Caberá agora ao leitor atento estudar o caso do 'Jogo do 3+1 com Duas Diferenças', não somente quanto à impossibilidade de soluções, como no tocante à possibilidade de haverem outras soluções além de uma única.
A seguir damos um exemplo deste jogo e analisamos as 'diferenças' entre os cartões.

Todos mudaram a Cor e a Forma

1.7.- Um Jogo de Estratégia Usando 3 Dados Hexagonais

Este é um jogo cujas regras são bastante complicadas. Ele é um jogo de sorte, mas exige o uso de estratégias distintas a cada rodada.
Cada cartão a ser descartado deverá ser estabelecido a partir de quatro lançamentos de dados de dados: dois lances com 1 (um) só dado e dois lances com 3 (três) dados cad. Os resultados destes lançamentos devem ser anotados na ficha de anotações – que tem 35 linhas – , mostrada parcialmente, a seguir:

Ficha de Anotações – Nome do Jogador: ____ **Data** _________________

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [2]
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Este é um jogo para 2, 3 ou até 4 jogadores que irão se utilizar, um de cada vez, de 3 dados hexagonais (6 faces numeradas de 1 até 6).

Vamos às regras da Primeira Fase:

- Imprimir várias Fichas de Anotações, 2 ou 3 para cada jogador;
- Embaralhar os 24 cartões e distribuí-los entre os jogadores:
  - se dois jogadores: 12 cartões para cada um;
  - se três jogadores: 8 cartões para cada um;
  - se quatro jogadores: 6 cartões para cada um.
- O primeiro jogador lança um dado e anota os resultados na *Folha de Anotações*, sob a supervisão dos demais jogadores;
- Agora ele toma três dados e os lança, conta os pontos obtidos e anota esta soma na Ficha de Anotações;
- Repete o lançamento de um dado, seguido do lançamento de três dados e anota os resultados na Ficha de Anotações;

Vamos às regras da Segunda Fase:

- De posse dos resultados obtidos e anotados, ele deverá compor a sentença que corresponderá ao cartão a ser descartado por ele;
- O primeiro dos lançamentos corresponderá aos sinais: – (se o resultado for ímpar: 1, 3 ou 5) e + (se o resultado for par: 2, 4 ou 6), representando respectivamente a negação de uma propriedade (não-estrela, não-sol, não-raio; não-lua ou então não-azul, não-vermelho ou não-amarelo), ou confirmando aquela propriedade (estrela, sol, raio, lua ou então azul, vermelho ou amarelo);
- O segundo lançamento corresponderá a um número que deve ter sua correspondência buscada na tabela [1];
- O terceiro e quarto lançamentos, corresponderão a um sinal (+ ou –) , seguido de um valor a ser buscado na Tabela [2];

TABELA [1]: 1ª Jogada com três dados hexagonais

Jogada																
Soma dos três dados	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Prevalência da Cor

TABELA [2]: 2ª Jogada com três dados hexagonais

Jogada																
Soma dos três dados	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Prevalência da Forma

Nota Importante:

A correspondência, entre a quantidade de pontos obtidos no lançamento dos três dados e os atributos mostrados nas tabelas (cor, forma ou o desenho de um dado hexagonal), foi estabelecida de acordo com a Lei das Probabilidades, em que, por exemplo: as somas '3' ou '18' são bem mais difíceis de ocorrer do que a soma '9'. Enquanto a soma 3 só tem uma possibilidade: 1+1+1, e a soma '18' também só tem a possibilidade 6+6+6, a soma '9' tem várias: 1+2+6, 2+1+6, 1+3+5, 1+4+4, e assim por diante. Assim, segundo este raciocínio, os valores com maior probabilidade de ocorrer são o '10' e o '11', como resultados da soma no lançamento de três dados.

Como as somas das extremidades das tabelas [1] e [2] têm menor chance de ocorrer como soma dos pontos no lançamento de três dados e, à medida que se avança, a partir das extremidades das tabelas para o centro, as chances de ocorrência daquelas somas aumentam: (i) na Tabela [1], como as cores estão no centro da tabela, haverá maior possibilidades de que ao lançar os três dados você consiga, com mais facilidade uma cor, por isto ela é denominada tabela de 'Prevalência da Cor'; (ii) usando-se o mesmo raciocínio, a Tabela [2] é denominada tabela de 'Prevalência da Forma'.

Somente para citar quatro exemplos, ao tomarmos como referência a Tabela [1], pode-se verificar que as somas das frequência dos seguintes pares de valores: 3 e 15; 4 e 16; 5 e 17; 6 e 18, é a mesma. Isto ocorre automaticamente tanto na Tabela [1] quanto na Tabela [2].

- Para aqueles que estudaram a Teoria das Probabilidades, ficam aqui três perguntas:
- A quantidade de somas obtidas no lançamento de três dados hexagonais equivale à quantidade de somas obtidas no lançamento de dois dados octogonais? As probabilidades das somas são as mesmas para valores iguais, obtidos nos lançamentos de um e do outro conjunto de dados,

respectivamente, três dados hexagonais e dois dados octogonais?

- Quais são as frequências com que ocorrem as diversas somas alocadas nas Tabelas [1] e [2] ?
- Estas frequências podem ser realmente agrupadas aos pares, como pode ser visto, nas Tabelas [1] e [2], com o intuito de igualarem na soma, as probabilidades de ocorrências dos eventos ali expostos ?

- Note que, de acordo com os lançamentos de três dados, pode ocorrer que: o jogador consiga duas cores; duas formas ou então uma forma e uma cor;
- Veja alguns exemplos na *Ficha de Anotações* a seguir:

Ficha de Anotações – Nome do Jogador: ____ Data ________________

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [2]
1.	5 ↔ (–)	6	–6 ↔ não-estrela	6 ↔ (+)	13	+13 ↔ raio
2.	4 ↔ (+)	9	+9 ↔ vermelho	2 ↔ (+)	9	+ 9 ↔ raio
3.	2 ↔ (+)	10	+10 ↔ amarelo	4 ↔ (+)	5	+ 5 ↔ vermelho
4.	1 ↔ (–)	15	–15 ↔ não-sol	6 ↔ (+)	7	+7 ↔ sol
5.	2 ↔ (+)	6	+6 ↔ estrela	4 ↔ (+)	10	+10 ↔ estrela
6.	3 ↔ (–)	9	–9 ↔ não- vermelho	1 ↔ (–)	16	–16 ↔ não-amarelo
7.	5 ↔ (–)	9	–9 ↔ não- vermelho	6 ↔ (+)	5	+5 ↔ vermelho
8.						
9.						
10.						

- Confira, a partir das anotações a seguir, quais os cartões a serem descartados:
  - Jogada 1: não estrela *ou* raio;
  - Jogada 2: raio vermelho
  - Jogada 3: qualquer figura em amarelo ou vermelho;
  - Jogada 4: descarte impossível - *o jogador perde a vez;*
  - Jogada 5: estrela de qualquer cor;
  - Jogada 6: qualquer figura não-vermelha *e* não-amarela, ou seja, qualquer figura azul;
  - Jogada 7: descarte impossível - *o jogador perde a vez;*
- As anotações poderiam ser mais simplificadas, como por exemplo, a primeira linha da Ficha de Anotações acima apresentada poderia apenas conter o seguinte:

Ficha de Anotações – Nome do Jogador: ______________________________ **Data** ____________

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabela [2]
1.	5	6	–6 : não-estrela	6	13	+13: raio
2.	4	9	+9: vermelho	2 :	9	+ 9: raio

- Agora vamos analisar o caso em que o valor obtido no 2º ou no 4º lançamentos de três dados, leva o jogador à obtenção da figura de um dado:

  - Caso isto ocorra, o jogador tem direito a jogar de novo para 'corrigir' uma jogada que lhe seja desfavorável e exatamente utilizando a tabela [1] ou [2] em que obteve a figura do dado;
  - A jogada corrigida deve ser anotada juntamente com a jogada anterior que deverá ser riscada na Ficha de Anotações.
  - Há que se considerar o caso do jogador que obtém um dado em cada uma das tabelas, ou seja, dois dados: a *obtenção destes dois dados dará o direito ao jogador de descartar duas quaisquer de suas cartas*.

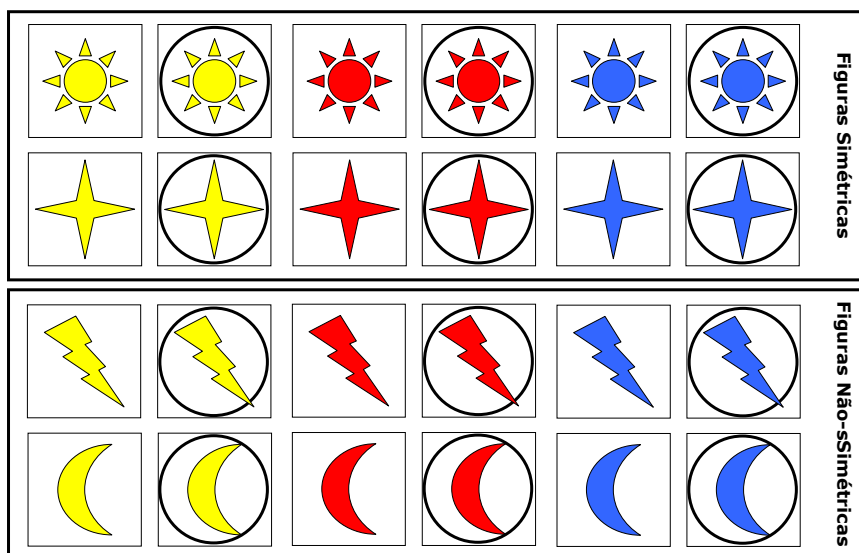
Ficha de Anotações – Nome do Jogador: ______________________________ **Data** ____________

Jogada	1º lançamento (1 dado)	2º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabelas [1]	3º lançamento (1 dado)	4º lançamento (3 dados)	Cartão a ser Jogado Tabelas [2]
1.	5 ↔ (–)	6	–6 ↔ não-estrela	6 ↔ (+)	13	+13 ↔ raio
2.	4 ↔ (+)	9	+9 ↔ vermelho	2 ↔ (+)	9	+ 9 ↔ raio
3.	2 ↔ (+)	10	+10 ↔ amarelo	4 ↔ (+)	5	+ 5 ↔ vermelho
4.	1 ↔ (–)	15	–15 ↔ não-sol	6 ↔ (+)	7	+7 ↔ sol
5.	2 ↔ (+)	6	+6 ↔ estrela	4 ↔ (+)	10	+10 ↔ estrela
6.	3 ↔ (–)	9	–9 ↔ não- vermelho	1 ↔ (–)	16	–16 ↔ não-amarelo
7.	5 ↔ (–)	9	–9 ↔ não- vermelho	6 ↔ (+)	5	+5 ↔ vermelho
8.	~~6 (+)~~ 2 (+)	~~7~~ 4	~~DADO~~ +4 ↔ lua	2↔ (+)	13	+13 ↔ raio
9.	4 (+)	14	DADO	6 (+)	15	DADO
10.						

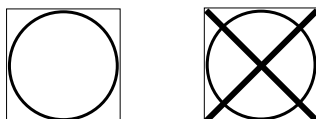
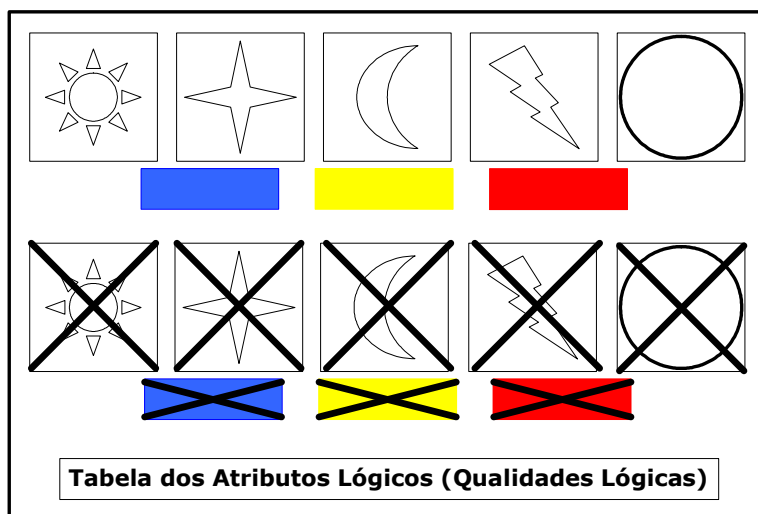
Confira, a partir das anotações acima quais os cartões a serem descartados:

- jogada 8: o jogador obteve a figura do dado na Tabela [1] e o jogador pôde refazer a jogada, porquê possivelmente, não tivesse um cartão com a figura do raio, para descartar;
- jogada 9: a obtenção simultânea de dois dados, um na Tabela [1] e outro na Tabela [2], dará o direito ao descartes de dois cartões quaisquer.

1.8.- Ampliando o Conjunto de Cartões

Nós podemos transformar os nossos 24 cartões da série inicial, que eram iguais dois a dois, em 24 cartões *completamente distintos*, como mostrados a seguir, mediante o acréscimo de mais um atributo.

Veja que além dos atributos cores e formas adicionamos um novo atributo a apenas um dos cartões que antes se constituíam em pares, desenhamos uma circunferência em um dos cartões.
A partir disto nós passamos a contar com 24 cartões com 3 atributos cada: 3 cores, 4 formas e 2 possibilidades, uma sendo a *negação* da outra: *'com circunferência'* e *'sem circunferência'*, o que nos dará a quantidade de: $3 \times 4 \times 2 = 24$ *cartões distintos entre si.*
O leitor atento irá entender que estamos trabalhando aqui com dois tipos de atributos, cores e formas, que não têm como serem visualmente, um a negação do outro, no entanto a existência ou não de um círculo envolvendo as figuras se constitui em atributo que pode ser tomado como positivo ou negativo. Podemos negar uma das cores, como no caso de: 'não azul' (cuja notação em lógica seria '~azul' ou '¬azul'). Temos, no entanto, que ir buscar o significado de '¬azul' no universo daquelas cores utilizadas no conjunto de cartões, como fizemos anteriormente. Assim sendo, '¬azul' no nosso caso, corresponderá a 'amarelo ou vermelho'.

1.8.1.- Criando uma Nova Etiqueta

Com estes 24 cartões distintos poderemos retomar todos os jogos que sugerimos quando da utilização da nossa série inicial de cartões, desde que acrescentemos em nossas etiquetas mais dois símbolos, como os da figura a seguir, que passam a representar: *'com circunferência'* e *'sem circunferência'*.

Assim, o nosso conjunto de etiquetas passará a ser o seguinte:

O leitor deve ser alertado para o seguinte fato: a escolha de um dos atributos genéricos como forma, cor ou existência do círculo, permite a obtenção de algum tipo de partição (divisão em grupos) do micromundo, a saber:

- Atributo forma (sol, estrela, lua e raio): quatro grupos;
- Atributo cor (azul, amarelo e vermelho): três grupos;
- Atributo círculo: dois grupos aqueles com o círculo e aqueles sem o círculo.

No entanto há partições bastante complexas a serem consideradas quando se misturam de forma convenientemente lógica os 16 atributos vistos na tabela acima, como por exemplo: 'figuras não-simétricas, não-azuis, com círculos', onde o atributo 'não-simétrico' não pertencendo explicitamente à tabela, é um valor metalingüístico, ou seja, não ocorre naturalmente quando se observa a estrutura dos cartões deste jogo. Os conceitos 'não-simétrico' e 'simétrico' devem ser definidos, utilizando-se a linguagem natural.

1.8.2.- Dominó das Diferenças com Cartões com Três Atributos

Quando se joga o Dominó das Diferenças com um conjunto de cartões com três atributos, no nosso caso atual: cores, formas e existência ou não de um círculo, podemos escolher jogar com uma, duas ou três diferenças de um cartão para outro. Deve-se notar que respectivamente para uma diferença devem restar duas igualdades entre os cartões, no caso de duas diferenças restará uma igualdade, e no caso de três diferenças nada restará em termos de igualdade de um cartão para outro.
A partir deste novo conjunto de cartões, convidamos os nossos leitores a pensarem sobre as novas possibilidades de jogar com eles, e a utilizá-los, pelo mesnos, para jogar o Dominó das Diferenças (com uma, duas e três diferenças de um cartão para outro).

1.8.3.- O Dominó das Diferenças Jogado com Dados Hexagonais

Há muitos tipos de dados, o mais comum é o dado hexagonal (um hexaedro regular, com as seis faces numeradas de 1 a 6), mas os há dados com 4, 8, 12 e 20 faces, constituídos respectivamente pelos poliedros regulares: tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

- Usando um dado hexagonal ao se jogar o Dominó de uma ou duas diferenças deve-se adotar o seguinte critério para as jogadas: se o resultado for número ímpar (1, 3 ou 5) corresponderá a uma jogar com um cartão com uma diferença, enquanto um resultado par (2, 4 ou 6) corresponde a jogar com um cartão com

duas diferenças. No caso do dado em forma de tetraedro o mesmo critério pode ser utilizado.

- No caso do Dominó com uma, duas ou três diferenças podemos adotar o dado hexagonal: se o resultado for 1 ou 4, uma diferença; se for 2 ou 5, duas diferenças; se for 3 ou 6, três diferenças. Para facilitar o raciocínio em termos de se saber qual o tipo de jogadas, uma, duas ou três diferenças, adota-se o o valor numérico obtido no dado, subtraído de três, quando ele ultrapassar o valor 3. Assim, por exemplo o resultado 5 nos levará através do 5 – 3 ao 2, ou seja, duas diferenças.
- Um caso interessante é jogar o Dominó de uma, duas ou três diferenças, utilizando um dado tetraédrico (ele possui 4 faces triangulares), adotando-se o critério: se os resultados forem 1, 2 ou 3, a jogada corresponderá a cartões com 1, 2 ou 3 diferenças, o resultado 4 fará com que o jogador perca a vez, passando a jogada para o próximo adversário.
- Pode-se pensar muitos outros tipos de critérios baseados nos resultados dos diversos tipos de dados – em forma de tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro regulares – encontráveis atualmente no comércio. Basta pensar e combinar com os jogadores o tipo de critério a ser adotado. Bom jogo!

1.9.- Os Cartões Lógicos Rotadores

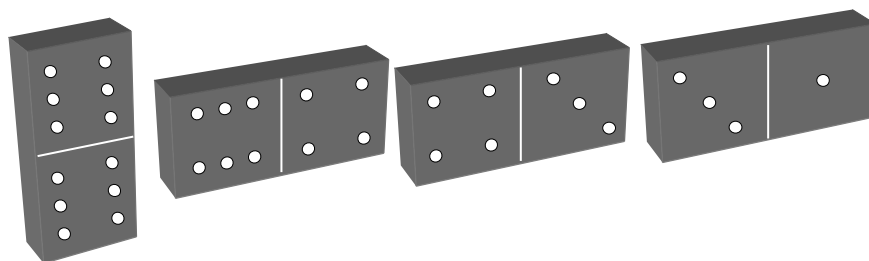
O leitor que pretende ampliar seus conhecimentos sobre o uso de cartões lógicos em atividades lúdicas ou educacionais, a partir deste JLOGC#01, poderá ir diretamente para o JLOGC#30, intitulado *'Triângulos e Quadrados Rotadores'* e para o JLOGC#31, intitulado *'Hexágonos Rotadores'*. Neles, novos tipos de cartões são apresentados, onde flechas indicam o sentido de rotação dos mesmos, sentido horário e anti-horário.
Todos os Jogos vistos neste JLOGC#01 podem ser repetidos e ampliados com o uso dos cartões rotadores triangulares, quadrados e hexagonais e as novas etiquetas apropriadas a estes novos cartões.

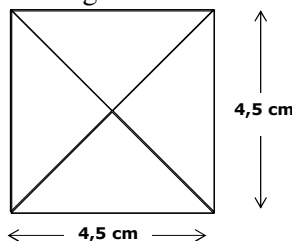
JLOGC#02 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 02

DOMINÓS QUADRADOS 4-CORES E 5-CORES

Ao contrário dos dominós tradicionais em que o casamento entre as peças somente pode ocorrer, no máximo de duas maneiras, os dominós quadrados permitem quatro possibilidades de casamento com outros dominós deste mesmo tipo. Jogar dominó utilizando-se das seis peças do Dominó Quadrado com Quatro Cores é algo trivial, pois cada uma das peças contém todas as quatro cores, o que torna sempre possível os casamentos entre as peças. É preciso que criemos mais algumas peças neste dominó para que, ao jogarmos com elas, os desafios se tornem mais interessantes. Com o simples acréscimo de mais uma cor neste conjunto de 4 cores, passa-se a ter cinco cores a serem combinadas 4 a 4, o que permitirá ampliar este conjunto de 6 para 30 dominós distintos entre si.

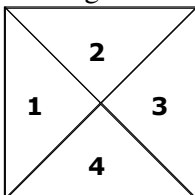
2.1.- Dominós Retangulares e Dominós Quadrados

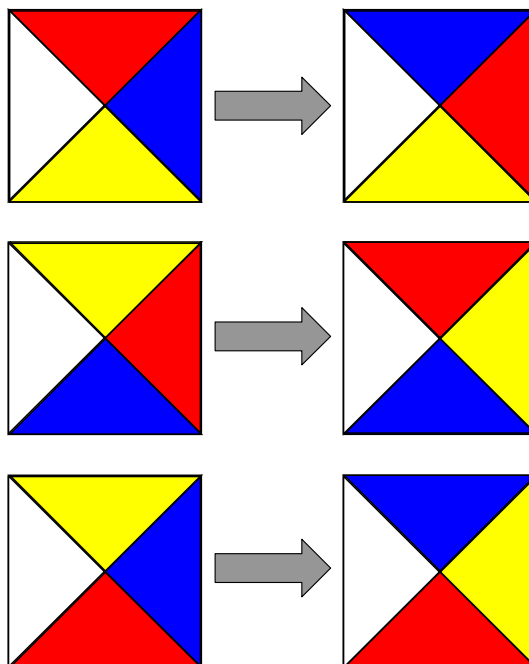
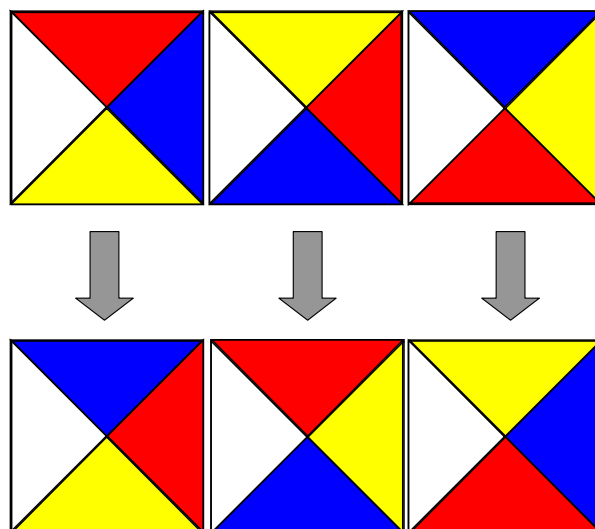
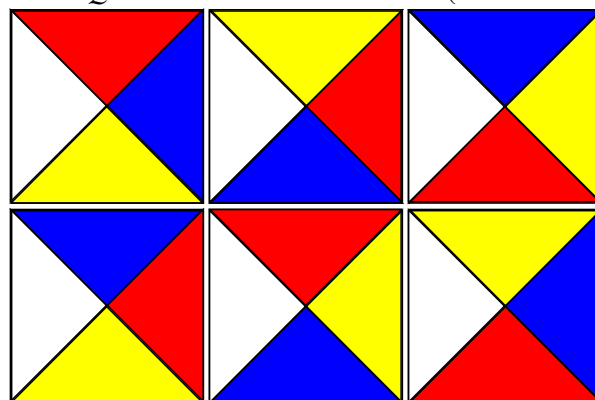
O dominó comum é constituído por peças retangulares e é dividido em duas regiões quadradas geralmente denominadas ‘pontas’. Sabemos que, jogar com os dominós comuns, consiste em buscar o *casamento de padrões quantitativos* idênticos, ou seja, colocar em correspondência direta, uma a uma, a mesma ‘quantidades’ de ´pequenos círculos’ existentes numa das ‘pontas’ (ou nas duas pontas) dos dominós, como mostrado a sequência na figura a seguir.

Já no caso dos dominós quadrados a serem apresentados a seguir, haverá quatro possibilidades de casamento de padrões, mas o casamento ainda se dará um a um, ou seja, das quatro possibilidades existentes, deve-se escolher apenas uma, para se realizar esta correspondência, como se verá a seguir.

O módulo básico para a elaboração dos cartões dos Dominós Quadrados 4-Cores e 5-Cores, cuja medida é 4,5cm $\times$ 4,5cm, é apresentado a seguir

Estes dominós poderiam ser numéricos (apresentando quantidades em cada uma das quatro regiões em que esteja dividido), no entanto, por uma questão de simplificação, optamos pelo seguinte: cada

uma das quatro regiões triangulares deve apresentar-se com cores distintas entre si, escolhidas inicialmente, entre as quatro cores, a saber: branco, vermelho, azul e amarelo.

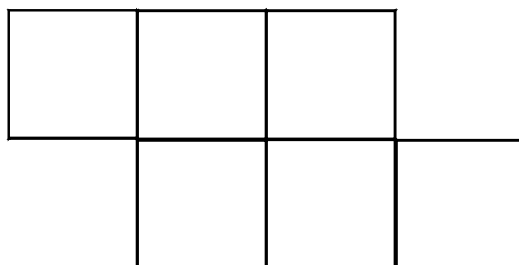
2.1.1.- Criando os Dominós Quadrados

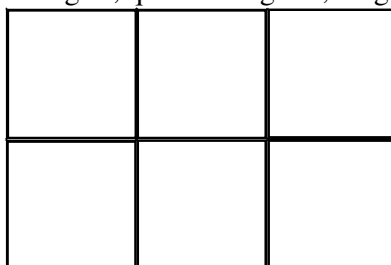
Para que não haja possibilidade de erro na criação de nossos 6 dominós, que deverão ser distintos entre si, vamos numerar as nossas 4 regiões triangulares da seguinte forma:

Feito isto, escolhamos uma cor – para sempre figurar na posição '1' –, no nosso caso, o branco, e distribuamos as demais cores da seguinte forma: 'vermelho ↔ 2' , 'azul ↔ 3' e 'amarelo ↔ 4'. Está criado o nosso primeiro dominó quadrado com quatro cores. Feito isto, mantemos as cores das regiões '1' e '4', e permutamos entre si as cores das regiões '2' e '3'. Veja na figura a seguir os dois dominós criados através deste critério.

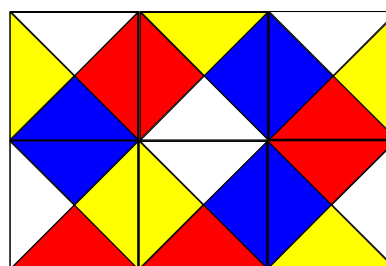
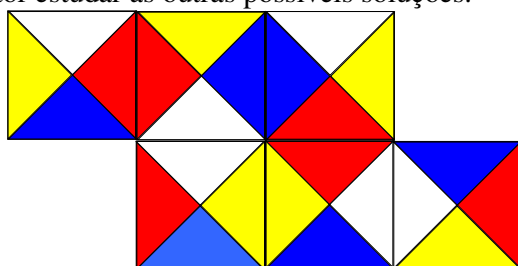
Veja nas figuras a seguir todas as seis peças do nosso dominó, distintas entre si, criadas de acordo com o critério adotado acima:

A figura a seguir apresenta o conjunto dos 6 dominós Quadrados Com Quatro Cores, de acordo com a forma de geração (acima, a geração dos dominós é apresentada na horizontal, abaixo é apresentada na vertical – confira!).

Finalmente, adotaremos a disposição dos dominós apresentada a seguir como aquela que de base para a elaboração dos *Dominós Quadrados com Cinco Cores* (vide item 2.3., a seguir).

2.1.2.- Cálculo da Quantidade de Dominós Quadrados Distintos Entre Si

Aqueles que conhecem a Análise Combinatória concordarão conosco que a quantidade de dominós correspondentes a todas as possibilidades de se distribuir n elementos em um círculo (as permutações circulares) é calculado pela fórmula: $PC_n = (n - 1)!$. Assim sendo, se temos 4 cores para serem distribuídas de forma circular no nosso dominó quadrado, iremos obter: $PC_4 = (4 - 1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$ possibilidades. Cálculo este que confirma a nossa estratégia de construção dos dominós, acima adotada.

2.2.- Jogos de Paciência com os seis Dominós Quadrados

Há basicamente dois possíveis jogos de paciência utilizando os seis dominós quadrados com quatro cores. Estes dois jogos consistem em se tentar preencher um tabuleiro com os seis dominós, tomando-se o cuidado de casar exatamente, cada uma das peças, de acordo com as cores.

O preenchimento deste primeiro tabuleiro – que é formado por um quadrado no centro – que deve ser preenchido com quatro dominós e duas abas que devem ser preenchidas com os outros dois dominós restantes – é bastante fácil.

O segundo tabuleiro, mostrado a seguir, que é retangular, exige um pouco mais de paciência.

2.2.1.- As Soluções dos Jogos de Paciência

O leitor há de concordar que existem muitas soluções possíveis para estes dois jogos de paciência. A seguir apresentamos uma das possíveis soluções para cada um dos dois tipos de tabuleiro. Cabe ao leitor estudar as outras possíveis soluções.

2.3.- Criando um Dominó Quadrado com Cinco Cores

A nossa proposta é a seguinte: vamos ampliar o conjunto de dominós quadrados apresentados acima, adotando mais uma cor, além daquelas quatro cores inicialmente escolhidas. Isto nos permitirá a criação de um novo dominó quadrado, agora utilizando 5 cores tomadas de 4 em 4.

Ás cores já escolhidas para a criação do conjunto de cartões que denominamos *Dominó Quadrado com Quatro Cores*, vai-se acrescentar o *verde*. Assim, iremos trabalhar com as cores: branco, vermelho, azul, amarelo e *verde*. Os dominós, que iremos elaborar com o acréscimo desta nova cor, formando conjuntos de quatro cores a cada vez, (5 cores tomadas 4 a 4) serão denominados *Dominós Quadrados com Cinco Cores.*

2.3.1.- Buscando uma Heurística Para criar mais Dominós Quadrados

A palavra *heurística* provém do grego *heuristiké* [*téchne*], que corresponde em português a 'arte de encontrar', 'descobrir'. A interjeição '*Heureca!*' tem como equivalentes na língua portuguesa as expressões *'Descobri!', 'Achei!'*.

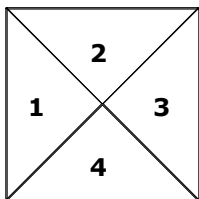
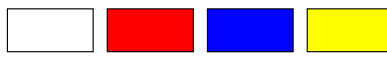
A *heurística* é vista como uma ciência que tem por objeto a descoberta de fatos, propriedades ou características de um fenômeno, a invenção ou ainda a resolução de problemas práticos, através de métodos de investigação em que se utilizam aproximações sucessivas e/ou progressivas.

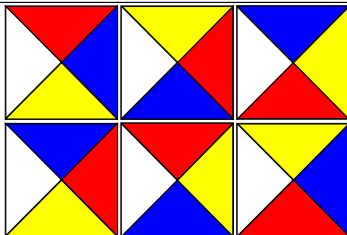
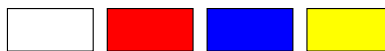
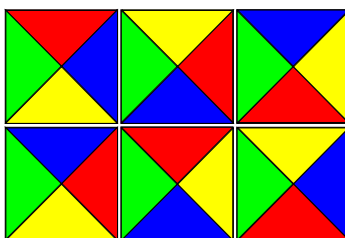
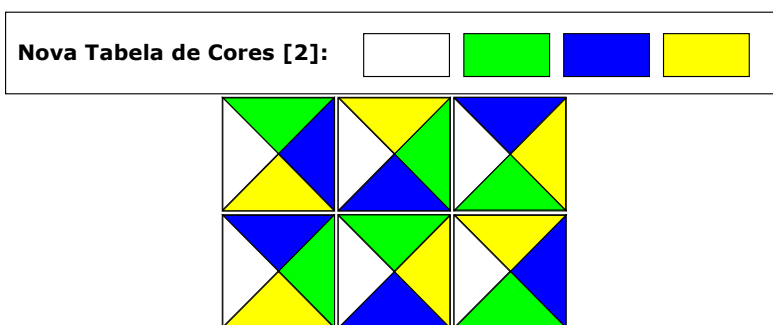
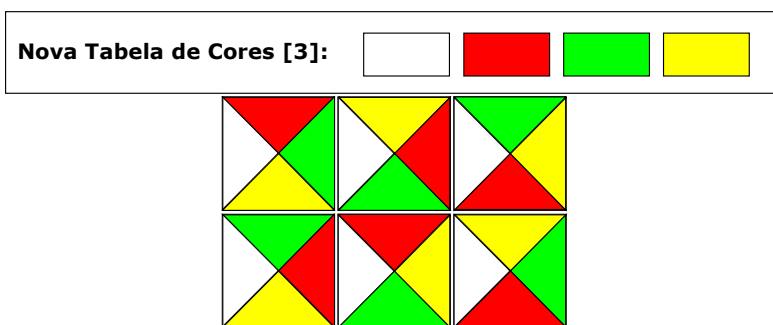
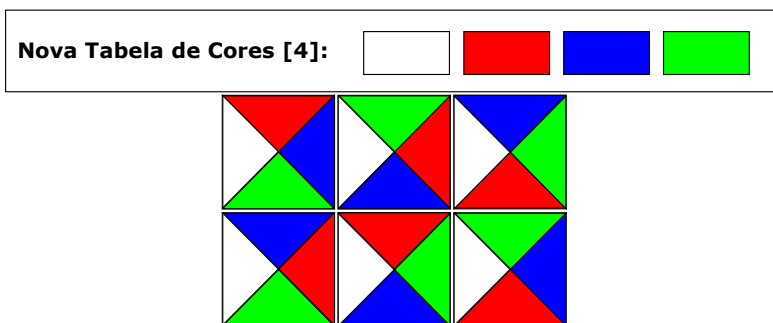
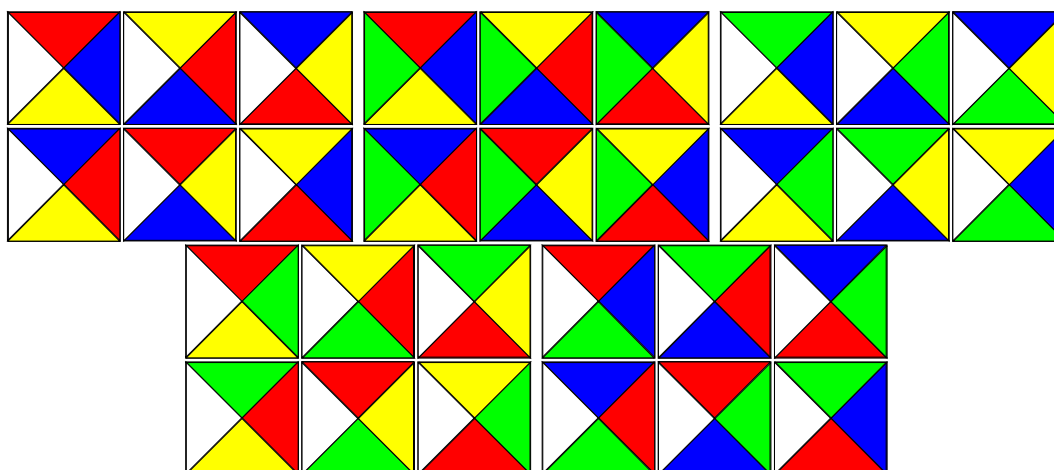
Colocado em outras palavras, esta 'ciência' pode ser vista como depositária de conjuntos de regras e/ou métodos que, embora não rigorosos, geralmente refletem raciocínios suficientemente lógicos, que permitem a obtenção de soluções bastante satisfatórias para certos tipos de problema ou para conjunto de problemas, bem como podem possibilitar a descoberta ou a invenção.
A língua inglesa possui uma expressão bastante interessante que faz referência ao que seja uma heurística: *'a rule of thumb'*, cuja tradução seria *'uma regra do polegar'*. Esta expressão se originou da idéia de se poder obter uma medida aproximada em polegadas ('uma polegada ' = 'one inch' = 2,54 cm) de algum objeto, utilizando-se o polegar. Hoje em dia, esta expressão é utilizada nos países de língua inglesa para se referir a todo princípio prático normalmente aplicado quando não se pretende (descobrir, avaliar ou criar) algo estritamente acurado ou exato.

2.3.1.1.- Solucionando o Nosso Problema

Vamos apresentar a nossa heurística que visa solucionar o problema da criação de mais 24 dominós, inteirando com os dominós até aqui criados, um conjunto de 30 dominós completamente distintos entre si. O seguinte raciocínio, a ser apresentado a seguir, nos pareceu bastante lógico e cremos que o leitor poderá verificar, que ele possibilitará uma solução totalmente confiável para o nosso problema.

2.3.1.2.- Criando os Dominós Quadrados com Cinco Cores

Seja considerar os dominós quadrados cujo modelo original e as cores originais estão representadas a seguir:

A nossa heurística consiste em tomar a nossa tabela de cores originalmente utilizada para a criação dos *Dominós Quadrados com Quatro Cores*, bem como o conjunto daqueles seis dominós distintos entre si, e irmos trocando, sucessivamente, a cada passo, cada uma das cores da tabela de cores originais, pela cor verde. Procedimento este que deve ser repetido em cada uma das peças do dominó original.

- **1º Passo:** Tomar a tabela das quatro cores originais e o conjunto de dominós distintos entre si, que ostentam aquelas quatro cores.

- **2º Passo:** Trocar a cor branca onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:

- **3º Passo:** Trocar a cor vermelha onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:

- **4º Passo:** Trocar a cor azul onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:

- **5º Passo:** Trocar a cor amarela onde ela ocorrer – tanto na tabela de cores, como no conjunto de dominós, pela cor verde:

- **Conclusão:** Temos agora um conjunto de 30 dominós completamente distintos entre si – confira nas figuras a seguir. Feito isto, podemos agora jogar com eles, o jogo de dominó tradicional, que consiste na busca do casamento de padrões idênticos um a um.

2.4.- Jogo da Discriminação

Um primeiro jogo a ser feito com este 30 dominós distintos entre si é o da discriminação, ou seja, o jogador, depois de embaralhá-los bem, deve separá-los de acordo com o conjunto de cores que cada um dos grupos possui. Deve-se proceder da seguinte forma: embaralhar todos os dominós e grupá-los, em seguida de acordo com os conjuntos de cores apresentados na tabela apresentada a seguir.

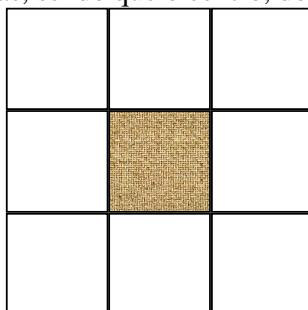
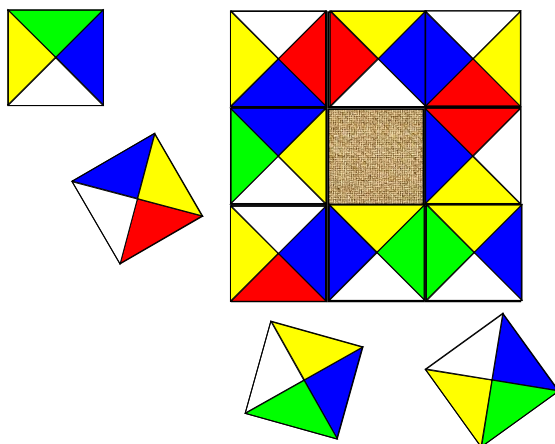
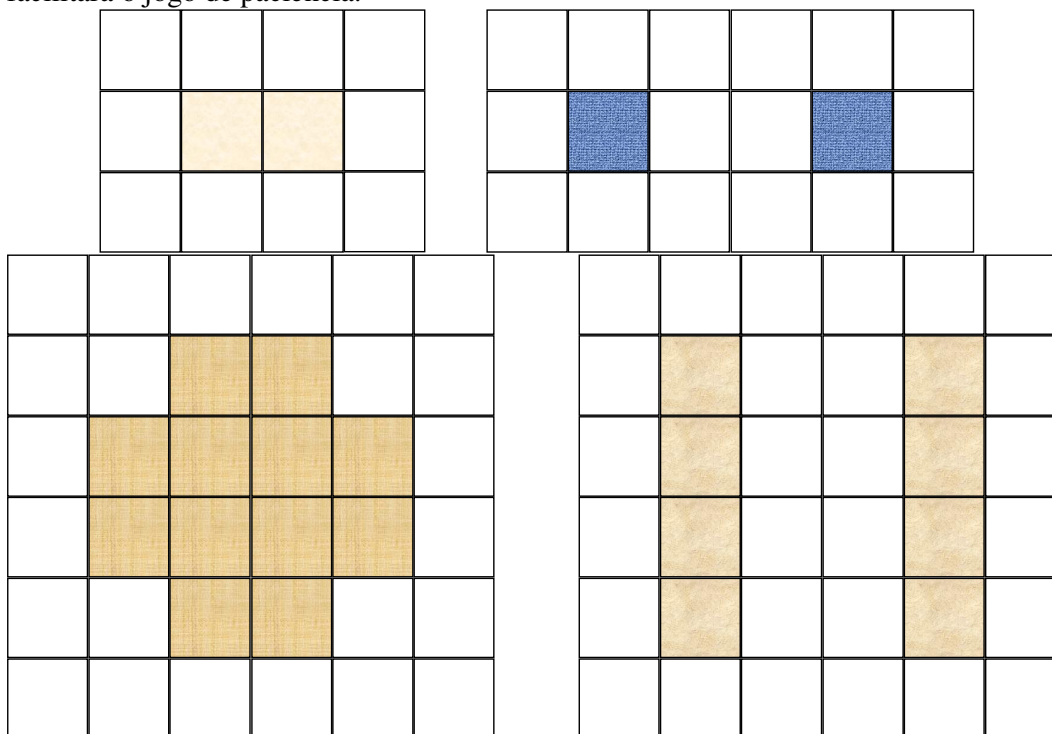
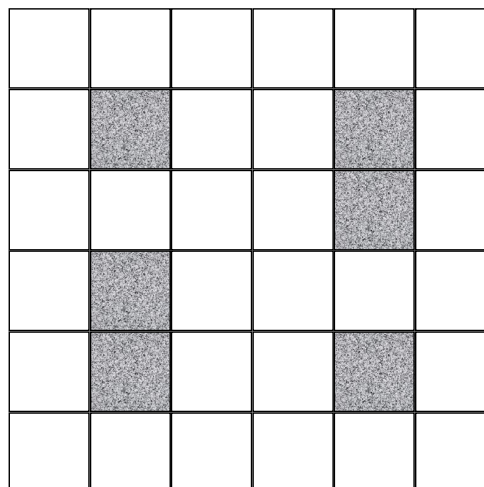
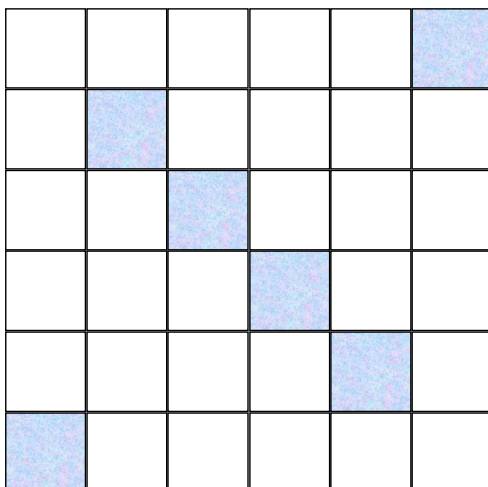
Tabela de Cores dos Dominós de 5 Cores tomadas 4 a 4					
	1	branco	vermelho	azul	amarelo
	2	verde	vermelho	azul	amarelo
	3	branco	verde	azul	amarelo
	4	branco	vermelho	verde	amarelo
	5	branco	vermelho	azul	verde

Um outro jogo de discriminação que poderia vir a ser praticado, é aquele em que não se faz o uso da tabela de cores o que, no entanto, parece ser bastante difícil. Neste caso, o leitor deve estar atento ao seguinte: estes 5 conjuntos de 6 dominós deverão ser sempre grupados segundo suas cores básicas.

2.5.- Jogos de Paciência utilizando os 30 Dominós Quadrados

Podemos utilizar os 30 dominós quadrados para jogar novos jogos de paciência. Quando então iremos adotar tabuleiros, com medidas das mais diversas, para tentar encaixar estes dominós, de acordo com os dois casos a seguir expostos..

2.5.1.- Primeiro caso: Preencher tabuleiros do Tipo Moldura

Podemos adotar tabuleiros do tipo ‘moldura’, como os expostos nas figuras a seguir, em que o mais básico deles, mede 3 por 3 quadrículas, sendo que o centro, do mesmo não deverá ser preenchido:

O exemplo a seguir mostra o tabuleiro básico preenchido utilizando-se dois dos conjuntos de 6 dominós. No entanto, podemos tornar o jogo mais difícil, onde o jogador sorteia 10 peças entre as 30 do total de peças e tenta preencher o tabuleiro com elas, e somente elas. Está claro que alguns conjuntos destas 10 peças sorteadas podem tornar o preenchimento impossível. Será verdade? Tente encontrar algum exemplo deste fenômeno, se é que ele pode ocorrer.

O leitor poderá escolher outros tabuleiros do tipo moldura entre alguns daqueles mostrados a seguir, ou criar os seus próprios tabuleiros do tipo moldura. Note que os dois últimos exemplos exigirão as trinta peças para o seu preenchimento, sendo que os demais exigirão bem menos peças, o que facilitará o jogo de paciência.

2.5.2.- Segundo caso: Preencher tabuleiros Quadrados e Retangulares

Será possível adotar tabuleiros quadrados com as seguintes medidas: 2×2, 3×3, 4×4 até 5×5, com quadrículas medindo 4,5 cm por 4,5 cm.

No caso de tabuleiros retangulares, a coisa se complica, devido à possibilidade de termos medidas das mais variadas, ou seja, podemos ter tabuleiros cujo número de quadrículas poderão ser:

- 2×3, 2×4, 2×5, 2×6, 2 ..., até 2×15;
- 3×4, 3×5, 3×6, 3×7, 3×8, 3×9, 3×10;
- 4×5, 4×6, 4×7;
- 5×5, 5×6.

O leitor mais prático, não irá precisar de um tabuleiro para dispor as suas peças, mas tão somente medir as peças (4,5 cm × 4,5 cm) e traçar um quadrado com as medidas necessárias para encaixar todas as peças, como por exemplo:

- Para dispor 3 por 4 dominós, basta calcular: 3 × 4,5cm = 13,5cm e 4 × 4,5cm = 18cm, e desenhar um retângulo de 13cm por 18cm.
- Para dispor 5 por 5 dominós: basta calcular 5 × 4,5cm = 22,5 cm e desenhar um quadrado de 22,5cm de lado.

2.5.3.- Sugestões Interessantes

A idéia deste livro é permitir ao leitor criar novas regras para os aqui mostrados jogos, ou mesmo, criar os seus próprios jogos. Sendo assim, sugerimos ao leitor mais curioso algumas idéias que poderão ser utilizadas neste JLGC#01:

1. Estudar quais dos tabuleiros oferece uma maior dificuldade de preenchimento,;
2. Criar tabuleiros mais complexos que os anteriormente apresentados – vide no arquivo JLOGC#02 do CD-R o material para imprimir e construir novos tabuleiros;
3. Limitar o número de peças que serão sorteadas previamente para o preenchimento dos tabuleiros que utilizem menos do que 30 peças para o seu preenchimento.
4. Verificar quais os preenchimentos de tabuleiros – sob quais condições pré-estabelecidas – são impossíveis;

5. Uma proposta, bastante interessante de jogo, que além de ser difícil, poderá se mostrar, em alguns casos, praticamente impossível, é a seguinte:
   - Este é um jogo para dois jogadores, o primeiro propõe o problema que o segundo deve resolver;
   - Deve-se contar a quantidade de casas do tabuleiro escolhido para o jogo e combinar quantas e quais casas do tabuleiro podem ser preenchidas pelo desafiante a cada partida – este valor não deve nunca ultrapassar 2/3 da quantidade de casas do tabuleiro, ou seja, a quantidade de casas não permitidas deverá ser menor do que 1/3 do total das mesmas;
   - O primeiro jogador, o desafiante, deve dispor os dominós, naquela quantidade que foi antecipadamente combinada, de forma totalmente esparsa sobre o tabuleiro – sem que haja conexão entre eles, isto é, os dominós estarão separados uns dos outros por pelo menos uma das casas do tabuleiro;
   - O segundo jogador deverá agora, utilizando-se de todos os dominós remanescentes, tentar preenche o tabuleiro casando as peças, de forma conveniente, com aquelas que foram dispostas pelo desafiante.

2.6.- Jogos de Tabuleiro

Deve-se tomar um dos tabuleiros apresentados anteriormente ou construir o seu próprio tabuleiro utilizando o material a ser impresso (vide a pasta intitulada JLOGC#02 no CD-R). O jogo fica ótimo em tabuleiros cujas dimensões sejam, pelo menos, 4×4 casas. Mas outras dimensões podem e devem ser testadas na medida em que os jogadores forem aprimorando suas estratégias. Pode-se ainda, nos tabuleiro de dimensões mais avantajadas, disporem-se casas neutras (aquelas em que não podem ser colocadas nenhuma peça do dominó).

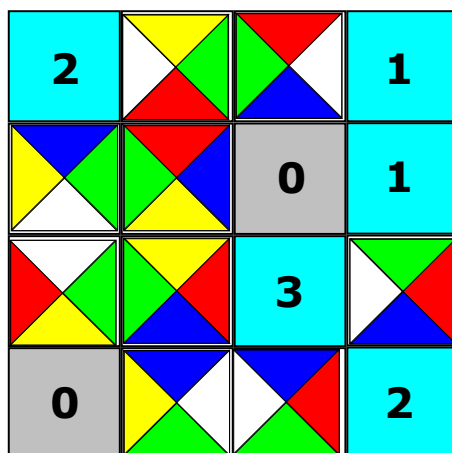
O jogo é para dois jogadores.

- Embaralhar e distribuir 15 dominós para cada jogador;
- Cada jogador dispõe uma de suas peças sobre o tabuleiro, no caso de peças contíguas elas devem ter os padrões casados (um, dois, ou até mesmo casamentos);
- Perde o jogo o jogador que não conseguir colocar nenhuma de suas peças no tabuleiro.

2.6.1.- Exemplos

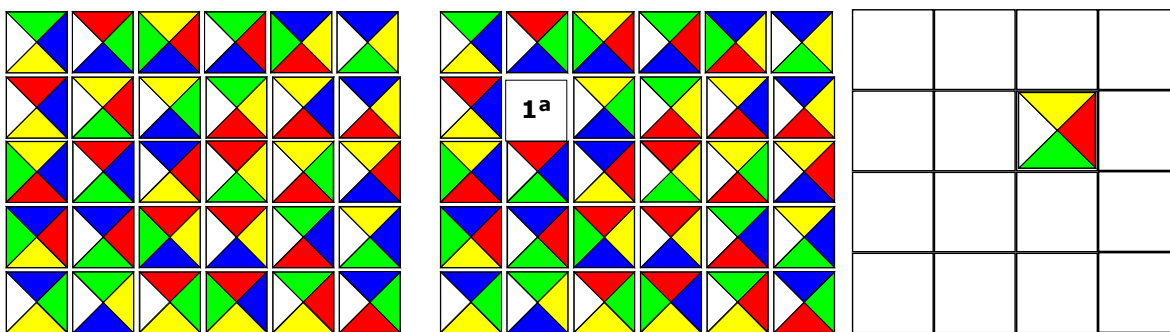
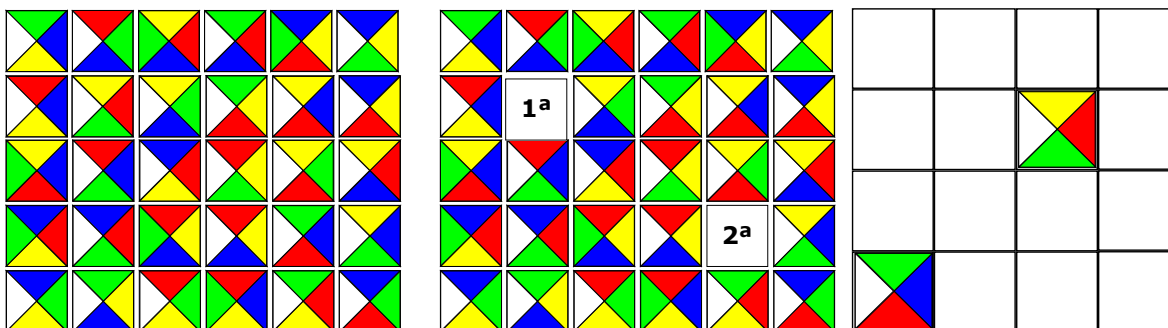
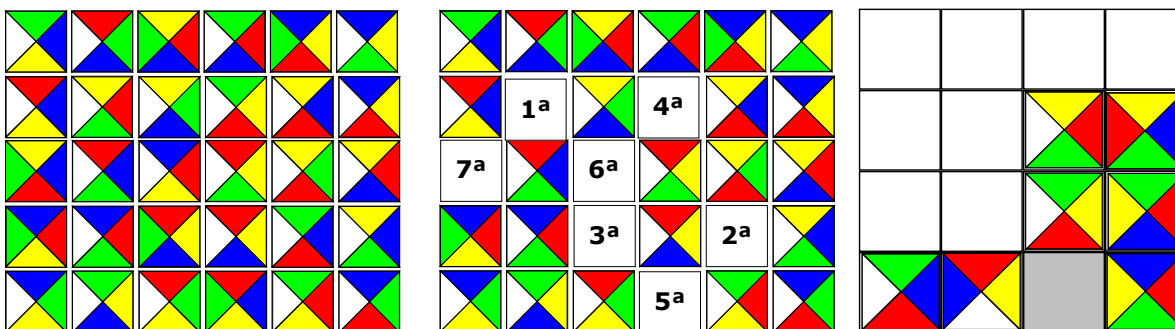
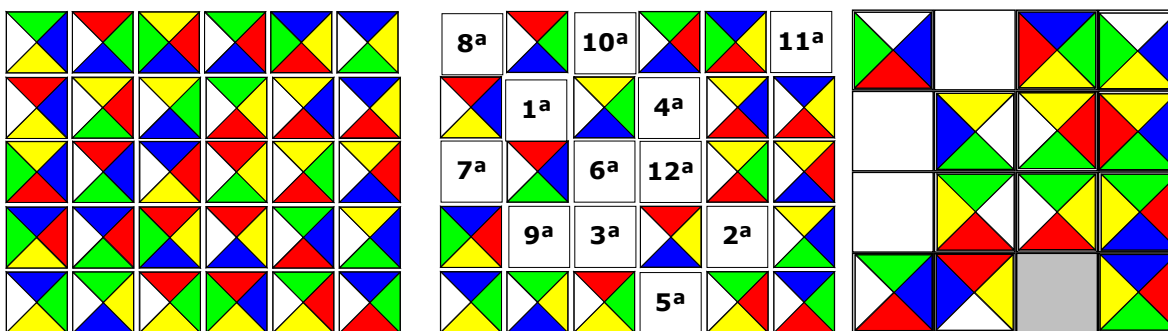
A seguir vamos apresentar dois exemplos de jogos com os Dominós Quadrados Cinco Cores em um tabuleiro 4×4. Os exemplos apresentam partidas em andamento, fato este, que nos permitirá uma análise sobre as possibilidades das demais jogadas em cada um dos casos.

2.6.1.1.- O Primeiro Exemplo

O tabuleiro mostra uma partida ainda não terminada. Os números que aparecem nas casas ainda vazias do tabuleiro correspondem à quantidade de casamentos necessários para o encaixe do dominó.

As casas do tabuleiro pintadas de cinza correspondem ao 'zero' o que indica a impossibilidade total de casamentos – não há nenhuma peça que possa ser 'encaixada' naquela casa.
As casas do tabuleiro pintadas de azul-claro correspondem às possibilidades de jogada e os números que nelas figuram correspondem à quantidade necessária de casamentos de padrões necessários para o encaixe naquela casa de uma peça do dominó.

2.6.1.2.- O Segundo Exemplo – Jogadas Passo a Passo

O jogo a seguir será mostrado passo a passo, isto é, serão exibidas uma a uma as ações de cada jogador. Para facilitar a nossa visão do jogo nós apresentamos dois conjuntos dos 30 elementos que compõem o Dominó. O primeiro dos conjuntos será mantido estável, enquanto no segundo nós iremos subtraindo os dominós utilizados nas jogadas, bem como iremos numerando-as ordenadamente. Note que os 30 dominós, nas duas figuras que apresentam aquele conjunto, foram propositalmente dispostos fora de ordem.

- O primeiro jogador pode alocar o seu dominó em qualquer posição no tabuleiro. Veja que nós retiramos uma peça do conjunto de dominós e marcamos a ordem da jogada: '1ª'.

- O segundo jogador também pode alocar o seu dominó em qualquer posição no tabuleiro, mas isto só poderá ser feito, se não se combinou antecipadamente, que as peças sempre devam ser casadas com uma que já esteja no tabuleiro (observe bem que esta possibilidade é limitadora das jogadas e veja se há conveniência em adotá-la definitivamente como regra, ou não). Temos aqui a nossa 2ª jogada, também marcada no conjunto de dominós.

- As seguintes jogadas, a 3ª, 4ª, 5ª, 6ª e 7ª , serão apresentadas de uma única vez na figura a seguir. Veja que a 7ª jogada cria um problema para o próximo jogador: uma das casas do tabuleiro foi 'perdida' (na cor cinza na figura do tabuleiro) pois não há nenhum dominó que se encaixe ali. Este tipo de jogada pode ser acidental, ou pode ser um tipo de estratégia adotada para evitar que o oponente vença a partida.

- Continuando veremos mais alguns exemplos de jogadas, e isto até a 12ª, na qual tem que haver o casamento de três dos padrões, as demais jogadas são deixadas para o leitor.

2.4.1.2.- Sugestões

Aqui vão algumas sugestões para a criação de mais Jogos Para o Pensamento utilizando os Dominós Quadrados com Cinco Cores.

- O leitor poderá construir os seus próprios tabuleiros e neles eliminar casas pintando-as de uma cor escura.
- Pode-se tentar um jogo de paciência no tabuleiro 4×4 em que o jogador tente deixa o máximo de casas com possibilidade de jogada '0', isto é, casas no tabuleiro onde não seja possível encaixar nenhum dos dominós.
- Deve-se ir diminuindo as dimensões dos tabuleiros para: 3×4; 3×3; 2×3 até 2×2, verificando-se a dificuldade existente de dois parceiros disputarem uma partida com as regras colocadas anteriormente.

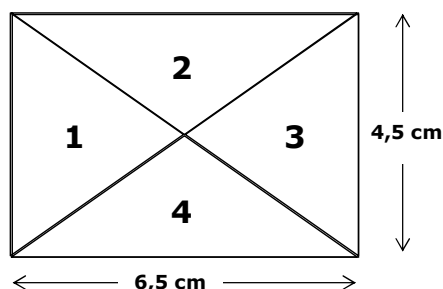
- Deve-se ir aumentando as dimensões dos tabuleiros para: 4×5; 5×5 até o tabuleiro que poderia comportar todos os 30 dominós: 5×6.
- Como sempre poderão existir casas onde será impossível alocar um dominó, tente jogar com o tabuleiro de dimensões: 6×6; 6×7; 7×7, verificando a partir de qual deles o jogo se torna trivial.

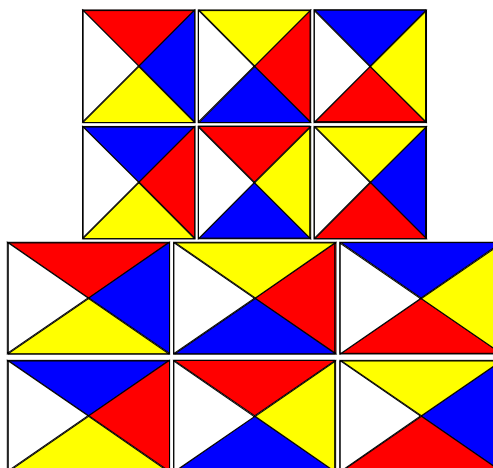
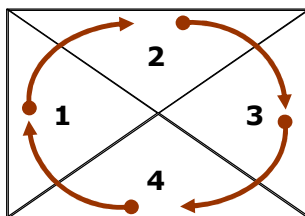
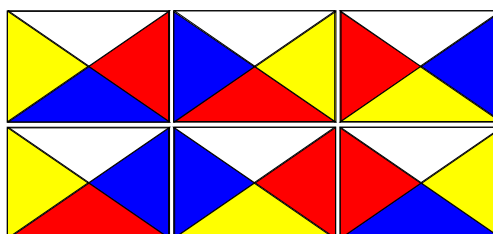
JLOGC#03 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICOS Nº 03

DOMINÓS RETANGULARES 4-CORES

Vamos transferir o que aprendemos até agora para um novo desafio. O que acontecerá se ao invés dos cartões quadrados com 4,5 cm por 4,5 cm, adotados no JLOGC#02, nós os transformarmos em cartões retangulares cujas medidas serão 4,5 cm por 6,5 cm, mantendo as 4 cores originais ?

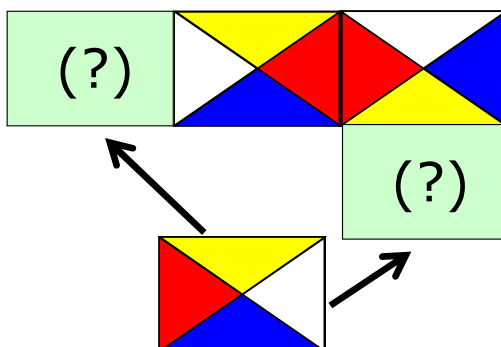
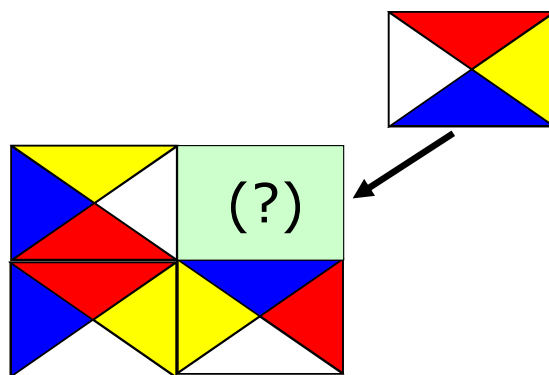
3.1.- Criando os Dominós Retangulares com Quatro Cores

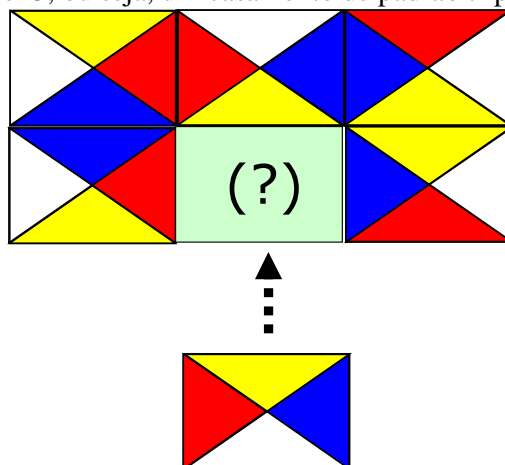
A criação dos dominós retangulares envolverá um tipo de raciocínio distinto daqueles utilizados para a criação do JLOGC#01 e JLOGC#02.
Nos dominós quadrados (tanto nos com quatro cores como nos com cinco cores) todos os triângulos são exatamente idênticos (ou congruentes, melhor dizendo), nos dominós retangulares esta identidade (congruência) entre os triângulos, se dá dois a dois, isto é, são congruentes tão somente os triângulos ‘1’ e ‘3’ e os triângulos ‘2’ e ‘4’, conforme mostrado na figura a seguir.

Observado isto, vemos que o cálculo da quantidade de dominós retangulares é distinto do cálculo realizado para a obtenção dos Dominós Quadrados com Quatro Cores (JLOGC#02) e para a obtenção dos Dominós Quadrados com Cinco Cores (JLOGC#02).
A heurística adotada para a criação deste novo tipo de dominó é a seguinte:

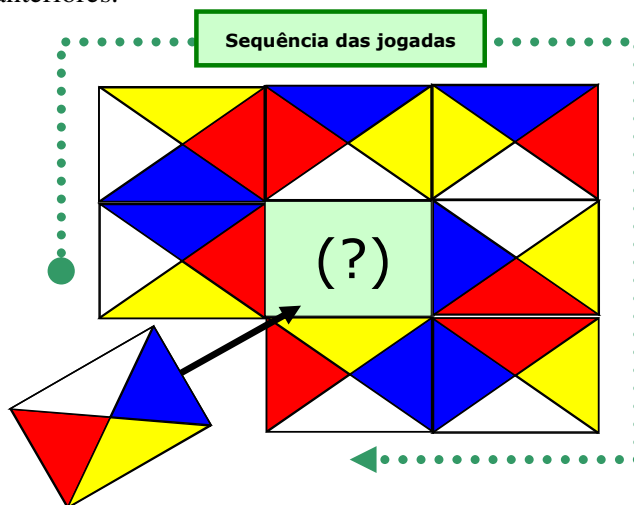
- Tomemos o conjunto com os seis *Dominós Quadrados com Quatro Cores*, *cujas medidas são: 4,5 cm de largura por 4,5 cm de altura*, e alteremos sua largura para 6,5 cm, transformando-os em dominós retangulares. Veja a seguir os dominós quadrados e em seguida os dominós retangulares obtidos a partir deles – verifique que a distribuição de cores se manteve a mesma:

- Note que a cor branca ocupa a posição '1' em todos os dominós. Esta posição corresponde a um dos triângulos de menor área no dominó retangular.
- Vamos agora 'rodar' em 90º cada uma das cores no sentido horário, para posicionar a cor branca na posição 2, para que ela passe a ocupar o triângulo 'maior', e as demais cores passem a ocupar a posição seguinte: a 2 vai para a 3; a 3 vai para a 4 e a 4 vai para a 1.

- Estude bem como isto foi feito, observando atentamente a figura a seguir.

- Temos agora 12 dominós distintos, e os jogos possíveis a partir deles serão bem mais interessantes. Confira a seguir.

3.2.- Jogando com os 12 Dominós Retangulares

Mesmo que o jogo com os dominós retangulares seja baseado no jogo do dominó tradicional – em que os casamentos de padrões se dão univocamente –, teremos que estar atentos a alguns tipos de jogadas muito especiais, como os mostrados na figuras a seguir: casamentos de padrões unívocos (simples); duplos; triplos e quádruplos, estes, os mais raros.

3.2.1.- Casamentos de Padrões Simples e Duplos

3.2.2.- *Casamentos de Padrões Triplos*

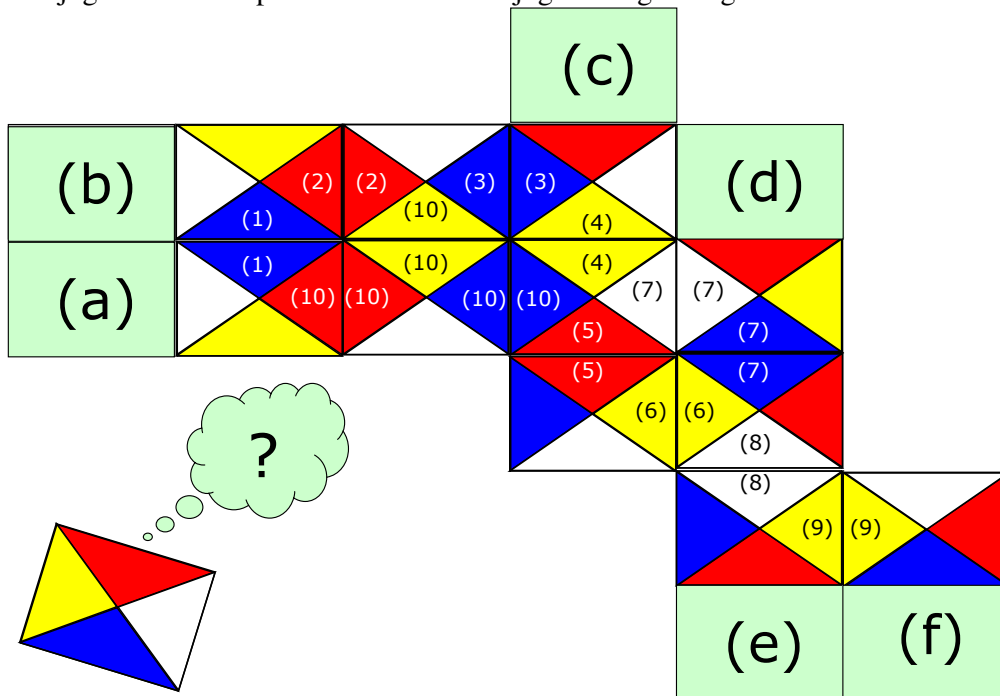
Note que, na figura a seguir, a peça a ser colocada na região assinalada com (?) irá estabelecer um casamento de padrões de nível 3, ou seja, um casamento de padrão triplo.

3.2.3.- *Casamentos de Padrões Quádruplos*

O exemplo a seguir mostra a possibilidade de termos um casamento de padrão do tipo 4, ou quádruplo. Veja que o que permitiu este tipo de casamento foi a sequência dada pelos jogadores aos casamentos de padrão anteriores.

3.2.4.- Vários Tipos Casamentos de Padrões num mesmo Jogo

Uma regra bastante curiosa e estimulante, em termos de *Jogo Para o Pensamento*, que poderá ser adotada num jogo de dominós retangulares é a da atribuição de pontos para cada um dos tipos de casamentos de padrões:

- Se unívoco = 1 ponto;
- Se duplo = 2 pontos e
- Se triplo = 3 pontos.
- Note que poderá haver ainda casamentos quádruplos, que são bastante difíceis, quando deverão ser atribuídos 4 ou 5 pontos, a ser combinado antecipadamente pelos jogadores, ao jogador.

3.2.4.1.- Um Exemplo de Jogo com atribuições de Valores para as Jogadas

Na figura a seguir os números indicam os casamentos de padrão e a ordem em que cada um dos dominós foi jogado. O leitor poderá conferir estas jogadas logo a seguir.:

- Há dominós com casamentos de padrão unívoco (único): de (1) até (6) e de (8) até (9);
- Há dominós casados duplamente: (7);
- Há dominós com casamentos triplos: (10);
- Há ainda um ultima peça que pode ser colocada em qualquer uma das seguintes posições: (a), (b), (c), (d), (e) ou (f). A jogada mais favorável se dará com a escolha da posição (d), onde haverá um casamento duplo, pois as demais posições somente permitirão casamentos unívocos.
- O casamento quádruplo pode ocorrer sim, como pôde ser visto no exemplo dado acima (vide item 3.2.3.). Mas o casamento quádruplo é bastante raro e a sequência de jogadas que leva a isto, precisa ser *'muito bem pensada'* por aquele jogador que deseje conseguir estes quatro pontos. Pense sobre isto!

3.3.- Sugestões Importantes

O jogo dos dominós retangulares se tornará mais interessante se:

- O leitor duplicar o conjunto de dominós, aumentado o conjunto de dominós para 24, onde haverá dois dominós exatamente iguais entre si, para cada um dos 12 dominós anteriores.
- Ao invés de se atribuir pontos simples (1, 2, 3 ou 4) para os casamentos de padrão, pode-se combinar atribuir o dobro de pontos para cada um destes tipos de casamento: 2, 4, 6 ou 8.

JLOGC#04 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 04

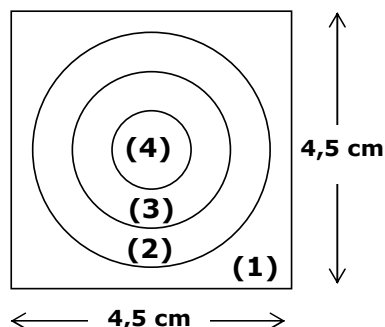
DOMINÓS QUADRADOS COM FIGURAS CONCÊNTRICAS

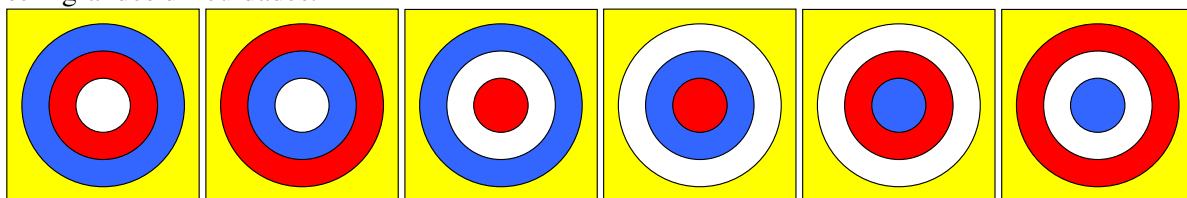
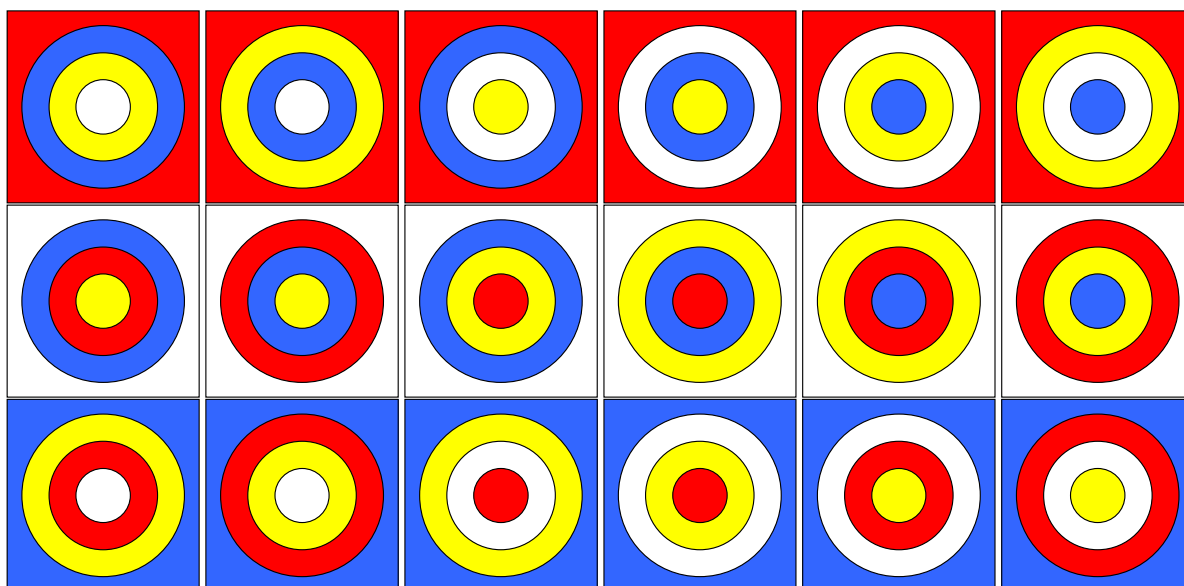
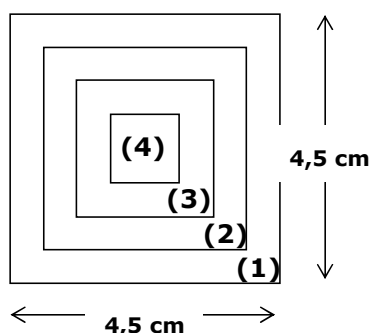
Os conjuntos de cartões a deste JLOGC#04 diferem daqueles apresentados nos JLOGC#01, JLOGC#02 e JLOGC#03, que possibilitavam o jogo tradicional de dominós, aquele em que se buscam casamentos de padrões idênticos. Aqui, as características dos cartões, adicionarão alguns tipos de dificuldades que tornam o jogo de dominós, muito mais interessante, porquê mais exigente quanto ao casamento de padrões.

4.1.- Cartões com Três Círculos Coloridos Concêntricos

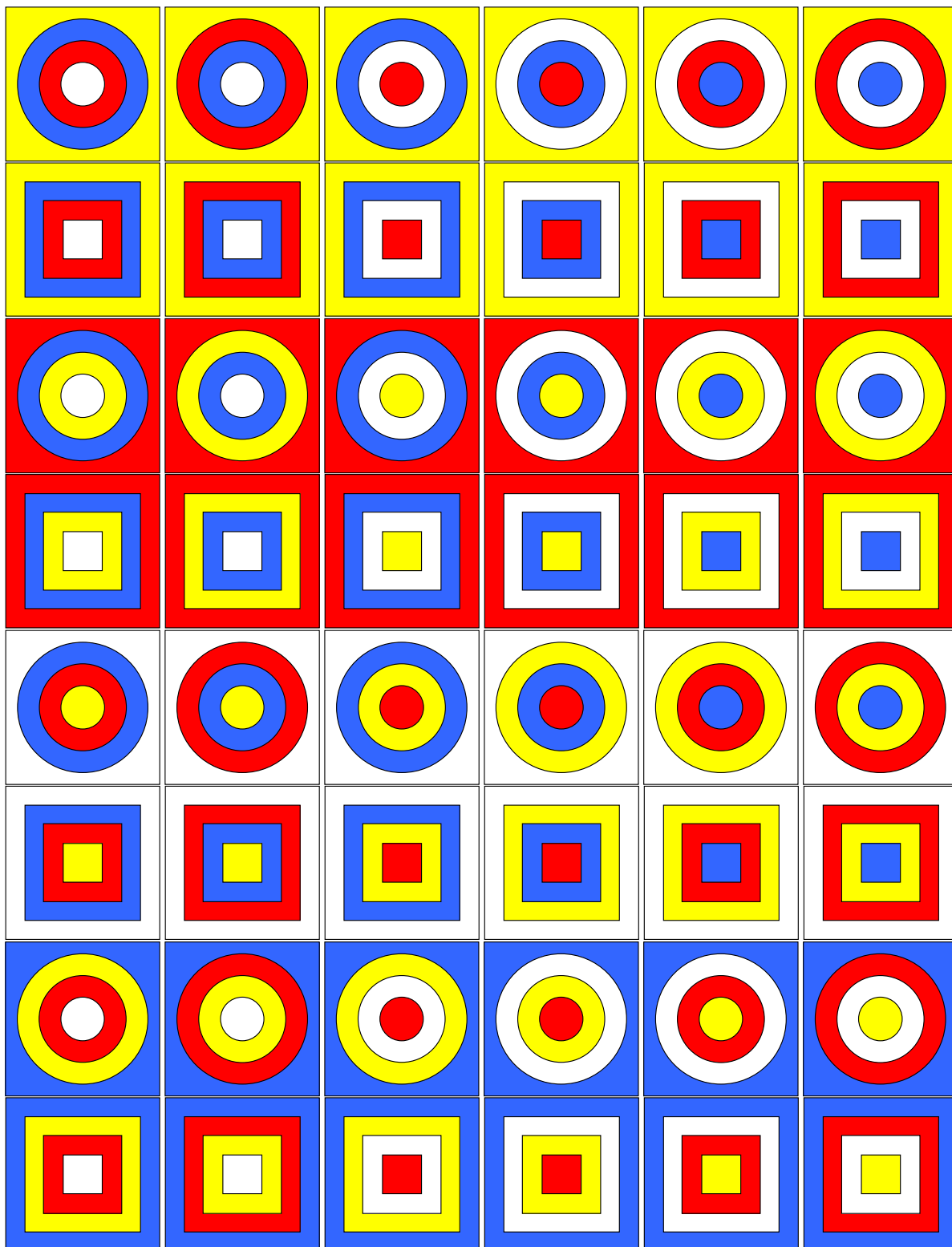
Se para os cartões apresentados anteriormente (os *'Cartões quadrados com quatro cores'* – CL1 – e os *'Cartões retangulares com quatro cores'* – CL2), os casamentos de padrão ocorriam de forma praticamente natural – como nos dominós comuns –, para este novo tipo de cartão (*'Cartões com quatro figuras concêntricas coloridas' – CL3*) vamos encontrar alguma dificuldade para fazê-lo. Veremos que para este tipo de cartões, novas regras de casamento de padrões deverão ser criadas.

4.1.1.- Criando os Cartões Com Círculos Concêntricos

Vamos escolher quatro cores para colorir de forma alternada, cada uma das quatro regiões, a saber: azul, amarelo, vermelho e branco.

Para facilitar, estabelecemos uma numeração para cada uma das regiões, numeração esta que partindo do suporte para o desenho dos três círculos concêntricos (1) – a superfície do cartão, que podemos denominar *suporte das figura* – e que vai até o círculo central (4), conforme mostrado acima.

Os cartões foram coloridos segundo uma estratégia que não iremos apresentar aqui, mas o leitor, que leu e aprendeu sobre os *Jogos Para o Pensamento Lógico* anteriores – JLOGC#01, JLOGC#02 e JLOGC#03 – estará capacitado a verificar o raciocínio utilizado para a elaboração dos cartões, sem grandes dificuldades.

4.2.- Cartões com Três Quadrados Coloridos Concêntricos

Além dos cartões com círculos concêntricos iremos ainda criar um conjunto de cartões com quadrados concêntricos, baseado no modelo mostrado na figura a seguir.
Cabe notar que *cada um dos cartões do segundo conjunto*, cujas regiões também foram numeradas de (1) até (4), do centro para a borda, irá encontrar um cartão a ele exatamente correspondente no primeiro conjunto de cartões. Dizendo isto de maneira mais formal:

- há uma correspondência entre a disposição de cores de um dado cartão do primeiro conjunto e um único outro cartão do segundo conjunto;
- cada cartão do primeiro conjunto corresponde, em termos de disposição ordenada das cores, a um único cartão do segundo conjunto e vice-versa;
- há uma correspondência um-a-um entre os cartões destes dois conjuntos;
- há uma correspondência biunívoca entre os elementos destes dois conjuntos.

Nas figuras a seguir são mostrados os cartões correspondentes.

4.3.- Propondo um Primeiro Jogo

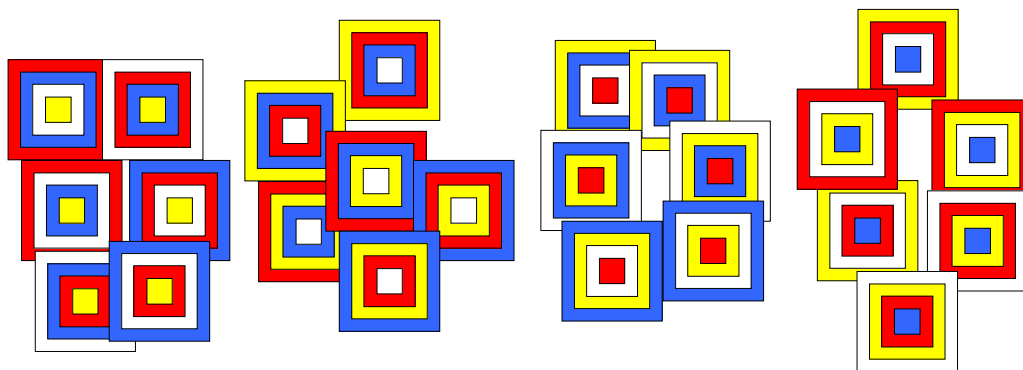
Há entre estes dois grupos de cartões um casamento de padrões bastante natural – o que é sugerido exatamente pelo conjunto de figuras anteriores, em que se comparam cada dois grupos de 6 cartões

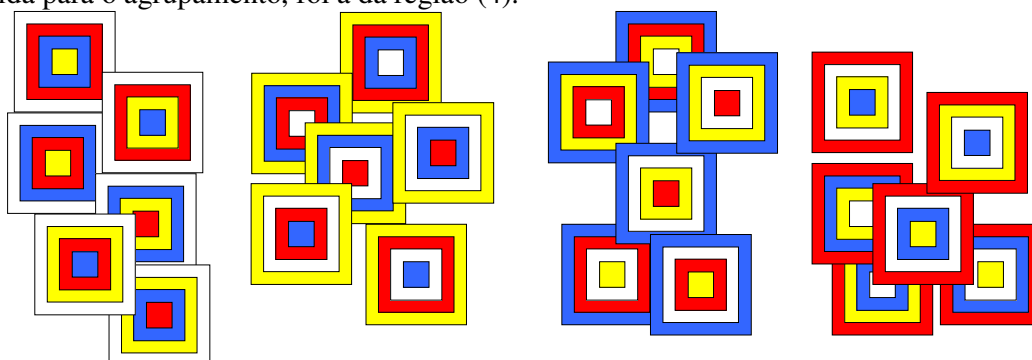
(com círculos e com quadrados) com base na cor do suporte, bem como nas cores dos círculos ou quadrados. Cada cartão de um grupo (círculos e quadrados) tem um seu correspondente, exatamente do mesmo tipo, no outro grupo.
Assim, nos parece bastante natural que o nosso primeiro *Jogo Para o Pensamento Lógico* deva ser o seguinte: embaralhar todos os 48 (quarenta e oito) cartões e estabelecer a correspondência um-a-um entre eles.

4.4.- Propondo Outros Jogos de Correspondência entre Cores

Deve-se notar que os cartões tanto de um dos conjuntos (círculos concêntricos), como os do outro conjunto (quadrados concêntricos) estão em absoluta correspondência biunívoca. *Assim sendo, os jogos propostos para um dos tipos de cartões servirá para o outro tipo.*
As sugestões a seguir podem envolver apenas um dos conjuntos de cartões – quando então demos preferência aos cartões com os quadrados, mas isto não impossibilita a utilização para estes mesmos jogos dos cartões com círculos. O leitor verá que podemos adaptar facilmente estes jogos apresentados a seguir para que se passe a jogá-los com os dois conjuntos de cartões simultaneamente, isto é, como se os 48 cartões formassem um único conjunto.
Dito isto, vamos exemplificar os jogos a seguir utilizando apenas um dos conjuntos de 24 cartões, para somente então indicar a utilização de todos os 48 cartões.

4.4.1.- Jogo do Casamento da Cor Central

Utilizar apenas um dos conjuntos de cartões (círculos ou quadrados). Aqui o jogador deve agrupar os cartões, de acordo apenas com as cores da região central, região (1).

4.4.2.- Jogo do Casamento da Cor de uma das Regiões (2), (3) ou (4)

O mesmo jogo proposto visando o casamento de cores da região (1) – região central – pode também ser proposto para as demais regiões: ((2), (3) ou (4), como mostra o exemplo a seguir, no qual, a cor escolhida para o agrupamento, foi a da região (4).

4.4.3.- O Jogo do Casamento de Cores de Duas ou Três Regiões

Um jogo bastante interessante é o do casamento de cores de duas regiões. Neste caso pode-se escolher casar as cores de duas regiões, de acordo com as seguintes seis possibilidades:

i.- (1) e (2)

ii.- (1) e (3)

iii.- (1) e (4)

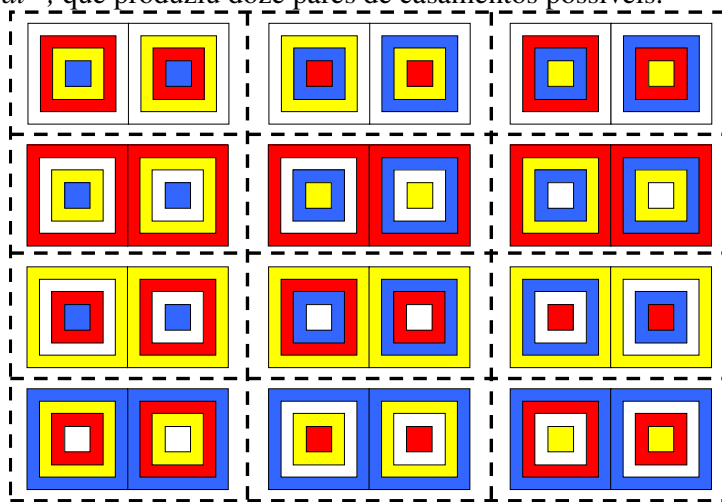
iv.- (2) e (3)

v.- (2) e (4)

vi.- (3) e (4)

Para confirmar se os cálculos estão certos, mas particularmente *para aqueles que dominam as fórmulas básicas da Análise Combinatória*, basta calcular a quantidade de Combinações Simples de 4 elementos tomados 2 a 2:

$$C_{4,2} = \frac{A_{4,2}}{P_2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

onde $A_{4,2}$ é calcula os Arranjos Simples de 4 elementos tomados 2 a 2 e P_2 é calcula as Permutações Simples de 2 elementos.
Veja o exemplo, na figura a seguir, do *casamento de cores das regiões (1) – região mais extern – e (4) – a região central –*, que produziu doze pares de casamentos possíveis.

O Leitor deve agora tentar os demais tipos de casamentos possíveis entre duas regiões anteriormente sugeridos.

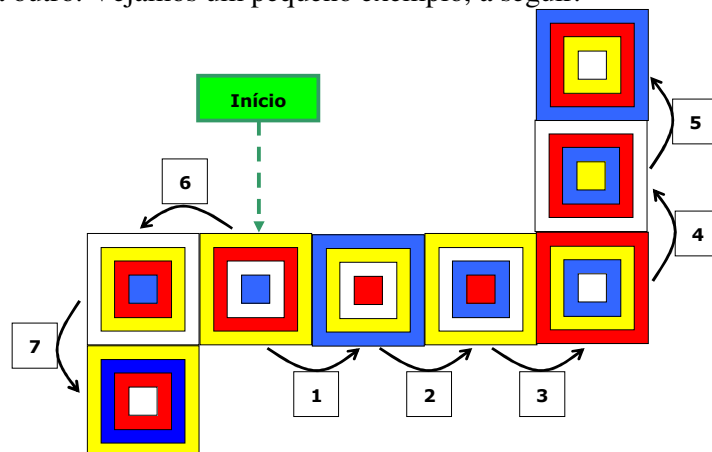
4.4.4.- O Jogo do Casamento de Cores de Três Regiões

Estamos diante de uma impossibilidade. Não há como casar os cartões a partir da escolha de três regiões em exata correspondência. Propomos que o leitor pense sobre isto.

4.4.5.- Uma observação Importante

Os jogos apresentados até aqui poderiam ser jogados utilizando um dos conjuntos de cartões ou até mesmo os dois conjuntos. O leitor se ainda não fez este último tipo de escolha deveria fazê-la e jogar novamente os jogos propostos nos itens anteriores: 3.4.1, 3.4.2, 3.4.3 e repensar, agora, a possibilidade de jogar o que foi proposto no item 3.4.4., envolvendo os dois conjuntos de cartões.

4.4.6.- O Dominó de Uma Única Cor Estável

O Jogo do Dominó de uma Única Cor Estável consiste, como o próprio nome sugere, em que só sejam permitidas as justaposições de cartões onde, de um para outro, apenas uma das cores esteja no mesmo nível (1), (2), (3) ou (4), os demais níveis devem apresentar, entre si, cores totalmente distintas de um para outro. Vejamos um pequeno exemplo, a seguir.

No exemplo acima, fizemos, a partir do dominó inicial, mais 7 jogadas, que vamos justificar uma a uma:

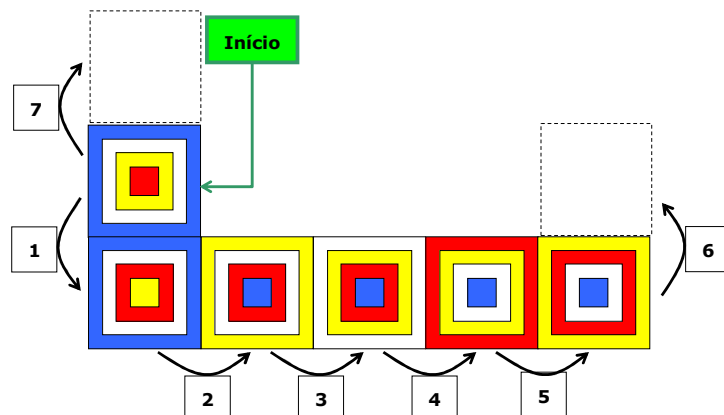
- (1ª) conservou-se apenas a cor branca na mesma posição;
- (2ª) conservou-se apenas a cor vermelha na mesma posição;
- (3ª) conservou-se apenas a cor azul na mesma posição;
- (4ª) conservou-se, novamente, apenas a cor azul na mesma posição;
- (5ª) conservou-se apenas a cor vermelha na mesma posição;
- (6ª) conservou-se apenas a cor azul na mesma posição;
- (7ª) conservou-se apenas a cor vermelha na mesma posição.

O leitor deverá estar ciente de que: em cada jogada apenas um atributo poderá ser mantido, enquanto os três outros, deverão ser modificados.

4.4.7.- O Dominó de Duas Cores Estáveis

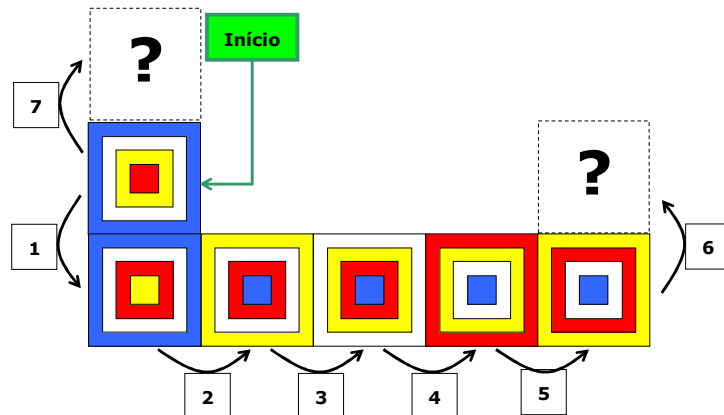
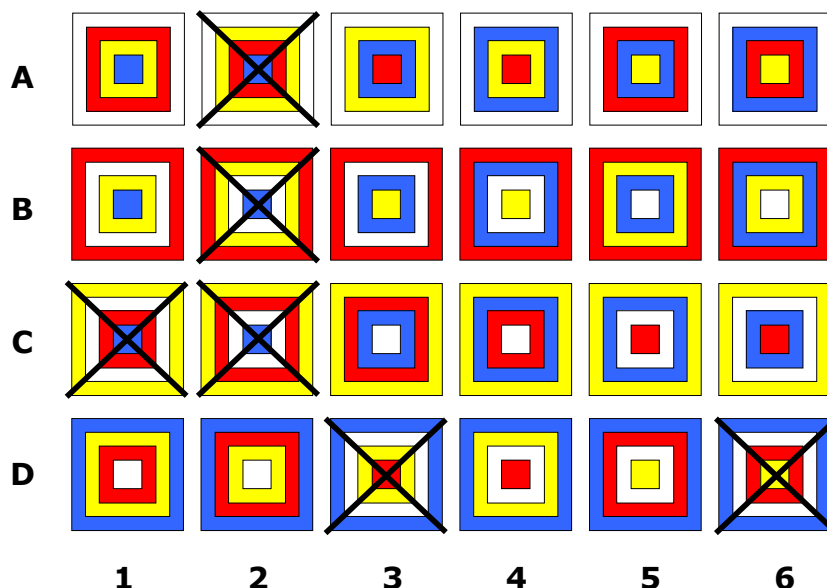
Vamos propor aqui um novo jogo, mais difícil que os anteriores por exigir muita mais atenção dos participantes.
As regras deste novo jogo, denominado Dominó de Duas Cores Estáveis, são as seguintes:

- deve-se jogar apenas com os cartões de um mesmo conjunto de cartões – escolher somente os cartões contendo quadrados ou então, aqueles contendo círculos;
- ele será jogado como os dominós comuns, onde devem ser casados padrões, mas envolvem o casamento um certo tipo de estabilidade entre os cartões;
- *vamos estabelecer a seguinte regra de casamento entre dois cartões*: *duas cores devem permanecer exatamente na mesma posição e as outras duas devem permutar de posição de um cartão para outro.*

Veja, a seguir, um exemplo do jogo que denominamos Dominó da Estabilidade de Duas Cores onde as justaposições das peças foram numeras e serão comentadas a seguir.

➔ *Vamos conferir as jogadas mostradas acima através das cores conservadas em suas posições anteriores:*

- (1) conservaram-se as cores branca e azul nas mesmas posições, veja que ouve uma permuta entre as cores vermelha e amarela;
- (2) conservaram-se as cores branca e vermelha nas mesmas posições, ouve uma permuta entre as cores azul e amarela;
- (3) conservaram-se as cores vermelha e azul nas mesmas posições;
- (4) conservaram-se as cores azul e amarela nas mesmas posições;
- (5) conservaram-se as cores azul e branca nas mesmas posições;
- (6) há agora alguns cartões que podem se encaixar nesta jogada? Verifique o porquê;

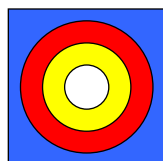
➔ Pergunta-se: há outros cartões que possam ser jogados em (6) ou são somente aqueles 5?
➔ Quais seriam todos os cartões, dentre aqueles ainda não utilizados, que poderiam ser jogados em (7) ?

Cabe ao leitor, agora, utilizando o conjunto de todos os 24 cartões apresentado a seguir numa disposição matricial com 4 linhas (A, B, C e D) e 6 colunas (1, 2, 3, 4, 5, e 6) fazer uma lista de todos aqueles cartões que satisfaçam às jogadas de número 6 e às jogadas de número 7, conforme a figura acima. Observe-se que aqueles cartões que já foram utilizados no jogo foram riscados com um 'X'.

Nós não vamos resolver o problema para o leitor, no entanto vamos dar apenas dois exemplos de cartões que satisfazem a cada uma das jogadas 6 e 7, o restante da tarefa cabe ao leitor.

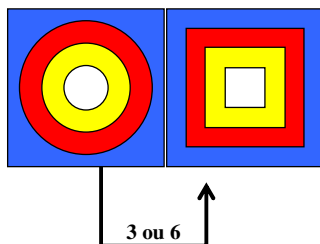
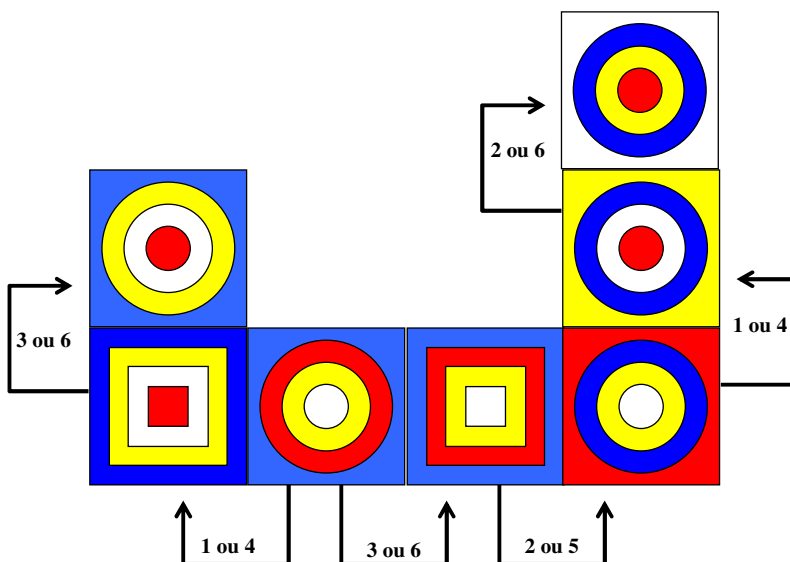
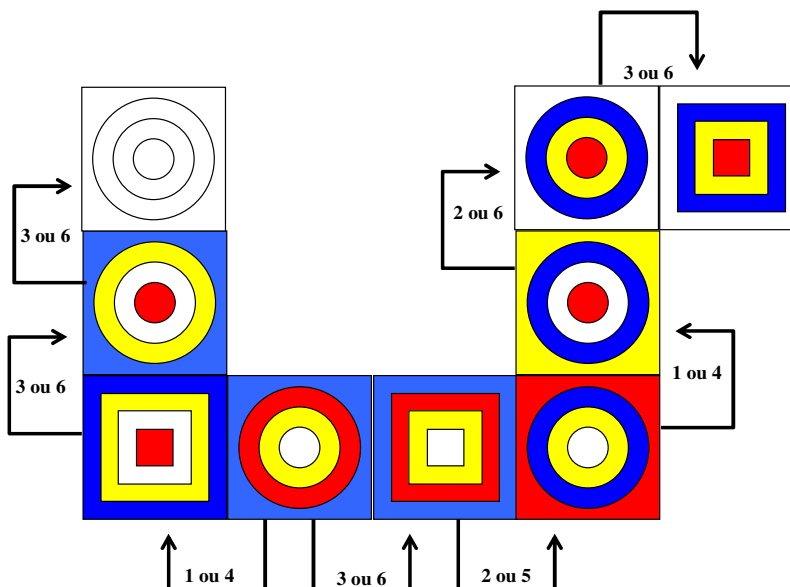
- Dois dos cartões que satisfazem à jogada de número 6: C-3 e D-5
- Dois dos cartões que satisfazem à jogada de número 7: A-4 e D-4

4.7.- O Dominó das Igualdades e das Estabilidades

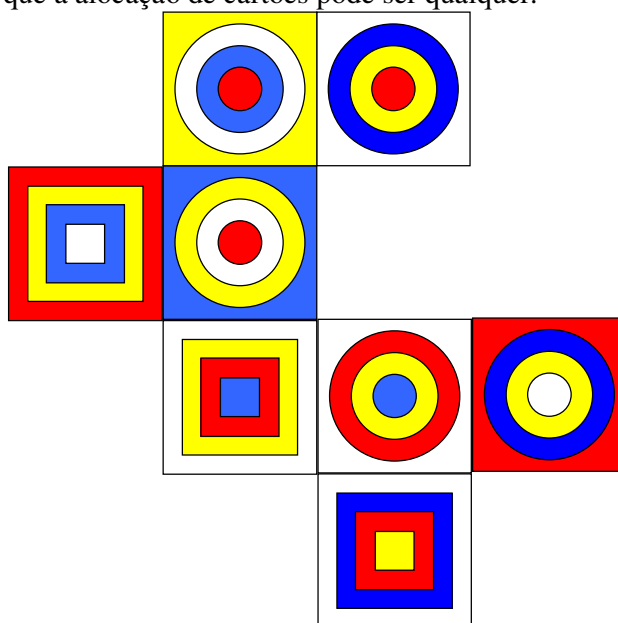
Neste novo jogo iremos utilizar todos os 48 cartões e um dado de jogar hexagonal.

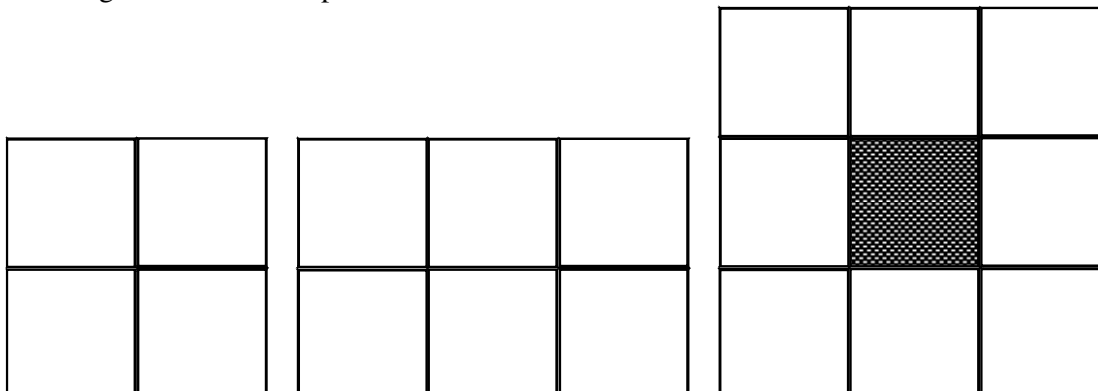
- Embaralhar e distribuir parte dos cartões para os jogadores, fazendo com que o restante deles fique sobre a mesa, numa pilha ('monte') com as faces voltadas para baixo;
- O primeiro jogador escolhe um de seus cartões e o coloca voltado com a face para cima:

- O segundo jogador lança o dado hexagonal e, segundo a tabela a seguir, deve escolher um de seus cartões que satisfaça aquela jogada:

Resultados	1 ou 4	2 ou 5	3 ou 6
Cores Estáveis	uma	duas	todas

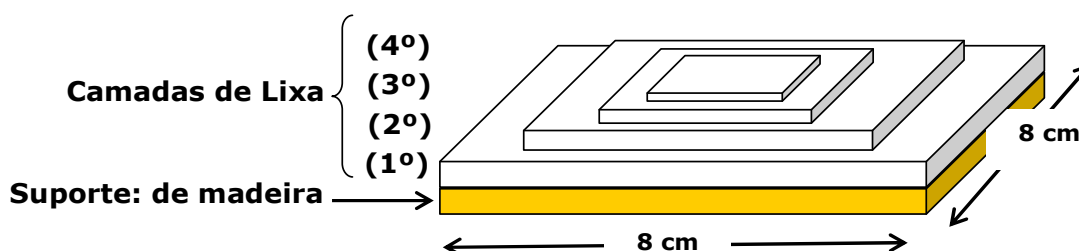
- Vamos supor que o resultado obtido no dado sejam 3 ou 6. Há em todo o conjunto de 48 cartões um único que satisfaz, é o cartão de quadrados concêntricos em que todas as cores estão em correspondência biunívoca com aquele cartão de círculos concêntricos colocado sobre a mesa pelo primeiro jogador.

- Dando continuidade ao jogo, vamos supor que tenhamos obtido o seguinte resultado parcial que deve ser examinado atentamente pelo leitor.

- Verifique o seguinte, a partir do estado anterior do jogo: se o jogador da vez obtiver um valor 3 ou 6 no dado, ele estará impossibilitado de jogar numa das extremidades, como mostrado a seguir:

- Como nos jogos de dominó comum, quando qualquer um dos jogadores não tiver em seu poder cartões que satisfaçam à jogada, ele deve comprar um, e apenas um dos cartões que estejam disponíveis no 'monte'. No caso em que o 'monte' tenha acabado, ele deve passar a sua vez de jogar para o outro jogador.

4.7.1.- Comentários

Uma das melhores propostas deste livro é a deixar para o leitor a possibilidade da criação de novas regras ou novas formas de utilizar o material destinado aos jogos. Assim, aconselha-se ao leitor, que sempre que um novo jogo for compreendido em todas as suas possibilidades e limitações, deve-se tentar extrapolar as suas regras ou o estudo de suas limitações ou das novas possibilidades que o próprio leitor descobriu, para os jogos anteriores ou para os jogos seguintes.
Uma sugestão curiosa, mas que deve ser combinada antes entre os jogadores, é a de que os cartões do jogo possam ser alocados em qualquer posição, não necessariamente nas extremidades do jogo em andamento. Veja isto no exemplo a seguir, em que mostramos uma série de jogadas no dominó da uma cor estável. Em que a alocação de cartões pode ser qualquer.

4.7.1.1.- Três Desafios Interessantes

O leitor poderia agora, tentar um jogo solitário utilizando os tabuleiros mostrados a seguir: com 4, 6 ou 8 peças – este último com uma casa interna a ser mantida vazia – que deveriam ser preenchidos de tal forma que, de uma peça para outra houvesse a manutenção de apenas uma das cores em uma única região de um cartão para outro.

Tendo conseguido passar pelos desafios propostos no parágrafo acima, o desafio seguinte seria: preencher os tabuleiros com cartões que mantivessem as cores em duas regiões, de um para outro. Isto seria possível?
Mas ainda fazemos um terceiro desafio: estes dois jogos acima propostos,em que utilizamos tabuleiros para orientar as jogadas, poderiam ser ampliados, envolvendo tabuleiros maiores, quadrados, retangulares ou com espaços internos vazios ? Desenhe seus próprios tabuleiros e utilize 24 das peças (um conjunto de cartões) ou todas as 48 peças (os dois conjuntos de cartões).

4.7.1.2.- Criando Cartões Com Quadrados Concêntricos Táteis

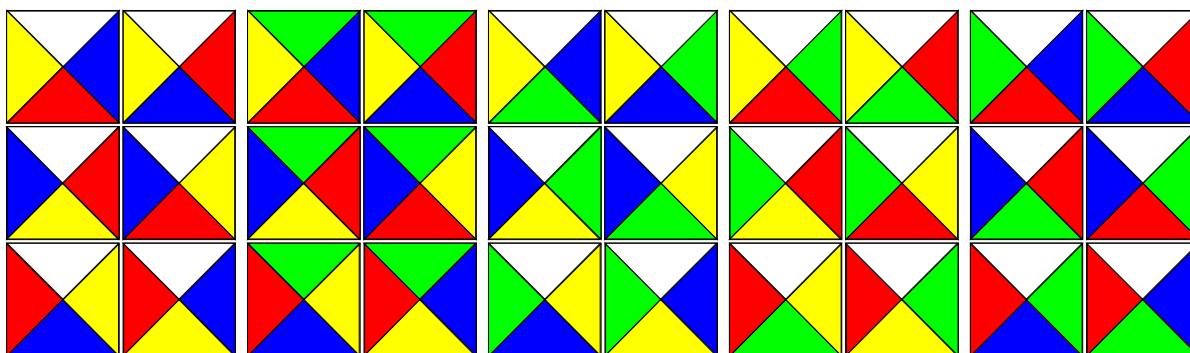
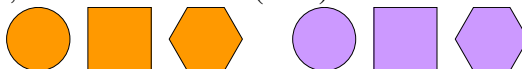
Podemos pensar as 4 regiões dos cartões quadrados concêntricos, como sendo níveis, ou seja (1º), (2º), (3º) e (4º) níveis, como se o cartão se apresentasse com camadas sobrepostas, como o que mostramos na figura a seguir. Este efeito pode ser conseguido através da colagem de quadrados cujos raios variam do maior para o menor sobre o outro.

Assim, ficará fácil construir os 24 cartões com os quadrados concêntricos para que eles sejam utilizados como material tátil por deficientes visuais. Veja que, para facilitar a sua utilização sugerimos que as medidas dos lados do suporte que era de 4,5 cm fossem alteradas para 8 cm, como mostrado na figura acima. Assim sendo, poderíamos adotar as seguintes medidas para os lados daqueles quadrados: 8 cm, para o maior dos quadrados, 6 cm e 4 cm para os quadrados intermediários e 2 cm para o menor dos quadrados.
Basta agora, escolhermos quatro tipos distintos de lixa para confeccionarmos cada uma das quatro camadas. Note que o suporte poderá ser um quadrado de madeira de 8cm $\times$ 8cm que deverá sempre receber a primeira camada de lixa. Para facilitar o trabalho tanto de elaboração do material, quanto o trabalho do observador que irá introduzir o jogo, deve-se escolher cores distintas para as lixas. Uma boa sugestão é utilizar vários tipos de lixa: lixa para madeira, para ferro e lixas d'água.
Talvez fosse bom que, em alguns casos nos limitássemos a adotar cartões com apenas três camadas de lixa, e não quatro camadas como sugerida acima.
No caso de se querer confeccionar com lixa, os cartões com círculos concêntricos, teríamos que enfrentar a dificuldade de ter que recortar círculos perfeitos, o que nos parece ser bastante difícil quando trabalhamos com lixas de diversas granulações.

JLOGC#05 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 05

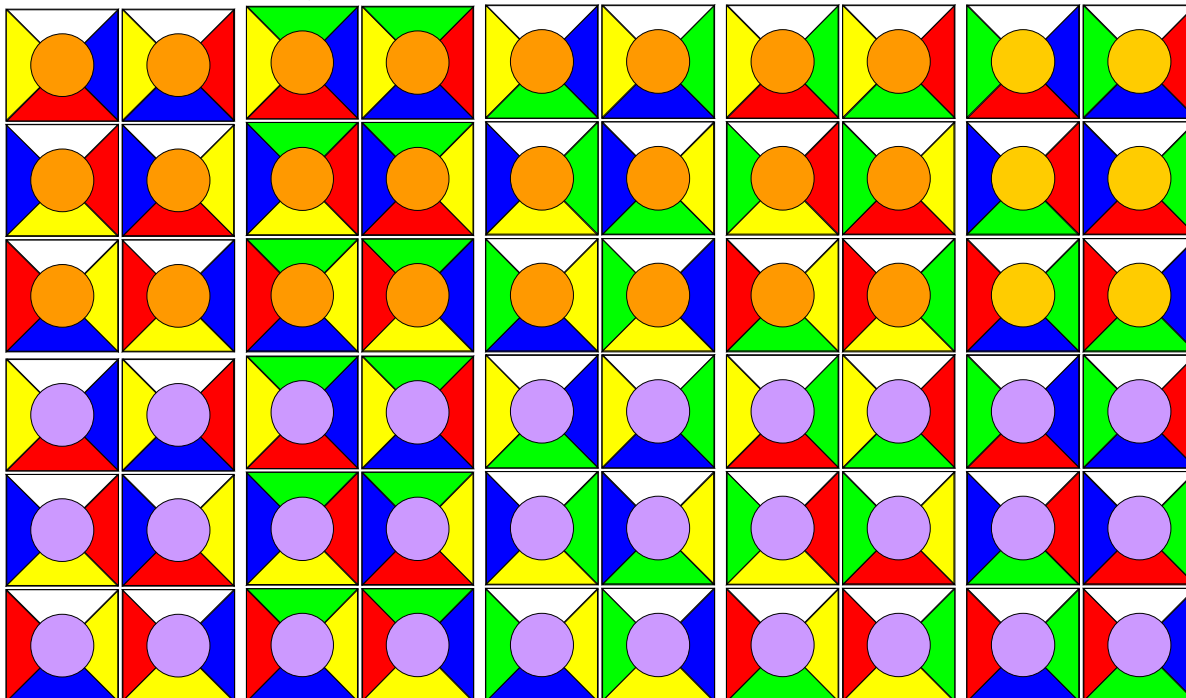
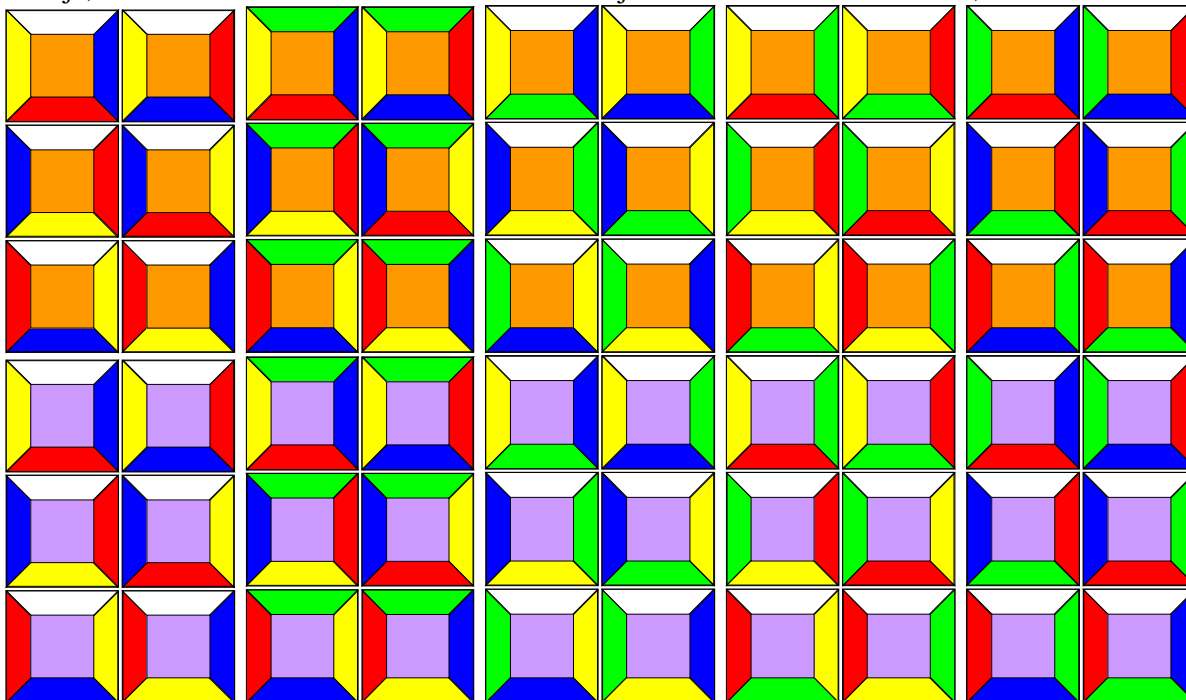
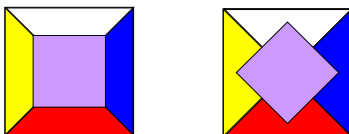
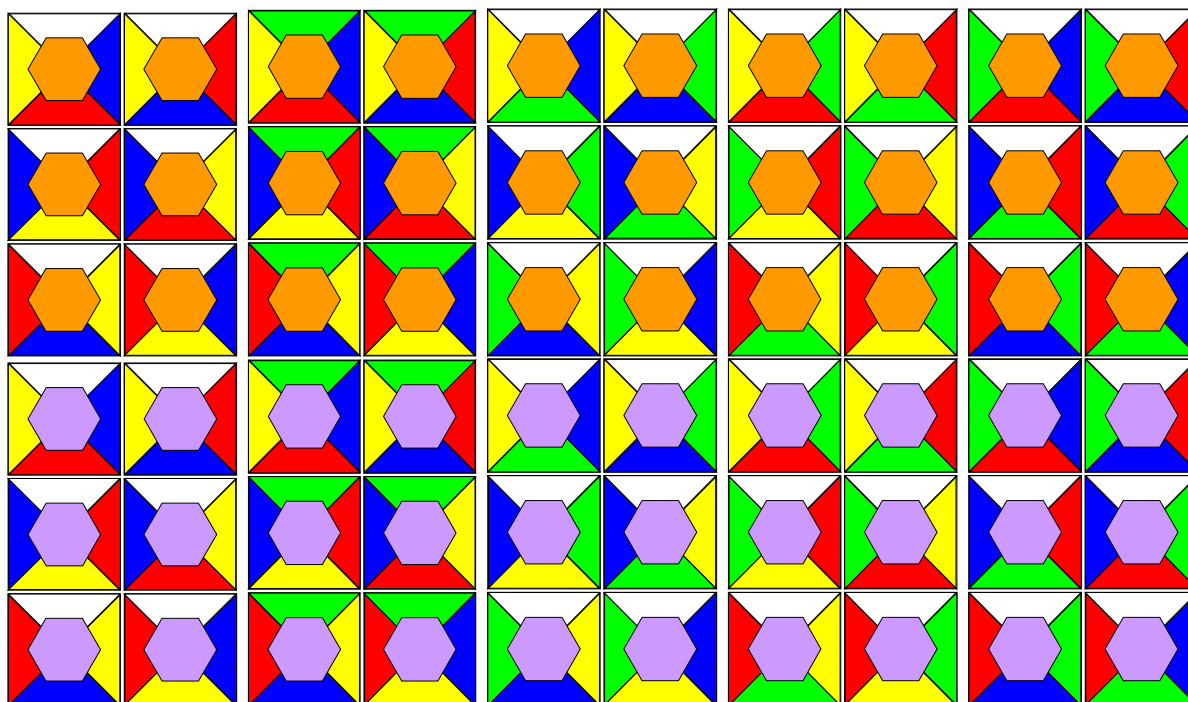
DOMINÓS QUADRADOS 7-CORES

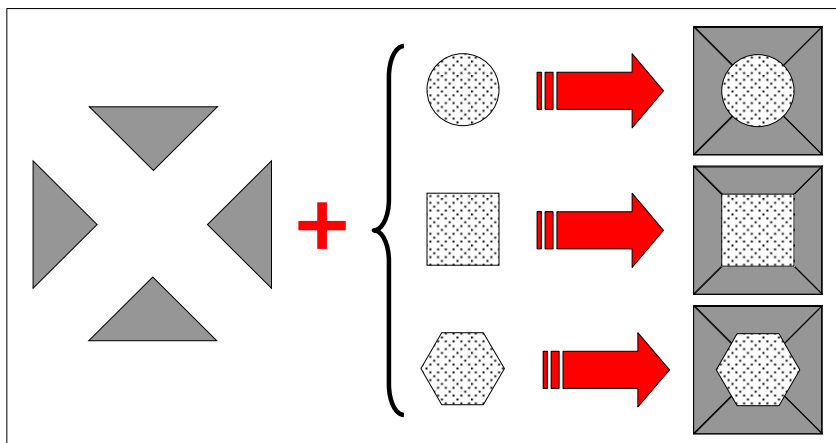
Os Cartões Lógicos 7-Cores serão gerados a partir dos Cartões Lógicos denominados Dominós Quadrados 5-Cores, apresentados no JLOGC#02, pelo acréscimo de três figuras centradas nos mesmos (círculo, quadrado, hexágono) em duas novas cores laranja ou lilás (ou roxo). Com isto aqueles 30 dominós, passarão agora a ser 180 dominós, distintos entre si. Uma nova forma de jogar – híbrida – será possível com estes novos cartões, em que além do casamento de padrões, será exigido ainda o casamento de figuras ou cores distintas, ou seja, com estes cartões jogaremos o Jogo das Diferenças entre figuras e cores centradas nos cartões 5-Cores e iremos, como anteriormente fazíamos no JLOGC#02, casar os padrões dos cartões que servem de suporte a estas novas figuras e cores.

5.1.- Reaproveitando os 'Dominós Quadrados 5-Cores'

Os 30 *Dominós Quadrados 5-Cores* apresentados no JLOGC#02, e novamente reproduzidos abaixo, foram desenvolvidos como sendo adequados aos jogos que realizamos com os dominós típicos, aqueles em que se devem *casar os padrões existentes nas peças*. Ora, há também os dominós em que o que deve ser casado são as diferenças, como nos jogos apresentados no JLOGC#01, item 1.5., em que podíamos jogar o dominó de uma e de duas diferenças. No entanto, este tipo de dominó, o *Quadrados 5-Cores,* não se presta a este tipo de jogo. Mas vamos modificar isto mais à frente.

O que proporemos a seguir é o seguinte: os 30 Dominós Quadrados 5-Cores estudados no JLOGC#02 serão aqui retomados e iremos acrescentar aos centros dos mesmos três figuras geométricas, a saber: um círculo, um quadrado e um hexágono, bem como, iremos colorir estas figuras ora com a cor laranja, ora com a cor lilás (roxo):

Com isto estes 30 dominós que são distintos um dos outros, passarão agora a ser 180 dominós distintos, como mostraremos a seguir.

5.2.- Um Conjunto de 180 Dominós Distintos entre Si

O primeiro conjunto de dominós será gerado a partir das 30 peças do dominó com 5-cores pelo acréscimo de círculos centrais, ora na cor laranja, ora na cor lilás: 30 dominós x 2 cores laranja e lilás = 60 novos dominós, distintos entre si.

O segundo conjunto de dominós será gerado a partir das 30 peças do dominó 5-cores pelo acréscimo de quadrados centrais paralelos à borda dos cartões: quadrados centrais, ora na cor laranja, ora na cor lilás: 30 dominós x 2 cores laranja e lilás = 60 novos dominós, distintos entre si.

Observe que a escolha da colocação dos quadrados centrais com suas bordas paralelas às bordas dos cartões foi arbitrária, os quadrados poderiam ser posicionados em diagonal. O leitor irá encontrar no CD-R que acompanha este livro não somente os três novos conjuntos de cartões, mas aquele conjunto de que os quadrados estarão dispostos com suas diagonais, e não os seus lados, paralelos às laterais dos cartões.

O terceiro conjunto de dominós será gerado a partir das 30 peças do dominó 5-cores pelo acréscimo de hexágonos centrais: hexágonos centrais, ora na cor laranja, ora na cor lilás: 30 dominós x 2 cores laranja e lilás = 60 novos dominós, distintos entre si.

5.3.- Um Jogo de Casamento de Padrões e de Diferenças

Estruturalmente os cartões 7-cores são compostos por 4 triângulos idênticos cujas cores (amarelo, azul, vermelho, verde e branco) são ciclicamente combinadas 4 a 4 (possibilidades que são calculadas como um caso de: 5 vezes as *Permutações Circulares* de 4 elementos = 5 x 4! = 5 x 3 x 2 = 30), e mais 3 figuras centrais que podem ser círculos, quadrados e hexágonos, como mostra a figura a seguir (que resultam em 3 x 30 = 90). Para a obtenção de todos os cartões 7-cores, basta adotar duas cores (laranja e lilás para colorir as figuras centrais) o que nos dá 2 x 90 = 180.

Os jogos de dominó com este tipo de cartão exigem que os triângulos coloridos sejam casados segundo a identidade de cores, e que as figuras centrais sejam distintas uma das outras pela cor ou pela forma, no caso do domino de uma diferença; e pela cor e também pela forma, no caso do jogo do dominó de duas diferenças.

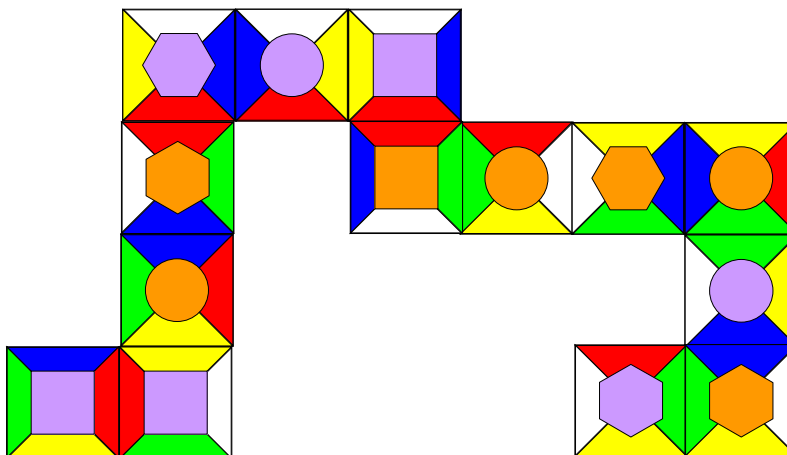
5.3.1.- A Quantidade de Cartões Envolvidos em um Jogo

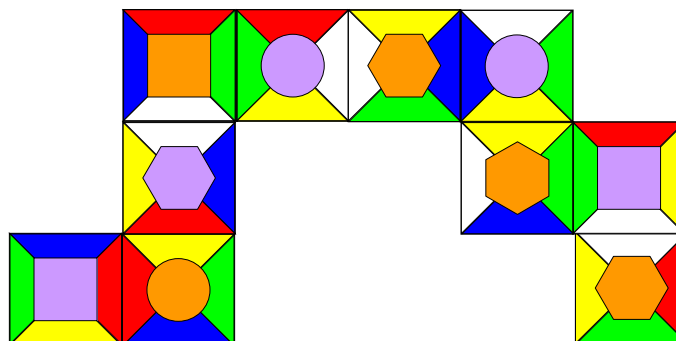
Acredito que nós concordemos que não será muito prático jogar uma partida de dominó utilizando todos os 180 cartões do conjunto de cartões 7-cores. Assim, para que os jogos a seguir apresentados se tornem mais interessantes, deve-se embaralhar os cartões e utilizar apenas uma parte dos mesmos para jogar. Deste modo, sugere-se que dois jogadores possam jogar com 30 ou 40 dos 180 cartões, *por exemplo*. Três jogadores podem optar por jogar com 45 ou 60 cartões, e assim por diante. Um novo embaralhamento de todo o conjunto de cartões, bem como a quantidade de cartões a serem utilizados no jogo, devem ser estabelecidas a cada nova partida, permitindo assim que os jogadores possam discutir estratégias e formas de melhorar o desempenho.

Note que:

- Os cartões podem ser distribuídos em pequenas quantidades, mas sempre em quantidades iguais para cada um dos jogadores, e isto, com o objetivo de sobrarem cartões que deverão ser colocadas sobre a mesa do jogo voltadas para baixo, formando aquilo que muitos denominam ‘morto’.
- Cada jogador, quando não tiver possibilidade de jogar um de seus cartões, poderá comprar um cartão, mas somente um, do ‘morto’ na sua vez de jogar.
- Perde a partida aquele que ao final do jogo estiver com a maior quantidade de cartões em suas mãos.
- Pode ser combinado no início do jogo que, o jogador sem chance de jogar, deveria comprar um cartão de um de seus oponentes no jogo. Isto não é obrigatório, mas dá ao jogo uma nova dimensão estratégica, pois fica a dúvida a cada instante, ao longo do desenrolar da partida: *“Seria melhor comprar um cartão do oponente com mais cartões ou daquele com a menor quantidade de cartões?”*.

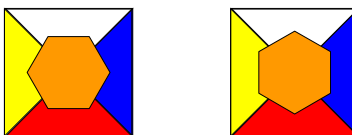
5.3.1.- O Jogo de Casamento de Padrões com Uma Diferença

O exemplo a seguir mostra um trecho de um jogo em que há o casamento de padrões (entre os triângulos, quanto à identidade das cores) e uma diferença entre os elementos centrais do cartão lógico (quanto à forma ou quanto à cor).

5.3.2.- O Jogo de Casamento de Padrões com Duas Diferenças

O exemplo a seguir nos mostra quão limitado passa a ser o jogo, pois é fácil notar que haverá uma alternância nas cores das figuras centrais: se uma figura é laranja, ela deverá ser seguida de uma da cor lilás. Somente as formas é que irão variar sem um sequenciamento obrigatório. Confira a seguir.

5.4.- Considerações Finais

O conjunto de Cartões 7-Cores poderia ser ampliado para 8-Cores, o que tornaria o jogar com este cartão mais difícil, e possivelmente mais interessante, quando se tratasse de um jogo com um bom número de participantes. Por isto no CD-R deste livro você encontrará um conjunto alternativo de cartões '7-cores' em que a figura central aparece em cor-de-rosa, o que permitirá que você consiga formar o conjunto de cartões '8-cores'.

Ainda mais, no caso de cartões em que o quadrado central esteja localizado diagonalmente, o jogo das diferenças poderá levar em conta, além da forma das figuras centrais ou de sua cor, a posição dos quadrados se com lados paralelos à borda do cartão ou com as diagonais paralelas às bordas.

- No tocante à posição dos hexágonos, fica aqui uma proposta de Jogo para o Pensamento: no tocante à posição do hexágono, estes cartões são distintos?

O leitor irá encontrar no CD-R, o conjunto de cartões em que o hexágono estará rotacionado de 30º, formando este novo conjunto de cartões.

- O total de cartões que figuram no CD-R é 360. São os 180 7-cores, mais 120 com o quadrado e o hexágono rotacionados, respectivamente de 45º e 30º, mais os 60 carões com os centro cor-de-rosa.

JLOGC#06 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 06

BLOCOS LÓGICOS OU BLOCOS ATRIBUTOS

Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos é um notável conjunto de manipulativos concretos. Anteriormente utilizados por Vygotsky e por Hull em experimentos sobre a aquisição de conceitos, com Dienes, passa a ser utilizado como suporte para jogos Lógico-Matemáticos muito próximos daqueles apresentados em JLOGC#01. Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos são apresentados ao leitor sob a forma de cartões lógicos – denominados Cartões Blocos-Símbolos – e também sob a forma de Planiblocos. No entanto, caberá aos leitores interessados buscar nas diversas obras apresentadas no item 6.2.1. deste texto, as formas de uso deste material, bem como as regras para mais de uma centena de jogos lógicos possíveis com os Blocos Atributos.

6.1.- Blocos Lógicos ou Blocos Atributos

Os *Blocos Lógicos* ou *Blocos Atributos*, como vêm sendo denominados atualmente, se constituem num conjunto de 48 blocos sólidos totalmente distintos entre si, que são geralmente confeccionado em madeira, plástico ou em material emborrachado EVA[5] e que podem ser reagrupados por cor, tamanho, espessura e/ou forma, permitindo aos indivíduos, através de manipulação, a aquisição (assimilação), a organização (equilibração) e a conseqüente acomodação de conhecimentos lógicos à sua estrutura mental. O mais interessante sobre o uso destes manipulativos, é que os educadores podem observar, de forma vívida, *o como e quando os indivíduos, ao agirem através de manipulações naquele micromundo, compreendem as propriedades, as limitações, as regras, bem como fazem uso destas idéias conceituais para continuar jogando ou agindo "dentro" daquele mundo*.

Recentemente, por uma questão de conveniência matemática, este conjunto foi ampliado, passando de 48 para 60 blocos, o que será mostrado adiante.

6.1.1.- Blocos Lógicos de 'Dienes'

Os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos se constituem num magnífico exemplo de 'micromundo educativo', não somente pela consistência de suas propriedades lógicas, como também pela sua completude e fechamento – a impossibilidade de que, os resultados das operações realizadas dentro deste 'mundo', tenham que ser buscadas fora dele. Zoltan Paul Dienes, um matemático húngaro, colaborador de Jean Piaget, divulgou em seus livros mais de uma centena de *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático* que utilizavam as propriedades lógicas destes blocos. No entanto, há um fato muito curioso acerca dos nomes 'Blocos Lógicos' ou 'Blocos Atributos' que gostaríamos de mencionar.

Este manipulativo concreto chegou ao Brasil na década de 70 e foi amplamente divulgado com o nome *Blocos Lógicos "de Dienes",* parecendo indicar, ou fazendo crer a muitos de nós, na época, que eles tivessem sido criados por Dienes. No entanto, estes blocos não foram criados por ele:

[5] O 'Edil Vinil Acetato – EVA' é um material expandido (poroso) normalmente vendido em placas coloridas por quilo ou, por metro, no caso das menores espessuras.

- In “Lógica e Jogos Lógicos” [Dienes 1976] , o próprio Dienes cita: “Esta técnica é utilizada há alguns anos para testar o pensamento lógico (formação de conceitos). Provavelmente, foi o psicólogo russo *Vygotsky* [Lev Vygotsky (1896-1934)] que a usou, pela primeira vez, de modo sistemático”.
- O texto de Dienes segue mencionando que Hull [Clark Leonard Hull (1884-1952)] também utilizou um material semelhante para testar suas concepções sobre crianças de cinco anos serem capazes de *pensamentos lógicos avançados* desde que os exercícios fossem convenientemente selecionados e adaptados ao estado de desenvolvimento das mesmas, evitando-se o verbalismo excessivo na comunicação entre o aplicador e a criança durante os jogos - manipulação do material concreto com vistas a formação dos conceitos lógicos.
- Dienes menciona, ainda, que os jogos envolvendo os “Blocos Lógicos”, possivelmente a ele atribuídos, devam ter a sua criação atribuída a Hull. Neste mesmo texto Dienes esclarece que alguns dos jogos foram por ele modificados e ampliados e que, certos aperfeiçoamentos, se deveram às próprias crianças. E finalmente, acaba por reconhecer que alguns jogos foram por ele criados, mas não menciona quais destes jogos foram por ele criados.

6.1.2. – O Conjunto de Blocos Ampliado: de 48 para 60 peças

Inicialmente, os Blocos Atributos possuíam 48 (quarenta e oito) peças em madeira, plástico, cartolina ou ainda de borracha EVA, concebidas com as seguintes características (atributos):

- CORES: azul, vermelho, amarelo (são as cores primárias);
- FORMAS: quadrado, retângulo, círculo e triângulo, sendo que nos conjuntos de blocos mais modernos foi acrescentada uma nova forma, o hexágono, de acordo com o que é realçado nas figuras a seguir.
- ESPESSURAS: fino e grosso
- TAMANHOS: grande e pequeno.

Veja na figura a seguir o desenho do conjunto blocos lógicos, já com o acréscimo dos blocos de forma hexagonal.

Assim, o simples acréscimo de mais uma forma ao conjunto de Blocos Atributos (o hexágono – mantendo-se as mesmas quantidades de espessuras, cores e tamanhos) elevou a quantidade de peças de 48 para 60. Para calcular estas quantidades basta multiplicar as respectivas quantidades de atributos entre si:

3 cores × **4 formas** × 2 espessuras × 2 tamanhos = 3 × 4 × 2 × 2 = 48 blocos
3 cores × **5 formas** × 2 espessuras × 2 tamanhos = 3 × 5 × 2 × 2 = 60 blocos

Há uma forte razão matemática para isto. Nos Estados Unidos estes blocos são muitas vezes utilizados ao longo de todo o processo de escolarização. Normalmente este conjunto de manipulativos se presta muito bem a servir como espaços amostrais para o cálculo das probabilidades. O número 60, por possuir uma quantidade maior de divisores do que o número 48, se mostrou uma alternativa bastante sábia em termos de quantidade dos blocos. A opação por construir o conjunto de blocos, modernamente, com 60 peças, irá permitir que eles sejam tomados como um espaço amostral que permitirá uma quantidade de experimentações maior do que aquela possibilitada pelo conjunto de blocos anterior, que somente possuía 48 peças.

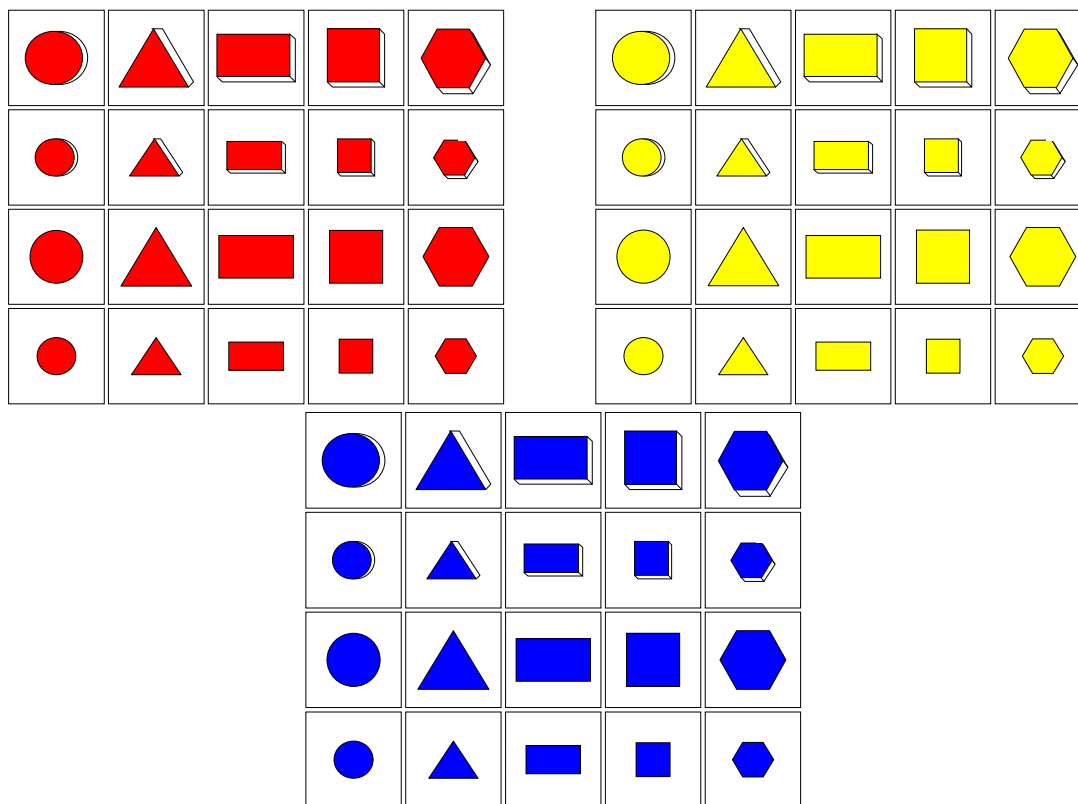
Meramente por curiosidade, nós poderíamos sugerir que, ao invés de acrescentar uma nova forma, acrescentássemos um novo tamanho, além do pequeno e do grande – o tamanho médio. Veja como ficaria a nova quantidade de blocos:

3 cores ×4 formas ×2 espessuras ×3 tamanhos = 3 ×4 ×2 ×3 = 72 blocos

quantidade esta que possivelmente não oferecesse as mesmas vantagens do que a anteriormente escolhida, a de 60 blocos.

6.2. – Trocando os Blocos por Cartões Blocos-Símbolos

Apresentamos aqui um conjunto de 60 cartões que *simbolizam* os blocos lógicos. Iremos denominá-los Cartões Blocos-Símbolos. Consideramos que estes cartões simbólicos não possam substituir num primeiro momento os blocos atributos – geralmente feitos de madeira, mas encontráveis ainda em plástico ou em borracha EVA. Isto se deve ao seguinte fato: um símbolo ou uma representação simbólica é quilo que, por um princípio de analogia, por sua forma ou sua natureza, evoca, representa ou pretende substituir, num determinado contexto, algo ausente. Assim é que, cada um dos cartões simbólicos apresentados a seguir deve ser tomado como uma figura convencional elaborada expressamente para representa um dado bloco e, portanto, por não serem os

blocos propriamente ditos, deve-se procurar estabelecer, de forma suficientemente clara, uma correspondência entre os 'blocos de facto' e as suas imagens, aquelas que figuram nos cartões.

Convém ao leitor considerar ainda, o seguinte:

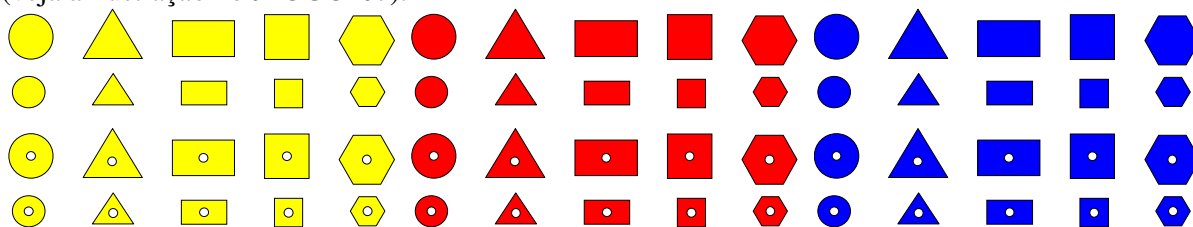
- Os 60 cartões apresentados acima apenas ganham significado após as crianças tomarem contacto com os blocos, tradicionalmente confeccionados em madeira, plástico ou borracha – o que denominamos material 'concreto'.
- Após esse primeiro contacto, que permitirá às crianças o estabelecimento de uma correspondência biunívoca entre o material 'concreto' e os cartões – que no caso são simbólicos (ou abstratos) –, é que se aconselha a utilizar estes conjuntos de cartões.
- Há um motivo bastante forte para que se utilizem os cartões ao invés dos blocos:
    - Os blocos lógicos confeccionados em madeira, ou mesmo aqueles confeccionados em qualquer outro material são muito caros;
    - Numa sala de aulas com 40 crianças precisaríamos, *no mínimo*, de 10 caixas do material, sendo que cada 4 crianças trabalhariam com uma caixa do material;
    - A perda – o que é muito comum – de uma única peça (um bloco) inutiliza o material, pois o conjunto de blocos restante deixaria de ser um micromundo – o bloco perdido se tornará uma falta grave e irreparável;
    - Os cartões, em caso de perdas ou danos, podem ser facilmente repostos, um bloco, não.

.2.1.- Sobre a Bibliografia (em Português)

Consideramos que seria de suma importância para o leitor do presente texto o acesso, de imediato, às obras publicadas em português que se referem aos Blocos Lógicos, não apenas como obras de consulta, mas de leitura possivelmente obrigatórias. Estes livros, que também listados na Bibliografia, são os seguintes:

1) *"Pensar é divertido"* [Khote 1977]: livro totalmente sem ilustrações que, curiosamente, remete, a quase todo instante o leitor a um encarte – um pequeno folheto separado do livro, com diagramas, gráficos e ilustrações, todos em cores, apresentando as atividades, os esquemas e os jogos citados no corpo da obra. A EPU, editora desta obra, também comercializa uma caixa de Blocos Lógicos confeccionados em plástico.
2) *"Lógica e Jogos Lógicos"* [Dienes 1976]: texto bastante teórico; um clássico para o embasamento de vários jogos na linha do pensamento piagetiano.
3) *"As Seis Etapas de Aprendizagem em Matemática"* [Dienes 1972], texto muito específico em que Dienes propõe uma sequência de etapas concernentes à aprendizagem da matemática com o uso de materiais manipulativos concretos. A proposta passa o conceito de que se deve expor uma Teoria de forma paulatina: 'do concreto para o abstrato' até chegar-se aos axiomas[6].
4) *"Blocos Lógicos – 150 Exercícios para Flexibilizar o Raciocínio"* [Simons 2007], é um livro bastante atual, bem escrito e é fartamente ilustrado em cores. São exatamente 150 jogos em sequências bem estudadas.

6.3.- Os Planiblocos Lógicos ou Planiblocos Atributos

Um material mais próximo do concreto (mais próximo dos 'blocos de facto', do que os cartões simbólicos) são os *Planiblocos* que, podendo ser feitos de EVA – Edil Vinil Acetato (usar placas finas – sendo que os 60 blocos passarão a ter a mesma espessura) ou de papel cartonado colorido, são aqueles em que a espessura é trocada pelo atributo: 'com furo' e 'sem furo'. O Furo poderá ser feito com uma ferramenta facilmente encontrável em casas de ferragens: o 'vazador' (veja a ilustração no JLOGC#07).

No caso das peças serem impressas sobre papel A4 ou confeccionadas em cartolina colorida, elas poderão perfuradas antes para depois serem plastificadas a quente. A plastificação fará com que se evite o desgaste das peças, fazendo-as durar mais.

O molde para a confecção dos *Planiblocos Lógicos* pode ser encontrado no CD-R que acompanha este livro, na pasta intitulada: JLOGC#06.

6.4.- O Jogo do Dominó das diferenças com os Blocos Lógicos

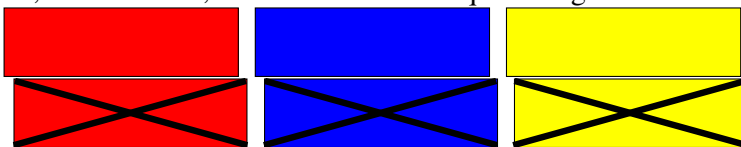
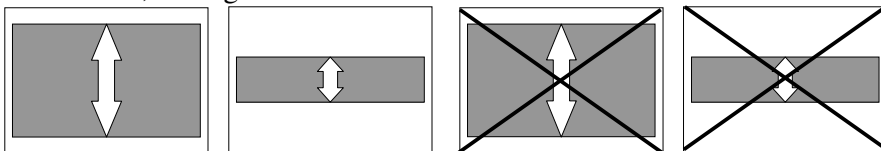
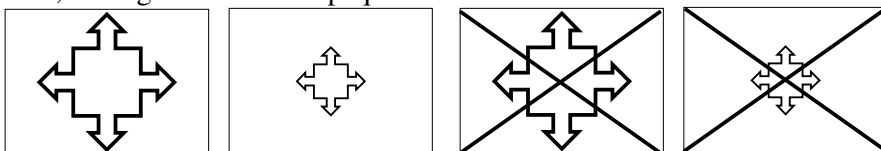
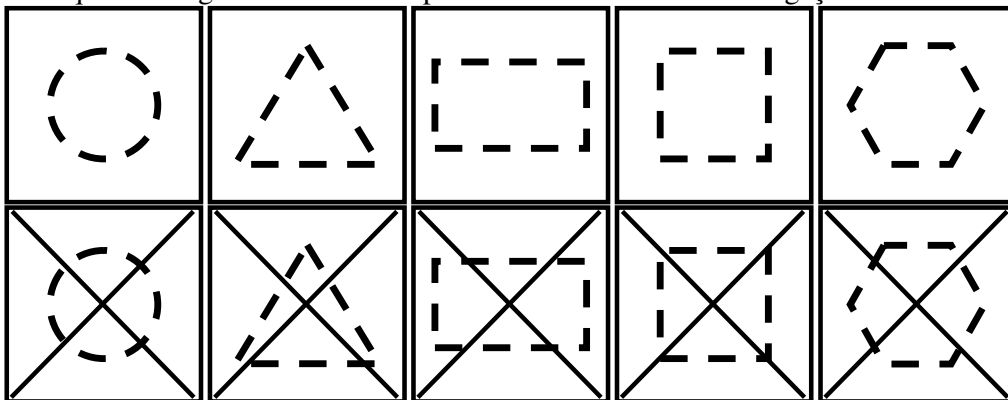
É muito prazeroso jogar o Dominó das Diferenças com os Blocos Lógicos. Quanto a jogar com uma, duas ou três diferenças, nada ocorrerá de novidade quando comprado aos jogos já realizados com o material Cores-Formas (JLOGC#03), a grande surpresa ficará por conta do Jogo

[6] Axioma: Afirmação admitida como verdadeira, a partir da qual se podem deduzir outras verdades que irão compor uma teoria lógico-matemática.

de Dominós das Quatro Diferenças. É jogar para ter diante de seus olhos um fantástico(!) fenômeno matemático: a partição de um conjunto. É ver, para crer ...

6.5.- Etiquetas para os Cartões Blocos-Símbolos

A seguir são mostradas as etiquetas que podem ser utilizadas com os cartões Blocos-Símbolos em jogos, como aqueles sugeridos no JLOGC#05 (Cartões Cores-Formas), tais como discriminação, as seriações, as comprovações de propriedades da Teoria dos Conjuntos, etc. As etiquetas mostradas aqui são de dois tipos: as positivas – que representam os atributos (cores, espessuras, tamanhos e formas) –, e as negativas – que negam cada um dos quatro atributos.

As etiquetas a seguir se referem respectivamente: às cores, e à negação destas mesmas cores: vermelho, azulo e amarelo; "não-vermelho", "não-azul" e "não-amarelo", sendo que o 'xis' indicará a negação de cada um, dos atributos, em cada uma das etiquetas seguintes.

As etiquetas a seguir se referem respectivamente às espessuras e à negação destas mesmas espessuras: grosso e fino, "não-grosso" e "não-fino".

As etiquetas a seguir se referem respectivamente aos tamanhos e à negação destes tamanhos: grande e pequeno, "não-grande" e "não-pequeno".

As etiquetas a seguir se referem respectivamente às formas e à negação destas formas.

6.5.1.- Sobre a Negação dos Atributos

A negação de um atributo depende da quantidade de atributos envolvidos. Por exemplo, a negação do atributo cor 'azul', o "não-azul", corresponderá às cores vermelho e/ou amarelo; por outro lado, a negação do atributo espessura 'fino', o "não-fino", corresponderá simplesmente a 'grosso'. Já, ao se negar uma das formas, esta negação corresponderá a quatro possibilidades, assim, o "não-quadrado", corresponderá a: 'círculo e/ou triângulo e/ou retângulo e/ou hexágono'.

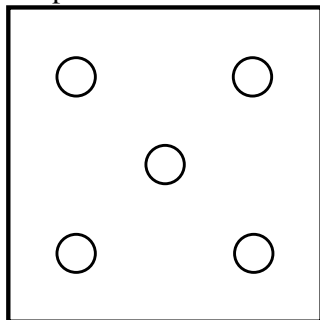
JLOGC#07 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 07

CARTÕES LÓGICOS CORES-FUROS E CORES-MINICÍRCULOS

Aqui serão apresentados os Cartões Cores-Furos. Baseadas nas concepções de Jean Piaget quanto à utilização de materiais concretos, durante as Entrevistas Críticas, este micromundo é bastante diferente dos Cartões apresentados nos Jogos Lógicos de #01 até #05, bem como dos Blocos Lógico (JLOGC#06), pois se apresentam com dois novos tipos de atributos, bem mais complexos que aqueles estudados anteriormente, como cores, formas, espessuras e tamanhos, ou seja, os novos atributos são os seguintes: a quantidade e a posição dos furos dispostos sobre o suporte físico quadrado, e o fundo cujas cores podem variar de um conjunto para outro.

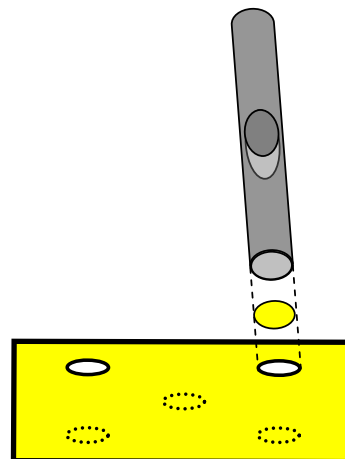
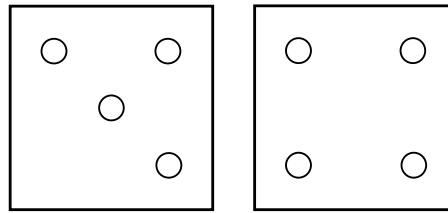
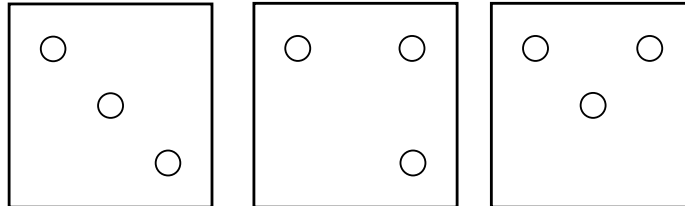
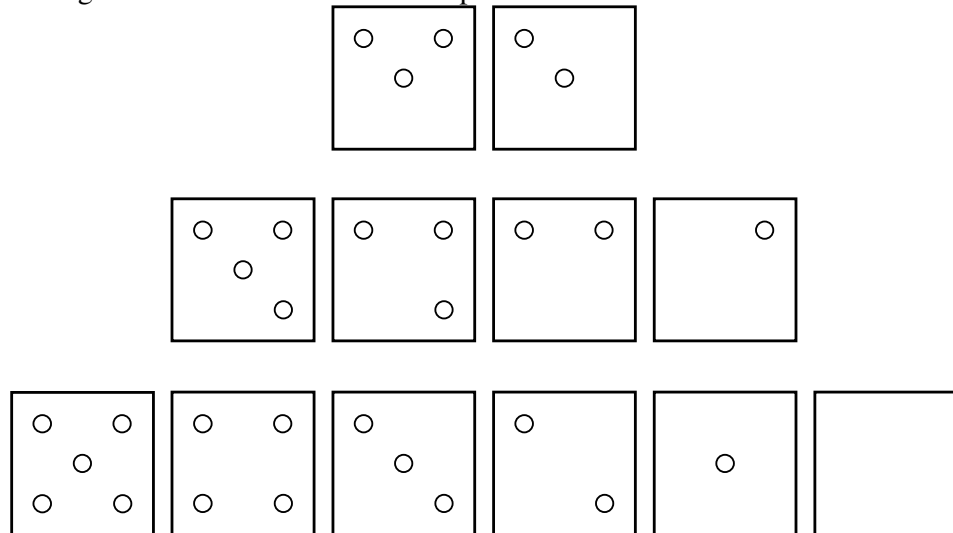
7.1. – Os Cartões Cores-Furos

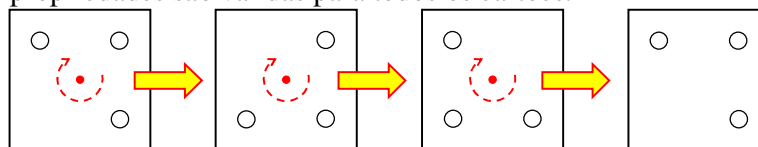
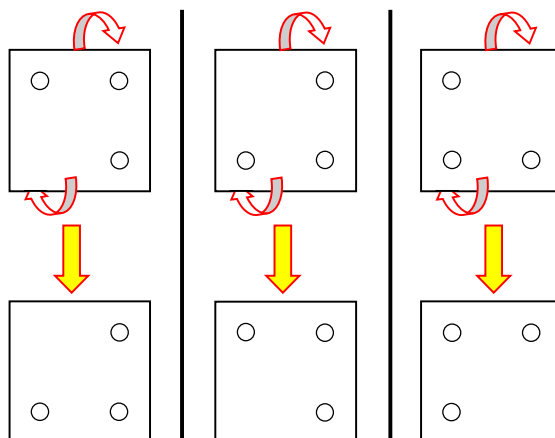
Um jogo bastante interessante e que possui uma estrutura bastante próxima, mas não idêntica, dos Cartões Cores-Formas (JLOGC#05) e dos Cartões Bloco-Símbolos ou dos Planiblocos Lógicos, mostrados acima, são os cartões Cores-Furos [Sá Leite 1988].

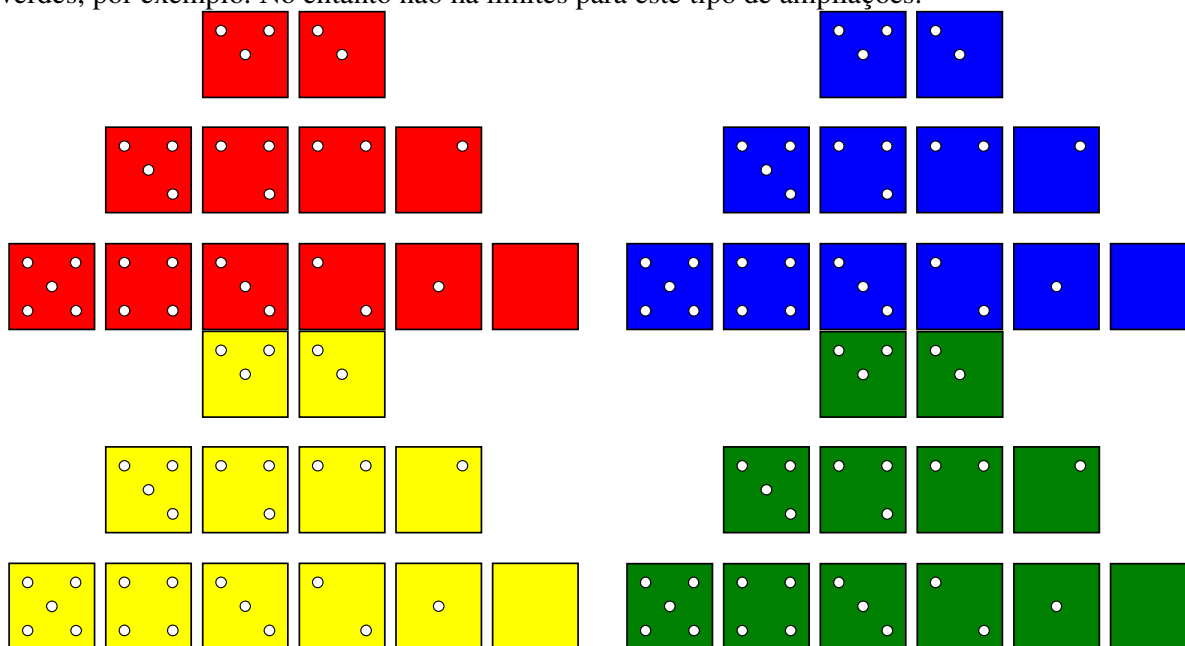
O conjunto de cartões foi baseado no seguinte módulo: um cartão quadrado medindo 4,5 cm de lado, com 5 furos dispostos simetricamente no cartão.

Estes furos podem ser conseguidos com um ferramental encontrado nas casas de ferragens: um vazador – uma espécie de tubo oco em que a extremidade superior é fechada e na qual se pode bater com um martelo (vide item 6.3 do JLOGC#06)..

O módulo inicial é a peça chave que dará origem aos demais cartões de acordo com o seguinte critério:

- Deve-se, a cada passo, suprimir um dos furos módulo básico;
- Deve-se ainda, verificar quantas peças distintas se consegue obter com a supressão deste furo.

➔ No exemplo a seguir nota-se que ao suprimirmos um furo no módulo básico, conseguiremos dois cartões, com 4 furos, mas distintos entre si devido à diferença de posição de um dos furos.

➔ Os cartões a seguir possuem três furos e a distinção entre eles se faz pelas posições distintas entre os furos.

➔ A figura a seguir mostra o conjunto de todos os 12 cartões possíveis que se consegue obter com critério acima exposto.

7.1.1.- Analisando os Cartões Cores-Furos

Estes cartões possuem propriedades muito notáveis que foram fartamente estudadas no livro "Cores-Furos – Um material concreto na linha de Piaget" [Sá Leite 1988]. Uma destas propriedades é a seguinte: um cartão pode ser girado sobre o plano, ou pode ser virado de costas, que as suas características não se modificam: ele continua com a mesma quantidade de furos e, estes furos continuam 'na mesma posição relativa anterior'. Observe as figuras a seguir e verifique, em seguida, que estas propriedades são válidas para todos os cartões.

7.1.2. – O Conjunto de Cartões Cores-Furos e os Cores-Minicírculos

O conjunto básico de cartões Cores-Furos são aqueles com as cores primárias: vermelho, azul e amarelo, por serem estas cores facilmente reconhecíveis por crianças pequenas. No entanto este conjunto de cartões pode ser ampliado, incluindo-se aí, mais 12 cartões brancos e 12 cartões verdes, por exemplo. No entanto não há limites para este tipo de ampliações.

Uma das dificuldades da confecção destes cartões fica por conta não somente das perfurações, mas das cores, que deveriam figurar na frente e no verso dos cartões, mas mesmo isto é dispensável, pois podemos adotar os Cartões Cores-Minicírculos, onde as perfurações passam a ser minicírculos pintados de preto.

7.1.2.1.- Os Cartões Cores-Minicírculos e Cartões Texturas-Minicírculos

Está claro que, ao adotarmos os Cartões Cores-Minicírculos, se perde uma das mais notáveis características do material, a possibilidade de reconhecimento táctil, ou seja, a possibilidade de se saber através do tato, e não necessariamente através da visão, a quantidade e a posição das perfurações. Com crianças desprovidas da visão, o conjunto de cartões poderia ser impresso em papéis mais espessos e com texturas diferentes para cada grupo de 12 cartões básico, sendo este o atributo (textura) que substituiria as cores.

7.2.- O Dominó das Diferenças com os Cartões Cores-Furos

Um diferencial muito grande entre os Cartões Cores-Furos e os cartões apresentados até aqui, com os quais se pode jogar o Dominó das Diferenças (Cartões Cores-Formas, Cartões Blocos-Símbolo), é que o atributo: posição dos furos é essencial e possivelmente,envolve um raciocínio bastante complexo para algumas crianças pequenas.

Um estudo bastante completo dos jogos com os Cartões Cores-Furos pode ser encontrado no livro "Cores-Furos – Um Material Concreto na Linha de Piaget" da Editora Manole [Sá Leite 1988].

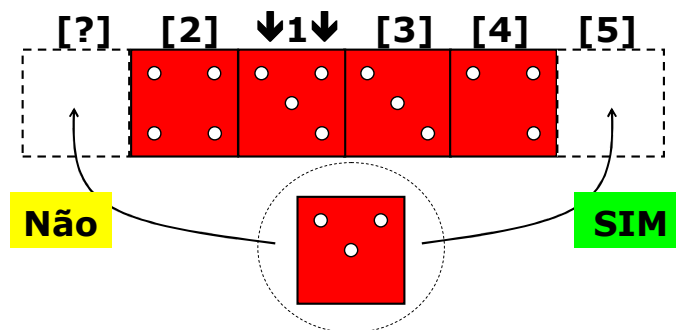
7.2.1.- Jogo do Dominó de Uma Diferença

Vamos mostrar a seguir, vários exemplos de jogadas corretas e não corretas do dominó das diferenças quando jogado com os Cartões Cores-Furos.

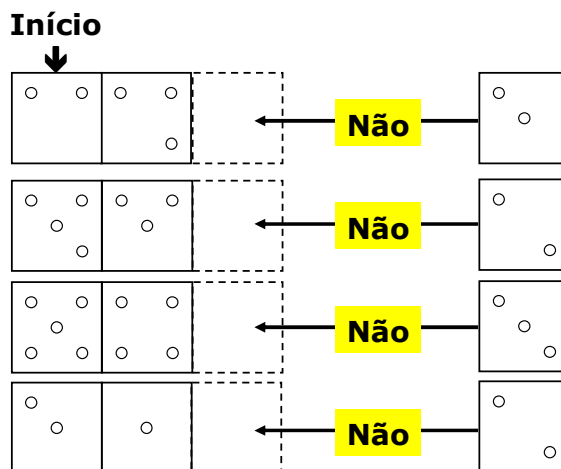
7.2.1.1.- Primeiro Exemplo: o que pode e o que não pode ser feito

No exemplo a seguir, em todas as jogadas a cor (vermelho) foi mantida, ou seja, não houve nenhuma mudança de cor, apenas houve a mudança de quantidade dos furos ou então a mudança de uma das posições dos mesmos.

Vamos analisar todas as jogadas:

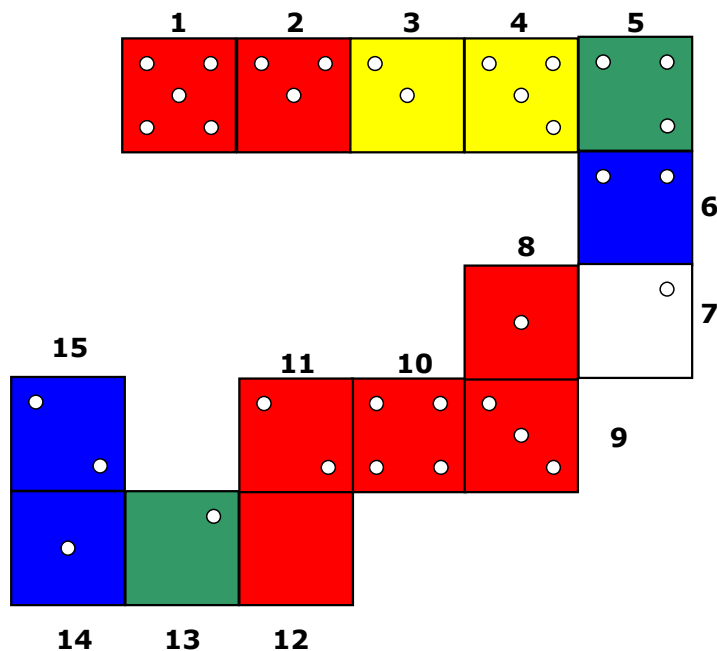
- O símbolo '**↓1↓**' marca o início do jogo;
- De [1] para [2]: conservação da cor, conservação da quantidade de furos;apresenta uma diferença: o deslocamento de um furo (deslocamento na diagonal para baixo);
- De [1] para [3]: conservação da cor, um furo é suprimido, os demais furos se mantêm em posições compatíveis com as posições anteriores;
- De [3] para [4]: conservação da cor, conservação da quantidade de furos; apresenta uma diferença: o deslocamento de um furo (deslocamento na diagonal para cima);

- De [4] para [5]: da cor, conservação da quantidade de furos, mas apresenta o deslocamento de um furo (deslocamento em diagonal para cima);
- [?] *é uma jogada proibida***:** pois haveria duas modificações, ou seja, a diminuição de um furo e a necessidade de deslocamento de um dos furos da borda inferior para ocupar o centro do cartão.

7.2.1.2.- Vários Exemplos: o que pode e o que não pode ser feito

Como pôde ser visto no exemplo anterior, A posição relativa dos furos de um para outro cartão deve ser respeitada, isto é, se houver uma redução de furos, os furos restantes devem manter a posição de 'n-1' furos do cartão anteriormente jogado; se houver uma adição de furos, os furos do cartão anterior devem mostrar a mesma disposição de furos, com exceção somente para os furos acrescentados, ou seja, deve manter a posição dos n furos anteriores antes de se passar a 'n+1' furos, no caso do Dominó de uma Diferença. Confira isto nos exemplos a seguir.

7.2.2.- Jogo do Dominó de Duas Diferenças

No Dominó das Duas Diferenças é preciso observar-se atentamente que as diferenças podem se dar:

1. Quanto à variação da quantidade de furos: + 2 ou – 2 furos;
2. Quanto à mudança de posições de 2 dos furos relativamente à posição dos furos da peça anterior – com a conservação da cor do cartão anterior;
3. Quanto à mudança de posição de um furo e a mudança de cor, relativamente ao cartão anterior;

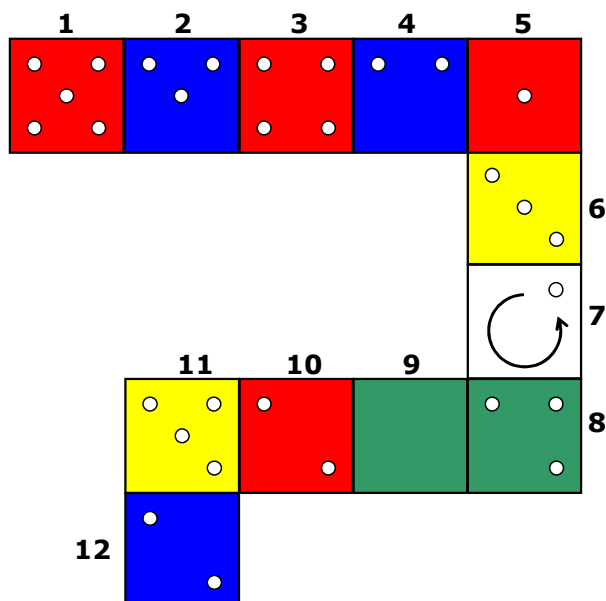
Veja o exemplo a seguir e confira as jogadas, logo em seguida.

- Jogada de 1 para 2: dois furos a menos, a cor foi mantida;
- Jogada de 2 para 3: um furo a menos e mudança de cor – de vermelho para amarelo;
- Jogada de 3 para 4: dois furos a mais, a cor foi mantida;
- Jogada de 4 para 5: um furo a menos e mudança de cor – de amarelo para verde;
- Jogada de 5 para 6: um furo a menos e mudança de cor – de verde para azul;

- Jogada de 6 para 7: um furo a menos e mudança de cor – de azul para branco;
- Jogada de 7 para 8: mudança de posição de um furo e mudança de cor – de branco para vermelho;
- Jogada de 8 para 9: aumento de dois furos;
- Jogada de 9 para 10: mudança de posição de um furo e aumento de um furo;
- Jogada de 10 para 11: supressão de dois furos com conservação de cor;
- Jogada de 11 para 12: supressão de dois furos com conservação de cor;
- Jogada de 12 para 13: acréscimo de um furo e mudança de cor;
- Jogada de 13 para 14: mudança da posição de um furo e mudança de cor;
- Jogada de 14 para 15: Mudança da posição de um furo e aumento de um furo;.

7.2.3.- Jogo do Dominó de Três Diferenças

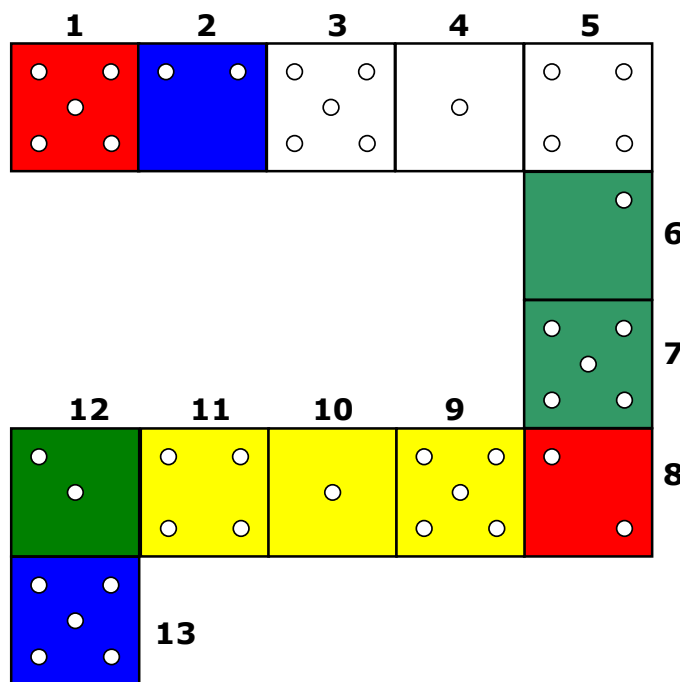
No Dominó das Três Diferenças é preciso observar-se atentamente que as diferenças podem se dar:

1. Quanto à variação da quantidade de furos: + 3 ou – 3 furos;
2. Quanto à mudança de posição de 2 dos furos e a mudança de cor, relativamente ao cartão anterior;
3. Quanto à variação da quantidade + 1 ou –1, mudança de posição de um dos pontos e mudança de cor;
4. Outras formas de compor as diferenças, deve ser pesquisada pelo leitor – será que há mais possibilidades além das expostas acima?

Veja o exemplo a seguir e confira as jogadas, logo em seguida.

- Jogada de 1 para 2: supressão de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 2 para 3: mudança da posição de um furo, acréscimo de um furo e mudança de cor

- Jogada de 3 para 4: supressão de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 4 para 5: mudança da posição de um furo, supressão de um furo e mudança de cor
- Jogada de 5 para 6: acréscimos de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 6 para 7: supressão de dois furos e mudança de cor – gire o cartão para verificar que a posição do furo restante é a mesma que a de um dos furos anteriores;
- Jogada de 7 para 8: acréscimos de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 8 para 9: supressão de três furos;
- Jogada de 9 para 10: acréscimo de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 10 para 11: acréscimo de dois furos e mudança de cor;
- Jogada de 11 para 12: supressão de dois furos e mudança de cor.

7.2.4.- Jogo do Dominó de Quatro Diferenças

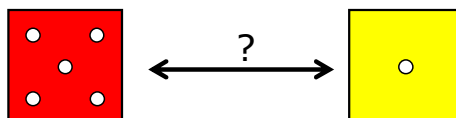
O Jogo de Dominó das Quatro Diferenças com os Cartões Cores-Furos exige muita atenção dos jogadores - tanto do que está jogando como os seus adversários. Deve-se analisar muito bem as jogadas pois, se uma jogada for aceita como válida, e somente muito depois se descobrir o erro, *ela não poderá ser corrigida*, o jogo não pode parar por causa disto. Uma jogada errada, depois de validada por todos, isto é, aceita pelos jogadores, passa a valer como tal.

- Jogada de 1 para 2: supressão de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 2 para 3: acréscimo de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 3 para 4: supressão de quatro furos;
- Jogada de 4 para 5: mudança de posição de um dos furos e acréscimo de três furos;
- Jogada de 5 para 6: supressão de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 6 para 7: acréscimo de quatro furos;
- Jogada de 7 para 8: supressão de três furos e mudança de cor;

- Jogada de 8 para 9: acréscimo de três furos e mudança de cor;
- Jogada de 9 para 10: supressão de quatro furos;
- Jogada de 10 para 11: mudança de posição de um dos furos e acréscimo de três furos;
- Jogada de 11 para 12: supressão de dois furos e mudança da posição de um dos furos e mudança de cor;
- Jogada de 12 para 13: acréscimo de três furos e mudança de cor.

7.2.5.- Algumas Idéias de Jogos Para o Pensamento

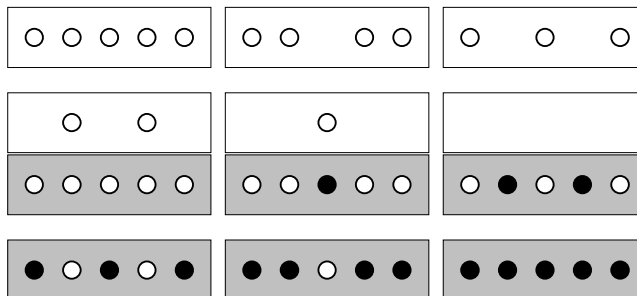
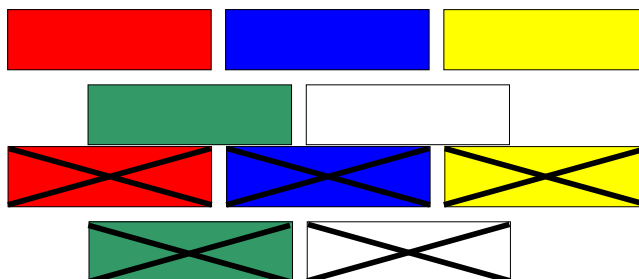
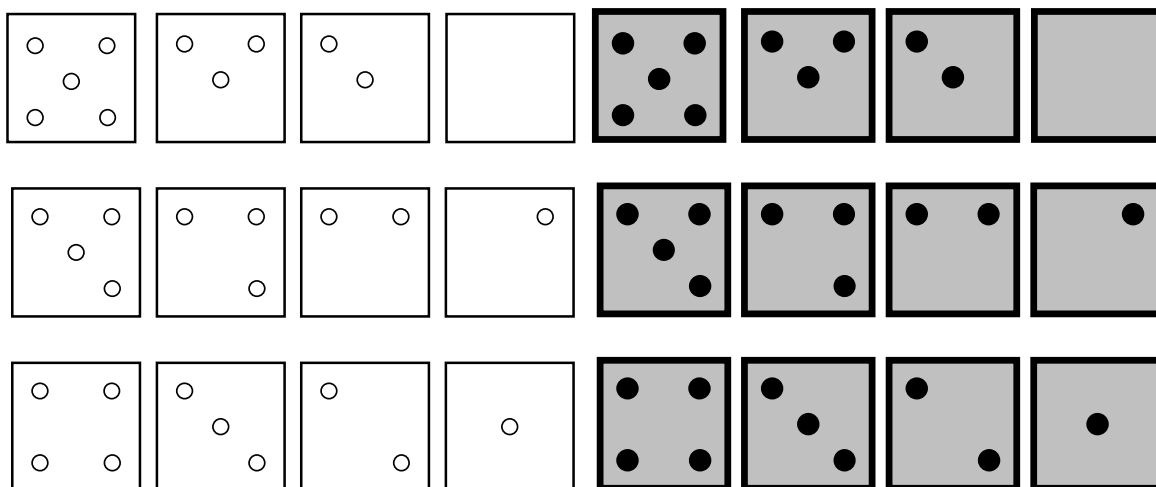
O leitor agora deve se encarregar de resolver os seguintes Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático:

1. Será possível jogar o Dominó das Cinco Diferenças com os Cartões Cores-Furos?
2. O que seria mais interessante: jogar o Dominó de Múltiplas Diferenças usando um dado hexagonal ou um dado tetraédrico?

   O *Dominó de Múltiplas da Diferenças* consiste no seguinte: lança-se um dado e o valor obtido no lançamento corresponderá à quantidade das diferenças entre ao cartão que já esteja na mesa e o cartão a ser casado com aquele.
3. Se a primeira pergunta foi respondia satisfatoriamente, isto é, consegue-se jogar com os Cartões Cores-Furos o Dominó das Cinco Diferenças, então podemos adotar um dado hexagonal (com 6 faces) para jogarmos o Dominó das Múltiplas Diferenças, adotando-se como regra o seguinte: o valor 6 obtido o lançamento de um dado, faz com que o jogador perca a sua vez de jogar.
4. No caso da resposta à primeira perguntar ser negativa (e cremos que não seja, mas isto é apenas uma crença!) poderíamos adotar um dado tetraédrico (4 faces) para jogar o Dominó das Múltiplas Diferenças.
5. Examine a figura a seguir e tente entender o que ela mostra:

6. Se você entendeu a figura acima – mudança de cor e decréscimo de 4 furos – e portanto 5 diferenças de uma pela para outra, verifique que outras possibilidades há de ocorrência deste fenômeno.
7.

7.3.- Etiquetas para os Cartões Cores-Furos

As etiquetas a seguir mostradas são para serem utilizadas juntamente com os cartões Cores-Furos em jogos como os apresentados no JLOGC#05 (Cartões Cores-Formas), tais como discriminação, as seriações, as comprovações de propriedades da Teoria dos Conjuntos, etc.

7.3.1. – Etiquetas Positivas e Negativas

5 furos	**4 furos**
3 furos	**2 furos**
1 furo	**Nenhum furo**

Não-5 furos	**Não-4 furos**
Não-3 furos	**Não-2 furos**
Não-1 furo	**Não-0 furos**

JLOGC#08 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 08

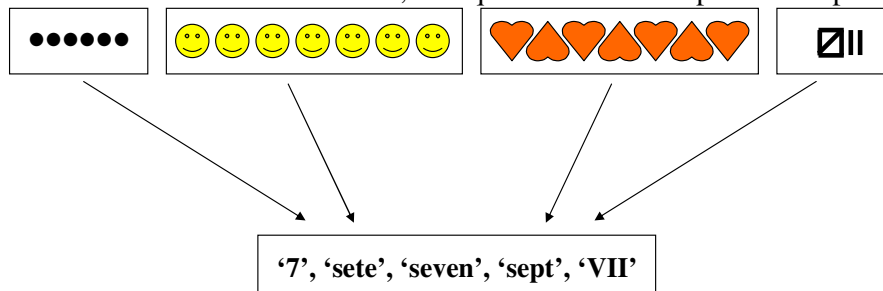
O JOGO DA MEMÓRIA - COMPLEMENTO DE UMA IDÉIA

O jogo da memória é um jogo bastante conhecido. Aqui ele será apresentado numa versão diferente da usual. Ele será visto como o Jogo do Complemento de uma Idéia, em que os de cartões não serão buscados pela identidade, sendo que os pares de cartões deverão ser formados pela complementaridade das idéias neles contidas.

8.1.- Números e Numerais

Na Matemática se faz uma distinção entre número e numeral. O número corresponde à quantidade, esta quantidade é obtida através de contagem dos elementos de um conjunto, ou seja, através da cardinalidade de um conjunto. Conjuntos que tenham a mesma cardinalidade são denominados conjuntos equipotentes. Por outro lado, o numeral é um símbolo convencional que representa aquela quantidade, ou seja, um 'rótulo'.
Veja a seguir, num exemplo, uma forma de notação quantitativo-simbólica muito usual que relaciona alguns números com os seus respectivos numerais, ou seja, relaciona as 'quantidades' de 'pauzinhos' – que representam os números – com os numerais hindu-arábicos.

8.1.1.- Um mesmo Número, vários tipos de Numerais

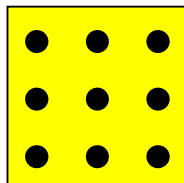
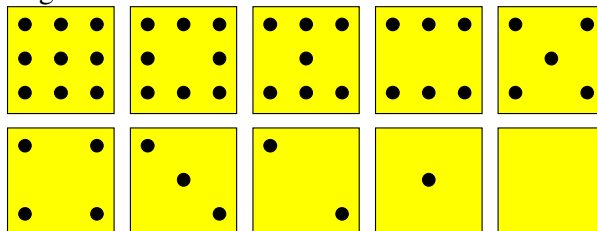
Conjuntos que possuam as mesmas quantidades de elementos são tidos como representantes de um mesmo número, no entanto podemos associar a eles vários tipos de numerais. Enquanto poderemos dizer que nos conjuntos apresentados no exemplo a seguir há '7' ou 'sete' elementos, um inglês se referirá àquela quantidade como sendo 'seven' e um francês como 'sept'; se estivéssemos utilizando os *numerais* romanos, esta quantidade seria representada por 'VII'.

A quantidade – o número –, sempre será o mesmo seja qual for a forma de representação, os *numerais daquele número* é que poderão variar de acordo com conveniência lingüísticas ou com o contexto em que eles devam ser apresentados.

Se formos recorrer à Teoria dos Conjuntos, podemos afirmar que, sob a 'etiqueta' de um dado número, poderemos reunir o conjunto de todos os conjuntos equivalentes entre si, ou seja, aqueles que podem ter seus elementos colocados em correspondência biunívoca, isto é, os conjuntos que são *equipotentes*. Mas isto tudo poderá ser substituído pela idéia que demos anteriormente – e cremos que o leitor irá concordar conosco: *número é a quantidade e numeral o símbolo que o representa*.

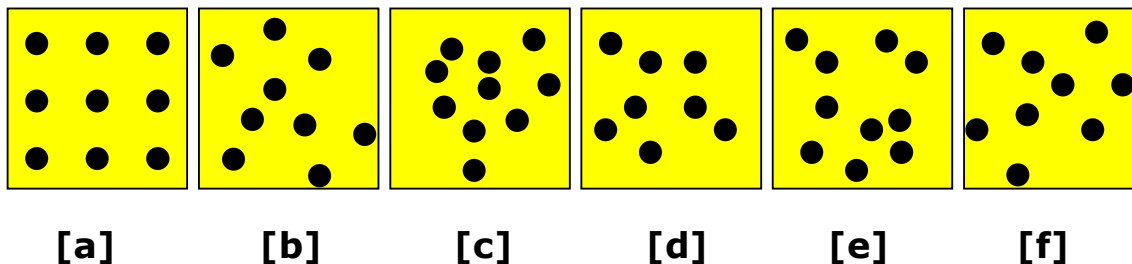
8.1.2.- Cartões-Números e Cartões-Numerais

Vamos mostrar a seguir duas séries de cartões numéricos:
1.- os cartões-números – cuja quantidade poderá ser representada por um número;
2.- os cartões-numerais que podem apresentar os numerais hindu-arábicos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9); os numerais romanos (I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX) ou os numerais escritos em vários idiomas.

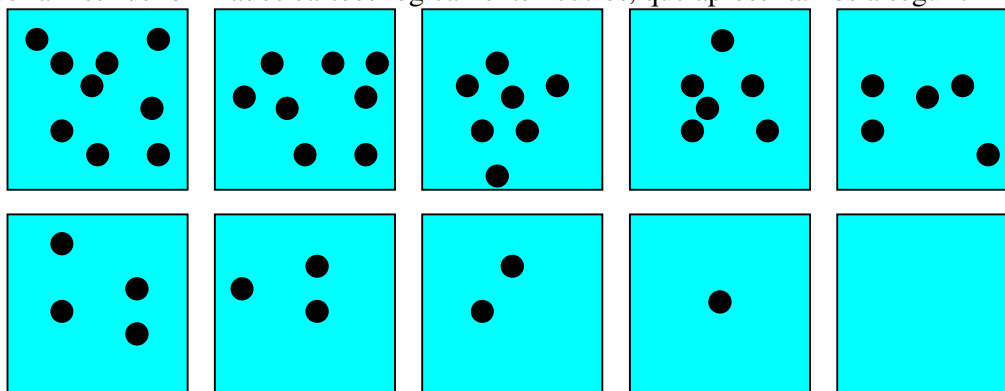
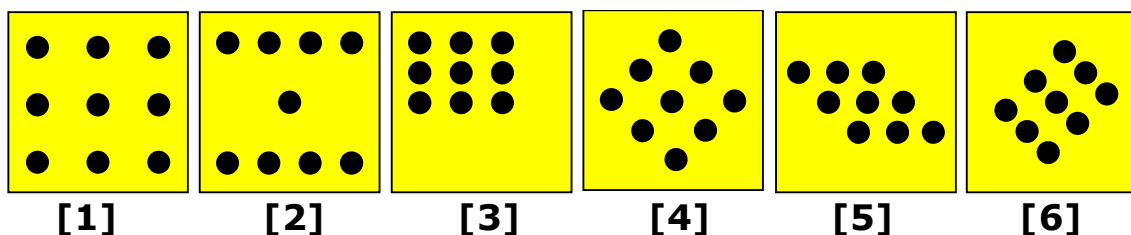
8.1.2.1.- Cartões-Números

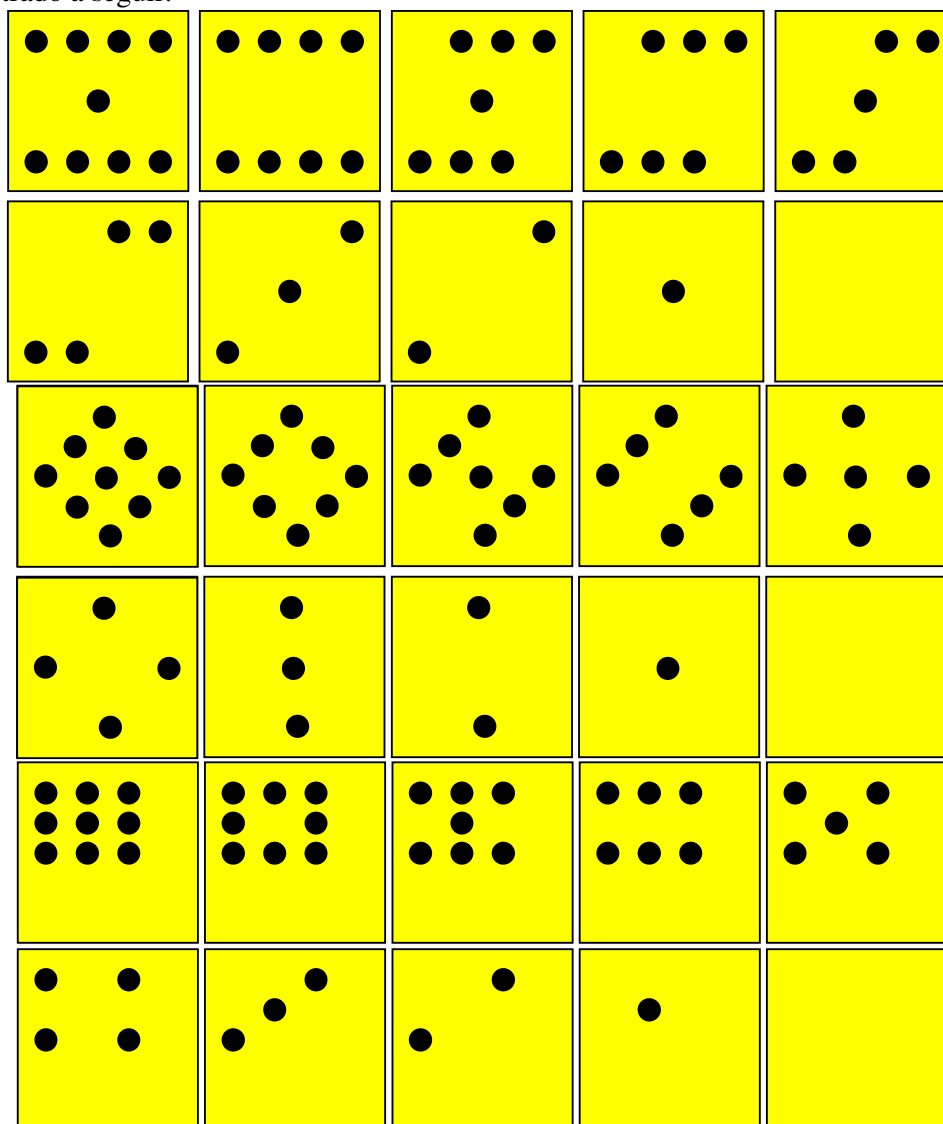
Iremos propor um conjunto de cartões-número baseados no seguinte módulo básico, onde, foram dispostos,de forma simétrica, pequenos círculos sobre um cartão quadrado colorido:

Os demais cartões são obtidos pela eliminação um-a-um dos círculos, de maneira extremamente criteriosa, buscando preservar sempre a simetria na distribuição dos círculos remanescentes como pode ser visto na figura a seguir.

Estes são os cartões-números especialmente construídos com a finalidade de facilitar a apreensão imediata das quantidades ali representadas.
O leitor mais atento, talvez possa ter suas próprias idéias sobre a distribuição simétrica destes círculos, sugerindo outras formas de distribuí-los sobre o cartão. Há mesmo, outras possibilidades, e aquelas estabelecidas acima, fazem parte de uma escolha que pareceu esteticamente simpática para o autor.
As crianças pequenas, num primeiro contacto com os cartões-números conforme ‘formulados’ acima, possivelmente terão que contar a quantidade de pequenos círculos pretos para ‘descobrir’ quanto vale cada um destes cartões. Com o tempo, elas perceberão a estrutura lógica dos cartões-número, conseguindo apreender a quantidade de círculos, de forma praticamente automática, ou se o leitor achar melhor: intuitiva.

8.1.2.2.- Cartões Logicamente Neutros e Cartões Logicamente Impregnados

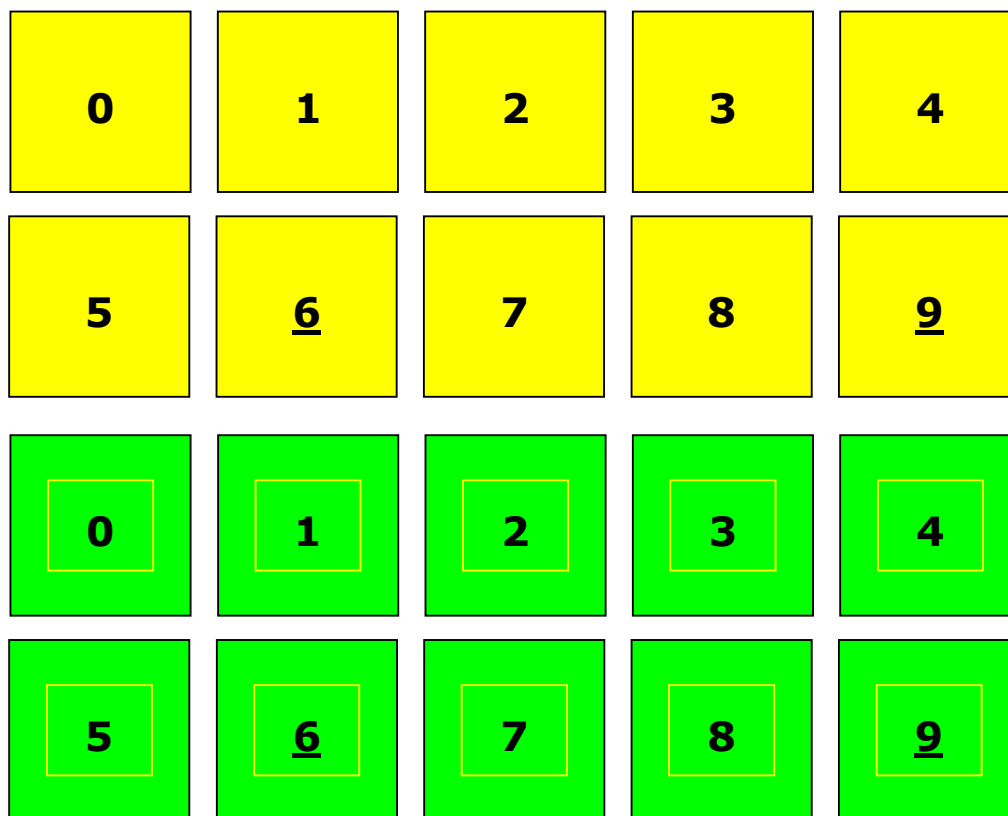
A escolha dos cartões-números poderia ter recaído sobre um cartão onde os elementos (círculos ou outro tipo de objetos) fossem distribuídos de forma aleatória, obrigando-nos à contagem dos círculos cada vez que quiséssemos utilizar um dos cartões que apresentassem quantidades elevadas de elementos (7, 8 ou 9, por exemplo).
Sugerimos, como mais um *Jogo Para o Pensamento Lógico*, que o leitor compare os cartões a seguir e veja que apenas no primeiro deles (Cartão [a]) a assimilação da quantidade é mais fácil, enquanto nos outros as coisas se complicam, e muito.

Em dois dos cartões 'desorganizados' há 9 círculos, mas em outro há apenas 8 círculos e em outros dois deles há 10 círculos. O mais curioso é que os cartões que apresentam os 9 círculos desorganizados, são exatamente os mesmos, somente que um deles foi girado de 90º em comparação com o outro: Confira! Caso o leitor esteja interessado em verificar as afirmações acima experimentalmente, na pasta JLOGC#08, ele encontrará estes cartões para serem impressos e utilizados.

O leitor deve ter descoberto com relativa facilidade, no Jogo Para o Pensamento Lógico acima proposto, quais seriam os cartões problemáticos, mas vamos às soluções: [b] e [f] é o mesmo cartão, somente que [f] foi girado de 90º no sentido horário, com relação ao outro; [c] e [e] têm 10 elementos; [d] tem somente 8 elementos.

Os cartões que necessitam de contagem e que não 'representam' de forma 'clara' o número 9 (a quantidade 9) iremos denominar *cartões logicamente neutros*, enquanto o primeiro cartão [a], que é um cartão 'fortemente' simbólico, iremos denominar cartão logicamente impregnado pelo número 9. Assim, o nosso conjunto de cartões-números, apresentados acima, formam um conjunto de cartões simbólicos ou um conjunto de cartões logicamente impregnados, em oposição aos cartões que poderiam ser denominados cartões logicamente neutros, que apresentamos a seguir.

8.1.2.3.- Cartões Logicamente Impregnados – Escolhendo o melhor

Este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico que propomos aos leitores: todos os cartões apresentados acima, possuem exatamente nove círculos pretos. O leitor deve escolher aquele (*ou aqueles*) que melhor representa (*ou melhor representam*) o número nove, e portanto qual deles o leitor escolheria para servir de módulo básico para a geração dos seus próprios cartões-números. No CD-R que acompanha este livro, na pasta intitulada JLOGC#08, o leitor encontrará pronto para serem impressos, três conjuntos de cartões-números, gerados por um dado Modelo Básico,

escolhidos dentre os cartões que representam o número 9, logo acima apresentados de acordo com o que é mostrado a seguir.

O leitor deve ter percebido que os conjuntos de cartões acima apresentados poderiam ser estruturados de outras maneiras a partir do módulo básico escolhido para gerá-los, ou seja, os círculos pretos, a partir do número 8, poderiam ser escolhidos para figurarem em outras posições, distintas daquelas escolhidas pelo autor.

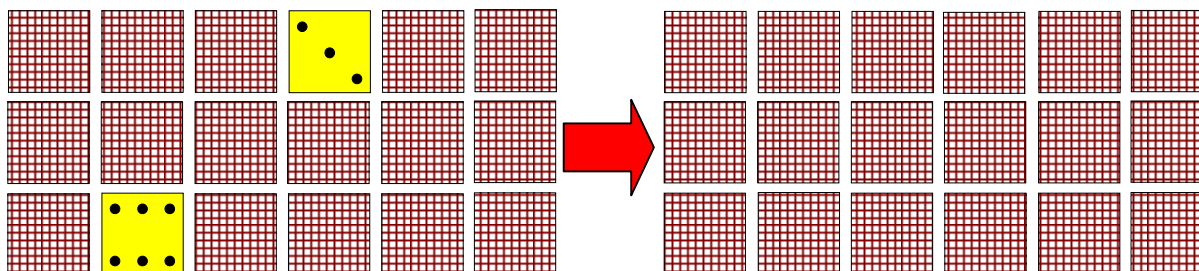
8.1.2.4.- Cartões-Numerais

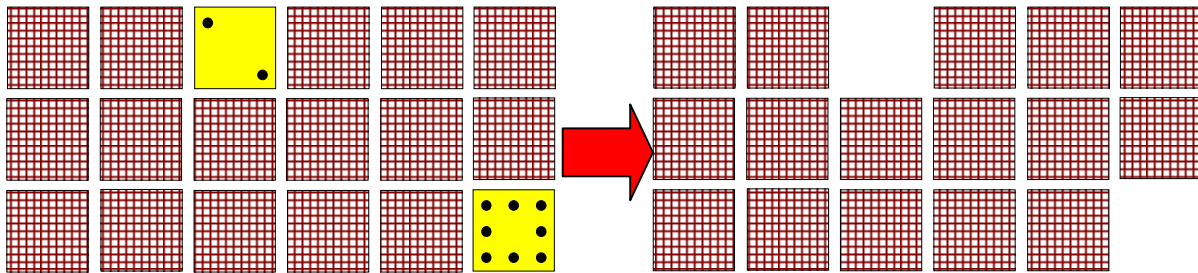
Os cartões-numerais, como foi dito anteriormente, podem ostentar em suas faces os numerais hindu-arábicos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ...); os numerais romanos (I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, C, L, D, M) ou os numerais escritos em vários idiomas: inglês, português, francês etc, de acordo com a conveniência do educador que se propuser a utilizá-los. O leitor encontrará na pasta JLOGC#08 do CD-R que acompanha este livro, muitos modelos de cartões-números para imprimir, recortar e usar.

Acima apresentamos dois conjuntos de Cartões-numerais (com os numerais hindu-arábicos), um conjunto na cor amarela e outro na cor verde-claro, que iremos utilizar nos jogos a seguir.

8.2.- Complemento de 10 com Duas Séries de Cartões

Este é um tipo jogo da memória que deve ser jogado com duas séries de cartões-números ou cartões-numerais, das quais se devem suprimir os dois cartões correspondentes ao zero:

1. O jogador, ao invés de formar pares idênticos como usualmente se faz no jogo da memória, deve buscar o "*complemento para 10*" (a *"soma 10"*), ou seja, a quantidade de círculos constantes do par de cartões, deve somar 10, para que se possa retirar os cartões para si;
2. Cada par de cartões retirados pelo jogador corresponderá a dois pontos ganhos para ele;
3. Vamos simular o jogo da memória visando o *complemento para 10*. Veja que temos um jogo com 18 cartões, e vamos supor que estejamos jogando em dupla, como mostrado nas figuras a seguir;

   - O primeiro jogador: escolhe dois cartões e os vira.

   - O primeiro jogador, como não conseguiu a soma 10, retorna cada um dos cartões *à sua posição original*.

- O segundo Jogador: escolhe dois dos cartões e os vira

- O segundo jogador retira para si as duas peças, pois elas 'somam 10'.
- O final do Jogo ocorre quando todos os pares de cartões forem retirados. Ganha o jogo, aquele que estiver de posse do maior número de cartões.

Observação:

O Jogo da memória em sua versão eletrônica foi desenvolvido para ser jogado por um único jogador (é um jogo denominado solitário) e a contagem de pontos se faz de acordo com o tempo gasto para a retirada de todos os pares de cartões. Vence a partida aquele que realizar as retiradas no menor tempo possível. É um jogo interessante, mas, ao longo do tempo cansativo.

8.3.- Regras para um outro Jogo Mais Complexo

Um jogo que poderá ser muito interessante é aquele que envolve duas séries de cartões números e duas séries de cartões numerais, dos quais se retira o zero, contando-se assim com 36 cartões para jogar. Neste caso, o complemento continua sendo feito para o '10', mas condicionado a envolver um cartão número e um cartão numeral, como os exemplos apresentados na figura a seguir.

8.4.- Um comentário Pertinente

Pode parecer que este jogo da memória onde a intenção seja complementar um par segundo algum tipo de condição seja inédito.Quem pensar assim, estará redondamente enganado, pois existe um exemplo bastante interessante, e muito conhecido, de jogo que poderia ser adaptado para se jogar o *jogo da memória de complementação de uma idéia*: é aquele jogo de baralhos para crianças, bastante tradicional, denominado 'jogo do mico', onde o jogador deverá formar *casais* de animais, sobrando o 'mico' para alguém mais distraído ou 'azarado'. Este jogo pode ser jogado com vários jogadores, mas também como um jogo solitário, como jogo da memória.

8.5.- Jogo da Memória - Outras Sugestões

O processo de criação de um *Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático* deve ser retomado pelo nosso leitor mais interessado visando criar outros jogos ligados à sua área de atuação. Assim, sendo,

- Um professor de português pode criar um jogo de complementação de idéias dentro do contexto da aprendizagem da língua portuguesa, como por exemplo propor o casamento de algumas palavras com a sua correspondente classe de palavra; ou de uma palavra com o seu antônimo, etc.
- Um professor de geografia, poderia propor um jogo de casamento dois a dois (ou quatro a quatro! – que seria bem mais difícil que o anterior) entre: a bandeira de um país, o seu mapa político, a sua capital e o nome do país.
- Um professor de literatura poderia propor um jogo da memória visando o casamento de autores e seus livros, ou entre autores e sua nacionalidade, etc.

Completando a nossa lista de sugestões, o leitor encontrará, a seguir, uma idéia um pouco diferente da apresentada até aqui, que é o Jogo da Memória – Complemento de 10, 11, 12, 13, ... jogado com uma série 'ampliada' de cartões-numerais.
Você poderia, ainda, pensar em outras formas de casamento de padrões ligados ao seu tipo de atividade, até bastante complexos mas, sobretudo educativos. Reflita sobre isto.

8.5.1.- Sobre o Jogo da Memória - Complemento de 10, 11, 12, 13, ...

O jogo apresentado a seguir é uma variedade do jogo da memória acima apresentado, permitindo uma gama de variação um pouco mais elástica do que o anterior.

8.5.2.- Complemento de 10 Com uma Série de Ampliada Cartões-Numerais

O Jogo Complemento de 10 possui 12 cartões quadrados numerados de 0 até 10, mais um cartão com o numeral 5, isto é, temos aqui – veja abaixo – uma série ampliada de cartões-numerais.

Note que os cartões com o numeral 5, são os únicos cartões idênticos. O verso todos estes cartões devem apresentar-se com um mesmo padrão neutro, como ocorre nas cartas do baralho comum, ou devem ser deixadas em branco.

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	5

8.5.3.- Regras do Jogo do Complemento de uma Idéia – Primeiro Exemplo

Este é um jogo da memória, como já foi visto anteriormente, em que o par de cartões não se faz pela identidade entre os valores, mas sim pela soma (resultado das adições) dos valores numéricos constantes nos cartões. A soma dos valores, neste nosso primeiro exemplo, deve ser sempre 10.

1. Embaralhar sobre o tampo de uma mesa os cartões da Série Ampliada de Cartões, cujos valores numéricos devem estar voltadas para baixo.
2. O jogo começa ao se virar dois destes cartões e verificar se a soma de seus valores numéricos resulta 10. Caso isto aconteça deve-se retirar estes dois cartões do jogo.

3. Caso a soma não seja 10, deve-se desvirar os cartões mantendo-se as *suas posições originais*, e tentar novamente com outros cartões, e assim por diante até que todos os pares de cartões sejam encontrados.

4. Pode-se jogar sozinho, como um jogo de paciência, ou em duplas.

8.5.4.- Outras idéias

Este jogo pode ser ampliado para se jogar o ‘Complemento de 12’, com cartão de 0 até 12 e mais uma contendo o número 6, que é exatamente a metade do número 12.

Pode-se ainda pensar em outros jogos semelhantes em que, envolvendo números ímpares, como no caso do ‘Complemento de 11’, em que não *haverá a necessidade de existir o cartão duplo* (duas cartões idênticos), e os cartões deverão ser numerados de 0 a 11.

Alguns cartões a seguir permitirão criar novas possibilidades de jogar outros complementos de ‘X’, onde X pode valer: 11, 12, 13, etc. Divirta-se com todas estas possibilidades, usando as cartões a seguir.

6	7	8	9
10	11	12	13
14	15	16	17
18	19	20	21

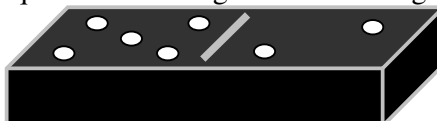
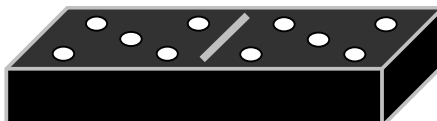
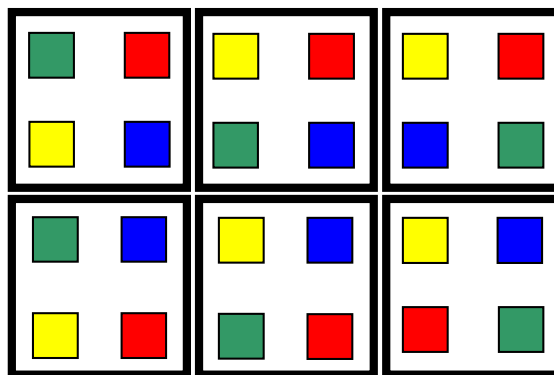
6	7	8	9
10	11	12	13
14	15	16	17
18	19	20	21

JLOGC#09 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 09

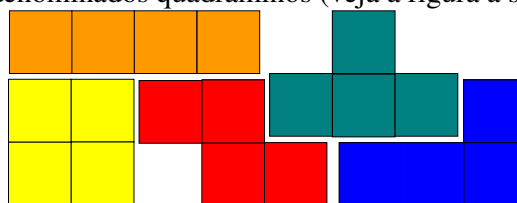
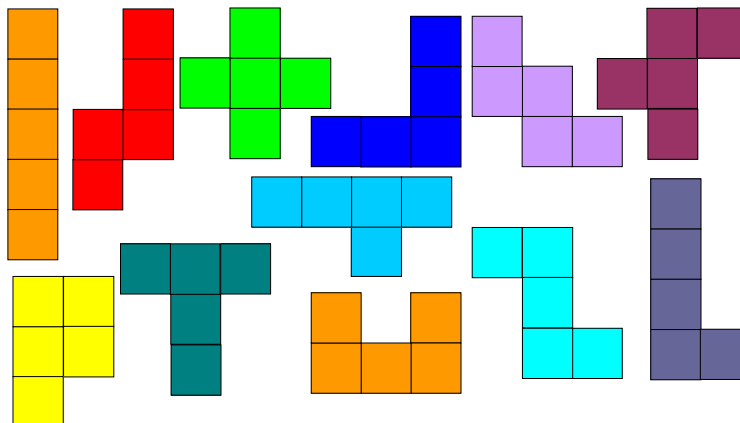
DOMINÓS QUADRADOS 4-FORMAS COLORIDAS

O dominó comum é constituído por 28 pedras retangulares, cada uma delas com duas possibilidades de casamento de padrões, desde que estes padrões sejam idênticos. Retomam-se aqui as ideais de alguns dos JLOGC anteriores em que se utilizavam os dominós quadrados e retangulares com 4 ou 5 cores, com a finalidade de ampliá-las: estes novos dominós também apresentam quatro possibilidades de casamento ao se juntarem cada um de seus quatro lados, isto é, os quadraminós podem ser casados por um dos lados com outro quadraminó mediante a coincidência de dois dos quatro elementos que neles figuram. O nosso estudo se estenderá dos Dominós 4-Quadrados Coloridos, passando pelos Dominós 4-Figuras Coloridas, para abranger os Dominós 4-Círculos Coloridos e outros mais, envolvendo os hexágonos e o octógonos regulares, também coloridos, a serem estudados nos próximos JLOGC.

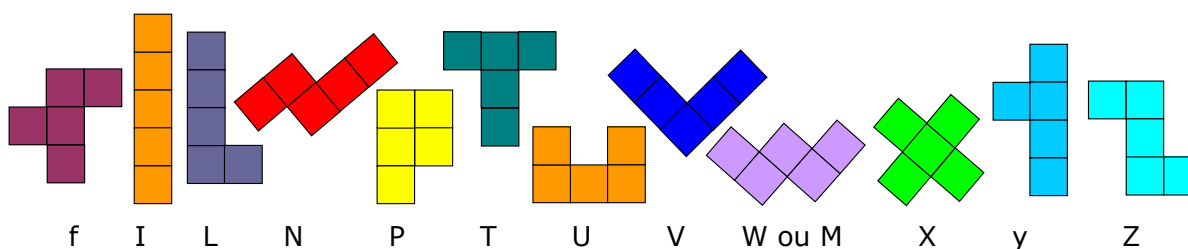
9.1.- O Dominó Comum

A peça de dominó comum é um pequeno prisma de madeira cujo comprimento é o dobro da largura e a altura mede, aproximadamente, 1/3 de sua largura. A face superior, um retângulo, é dividida em duas regiões quadradas onde estão gravados os padrões: símbolos numéricos de um a seis ou figuras coloridas. Jogar com estes dominós consiste ir casando os padrões idênticos, formando uma 'cadeia', ou seja, deve-se conseguir o encadeamento das peças através da identidade dos padrões – símbolos numéricos equivalentes ou figuras coloridas iguais.

Curiosamente existem peças onde os símbolos aparecem duas vezes, ou seja, os mesmos símbolos, cores ou figuras, ocorrem nas duas porções quadradas de um mesmo dominó – estes são, às vezes, denominados "duques".

O conjunto de dominós com formato quadrado, denominado *'Dominós 4-Quadrados Coloridos',* mostrado a seguir, possui quatro possibilidades de casamento, ao invés das duas, usuais nos dominós comuns.

No caso dos Dominós *4-Quadrados Coloridos*, além do casamento de padrões idênticos, pode-se ainda pensar em *casamentos cruzados*, como ser verá mais adiante.

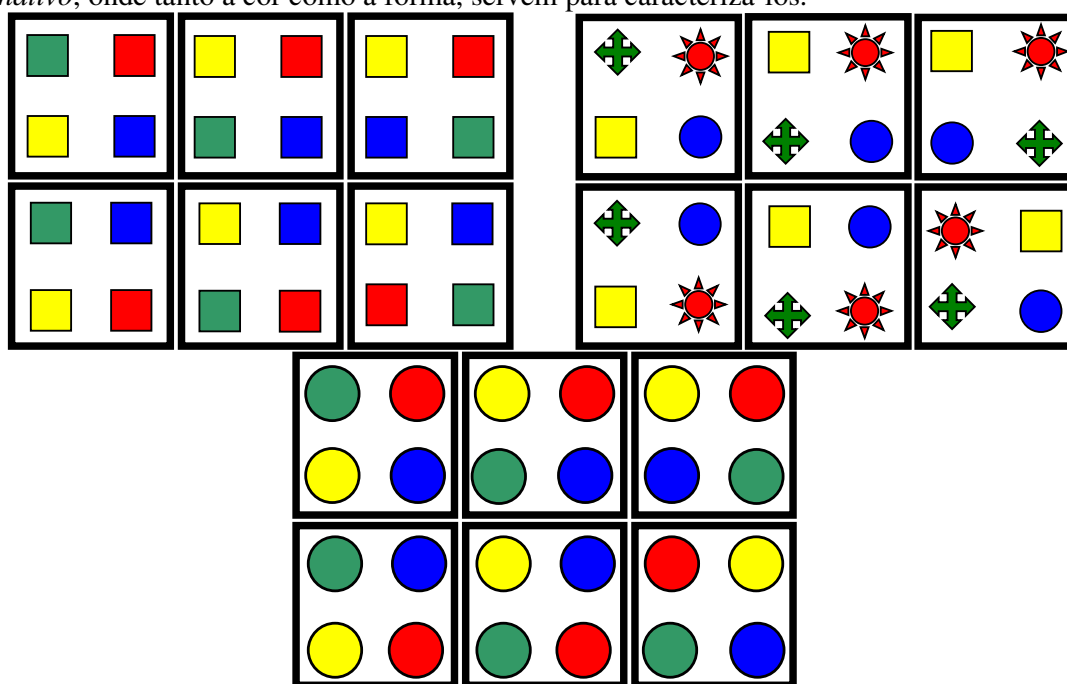
9.2.- Os Dominós Quadrados – Seriam os 'Quadraminós'?

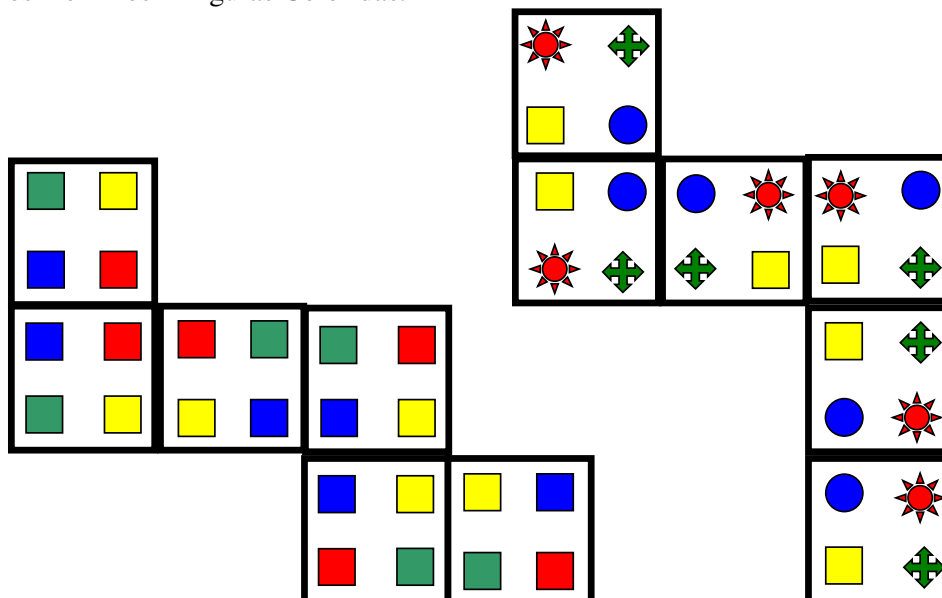
Poderíamos ter dado a este conjunto de cartões o nome *Quadraminó*, o que seria bastante adequado – pois este é um dominó com 4 possibilidades de casamento de padrões. No entanto, este nome é também utilizado para nomear o conjunto de todas as possibilidades de arranjos de 4 quadrículas lado a lado, que têm em comum umas com as outras, pelo menos um de seus dos lados, formando um conjunto de elementos denominados quadraminós (veja a figura a seguir).

Dentro desta linha de raciocínio construtivo, está também, um conjunto de manipulativos concretos bastante conhecido, que são os Pentaminós (em inglês: Pentamino/Pentaminoes), mostrados na figura a seguir.

Um Jogo Para o Pensamento bastante interessante é aquele em que se pode fazer corresponder cada uma das 12 peças do Pentaminó uma dada letra do alfabeto (maiúsculas e minúsculas) que descreve o formato daquela peça:

f, I, L, N, P, T, U, V, W ou M, X, y, Z.

A Correspondência não é rigorosa, quando se comparam os formatos de algumas das letras, com os formatos de alguns pentaminós, mas, ela se mostra um tipo de identificação bastante útil quando se está manipulando os pentaminós.

Os Pentaminós foram exaustivamente estudados, inclusive por matemáticos, tendo sido tema de Teses de Doutorado. Atualmente há disponível na Internet um farto material escrito – geralmente em língua inglesa – sobre os Pentaminós, em que se descreve o material e suas possibilidades lúdicas. Há ainda na Internet vários site em que os Pentaminós são apresentados sob a forma de animações bastante elaboradas e claras, programadas nas linguagens Java ou Flash,.
Infelizmente este assunto não fará parte deste nosso livro, pois tratamos aqui apenas de Cartões Lógicos. O assunto será retomado em um livro de *'Jogos Para o Pensamento Geométrico'*, dentro da série: Jogos Para o pensamento Lógico Matemático, da qual este livro – *'Jogos Para o Pensamento Lógico'* – faz parte.

9.3.- Dominós: 4-Quadrados, 4-Figuras, 4-Círculos Coloridos

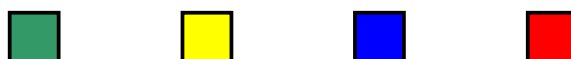
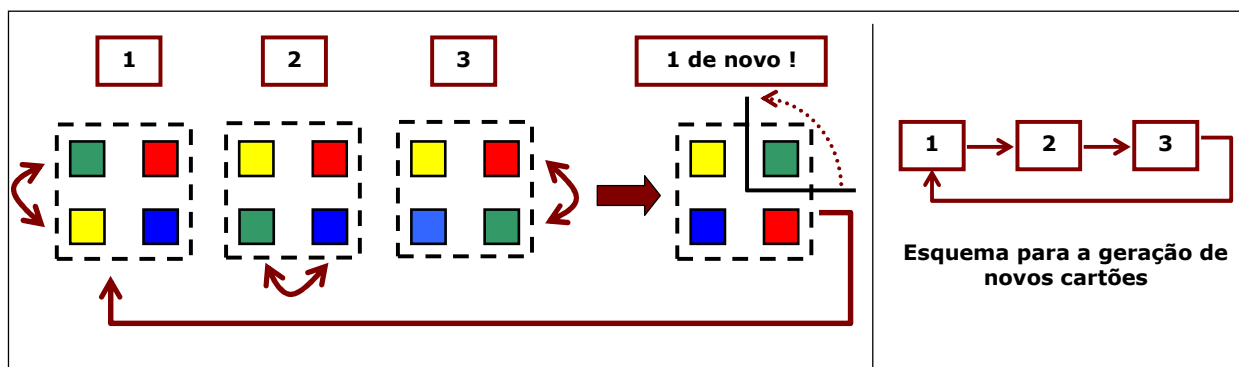
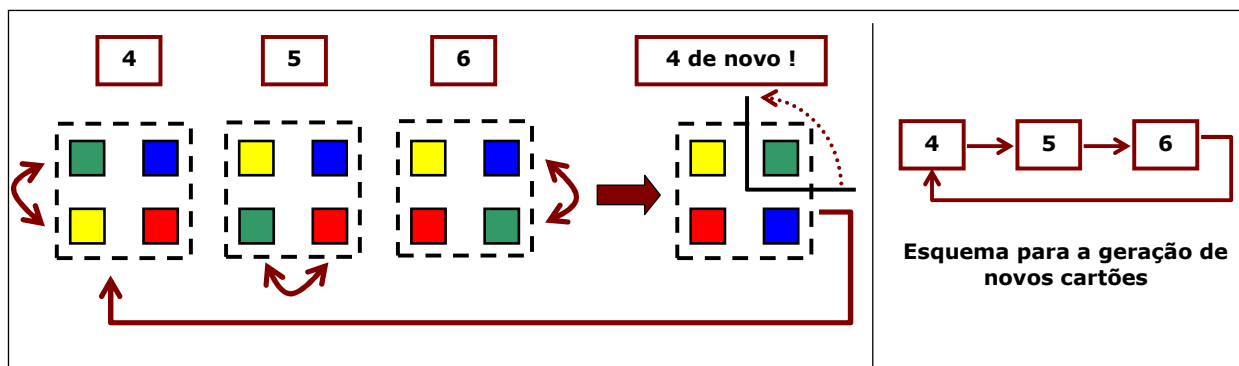
A seguir são mostrados os três conjuntos de Cartões denominados: Dominós 4-Quadrados Coloridos e Dominós 4-Figuras Coloridas e Dominós 4-Círculos Coloridos. Este dominós podem ser denominados 4-Formas Coloridas.
O primeiro destes conjuntos será considerado como *Modelo Básico* em que, todas as figuras têm para suporte cartões quadrados com 4,5 cm de lado (mas que poderiam ser círculos, hexágonos ou octógonos regulares, isto é, sempre figuras simétricas), tendo por diferencial apenas a cor. O *segundo conjunto abaixo apresentado*, também com cartões medindo 4,5 cm de lado, exibe quatro figuras distintas, todas elas simétricas (cruz, estrela, quadrado e círculo), e é denominado *modelo alternativo*, onde tanto a cor como a forma, servem para caracterizá-los.

No primeiro caso exige-se que o casamento de padrões se faça pela identidade de cores, enquanto no segundo caso o casamento de padrões pode-se da pelas formas ou pelas cores, o que daria na mesma.

Para que o leitor possa comparar estes dois tipos de Dominós Quadrados, o exemplo a seguir mostra duas partidas com estes dominós, uma delas com os Dominós 4-Quadrados Coloridos, e outra, com os Dominós 4-Figuras Coloridas.

9.3.1.- Jogos Para o Pensamento

Os três conjuntos de dominós apresentado acima permitirão ao leitor criar formas alternativa de jogar com eles: formação de duplas ou triplas de cartões pela coincidência de distribuição das cores; um jogo da memória; um dominó que exija a alternância dos tipos de formas (círculos, figuras quadrados) a cada jogada.

9.4.- A Heurística para a elaboração dos Dominós Quadrados

Uma heurística é um conjunto de regras /ou métodos que conduzem à descoberta, à invenção ou à resolução de problemas; a heurística que permite gerar com segurança os 6 *Dominós 4-Quadrados Coloridos*, bem como por extensão, os 6 *Dominós 4-Figuras Coloridas*, como se verá a seguir, é bastante simples,

- Primeiramente vamos *escolher* as quatro cores a serem permutadas sobre o cartão – um suporte cartonado branco, medindo 4,5 cm de lado.
- Vamos escolher as três cores primárias: o amarelo, o azul e o vermelho – cores adotadas inicialmente –, mais o verde. Escolhemos uma forma de 'continente' para cada uma desta cores, no caso dos cartões do Modelo Básicos, escolhemos o quadrado (mas poderia ser, por exemplo, círculos):

- Escolhamos uma disposição inicial para as nossas 4 cores (é a de número [1] na figura a seguir). O leitor irá observar que estes cartões apresentam quatro quadrados coloridos que – sempre a partir do quadrado verde, no sentido anti-horário –, vão sendo *permutados* entre si, de acordo com o que mostram as setas em [1], [2] e [3].

- Verifique bem que, a repetição desta permutação entre o quadradinho verde e o próximo quadrado, terá efeito duas vezes apenas – em [1] e em [2] –, pois a tentativa de repetir a permutação em [3], fechará o ciclo da geração de novos cartões, levando-nos de volta ao cartão inicial (basta girar o cartão de 90º para comprovarmos isto), conforme pode ser verificado na figura. O esquema cíclico da geração de cartões é mostrado do lado direito da figura
- Note que a ordem das cores no cartão de número [4], na figura a seguir, sofre uma pequena mudança com relação à disposição das mesmas, no cartão número [1]: as cores verde e amarelo permanecem no mesmo lugar, sendo que as cores azul e vermelho trocam de posição. .
- Deve-se verificar que o cartão de número [4] é absolutamente diferente de todos os cartões gerados na primeira fase, para nos garantirmos que também os demais cartões possam se diferenciar daqueles obtidos na primeira fase de geração.

- Verifique que a geração destes novos cartões também é cíclica como na fase anterior. O mais interessante é o seguinte: se repetirmos a permutação entre os quadrados verde e azul na etapa [6] nós estaremos retornando ao cartão de número [4], para comprovar isto, basta girar o novo cartão de 90º como mostrado na figura. .

9.5.- Sobre a quantidade dos Cartões

Podemos verificar por inspeção, que os 6 cartões gerados com a nossa heurística são realmente distintos uns dos outros. Mas como poderemos ter certeza que em um dominó quadrado, quando ele é composto por 4 figuras distintas (pela cor ou pela forma) , existem 6 e, somente 6, cartões distintos entre si?
Existe uma forma segura de se garantir que a quantidade de cartões distintos do Dominó Quadrado, para aqueles que ainda não estejam convencidos. O cálculo poderá ser feito por aqueles que conhecem a Análise Combinatória (um assunto de matemática, normalmente aprendido no segundo ano do Ensino Médio).

Seja a adoção, por exemplo, de 4 figuras idênticas (quadrados, por exemplo) mas com cores distintas – veja a figura a seguir.

A quantidade de dominó quadrado distintos que podem ser gerados por estas quatro cores pode ser obtida pelo cálculo da *Permutação Circular de 4 Elementos:*

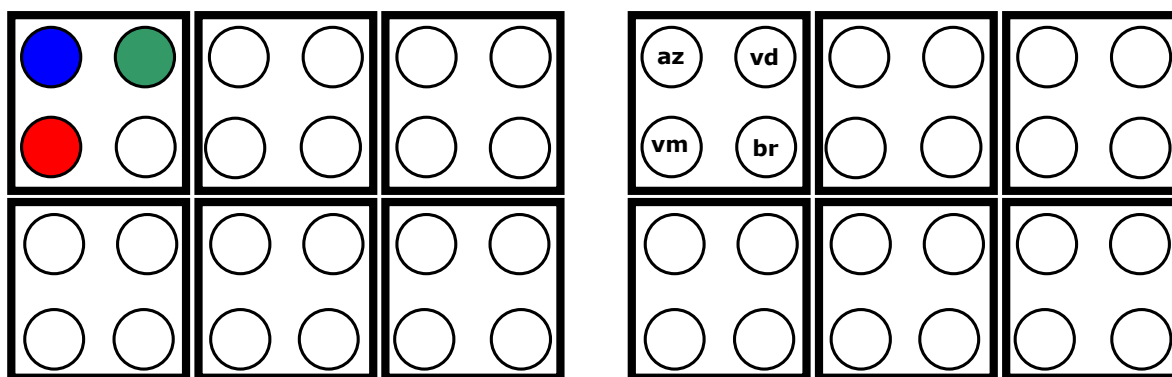
$$PC_4 = (4 - 1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6.$$

Por outro lado se a quantidade de *quadrados distintos* for maior que quatro, como por exemplo, 5 ou 6, e tivermos que distribuir estes quadrados coloridos, de 4 em 4, em dominós quadrados, os cálculos se tornarão bem mais complexos. Mas a fórmula a ser utilizada será sempre a mesma: $PC_n = (n - 1)! = (n - 1) \times (n - 2) \times ... \times 3 \times 2 \times 1$

9.5.1.- Um Jogo Para o Pensamento

Como este é um livro de Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático, o exercício aqui proposto, é mais um destes jogos.

O Jogo consiste no seguinte: tentar descobrir como as seis peças de um quadraminó são confeccionadas. Você verá que isto não é tão fácil como parece ser, mesmo após a leitura dos itens anteriores. Para facilitar esta tarefa sugerimos que você utilize as peças dos dominós quadrados apresentadas a seguir, para *pintar* ou *escrever abreviadamente* as cores (vm = vermelho; az = azul; br = branco e vd = verde) na primeira delas, desenhe as outras cinco faltantes.

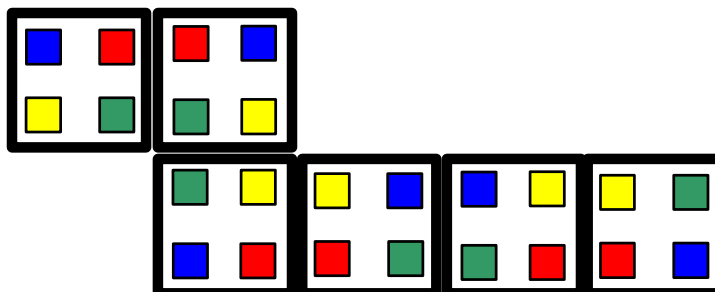
O leitor deve notar que, o conjunto de cores (bem como a ordem das mesmas) escolhido para o preenchimento dos círculos dos cartões abaixo, difere ligeiramente das cores constantes no *Modelo Básico* apresentado no início deste capítulo. Assim o leitor deve adotar algum tipo de estratégia ou heurística pessoal para levar seu intento até o final.

9.6.- As regras do Jogo

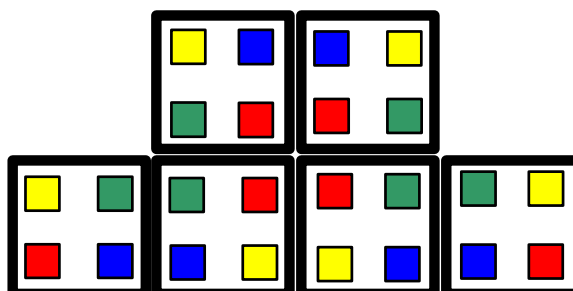
Este jogo deverá ser jogado como um dos dois conjuntos de dominós (Dominós 4-Quadrados Coloridos e Dominós 4-Figuras Coloridas), mas enquanto o dominó tem duas figuras para serem casadas, nos dominós quadrados existe a necessidade de casar duas figuras iguais (ou da mesma cor) em exata correspondência entre elas.

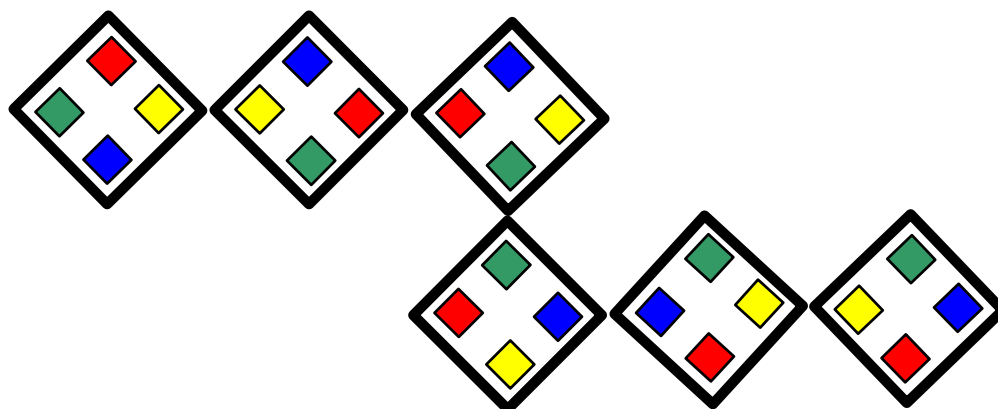
- O jogo se tornará mais interessante à medida que regras para as jogadas forem sendo estabelecidas, como por exemplo: só podem ser justapostas duas peças a uma outra peça e nunca se podendo justapor três peças a ela.
- Um jogo inesperado é o do casamento de apenas uma figura do dominó e os dominós são utilizados colocados um seguido do outro se tocando apenas pelas pontas – sempre será possível jogar todas os cartões, nunca havendo uma impossibilidade.

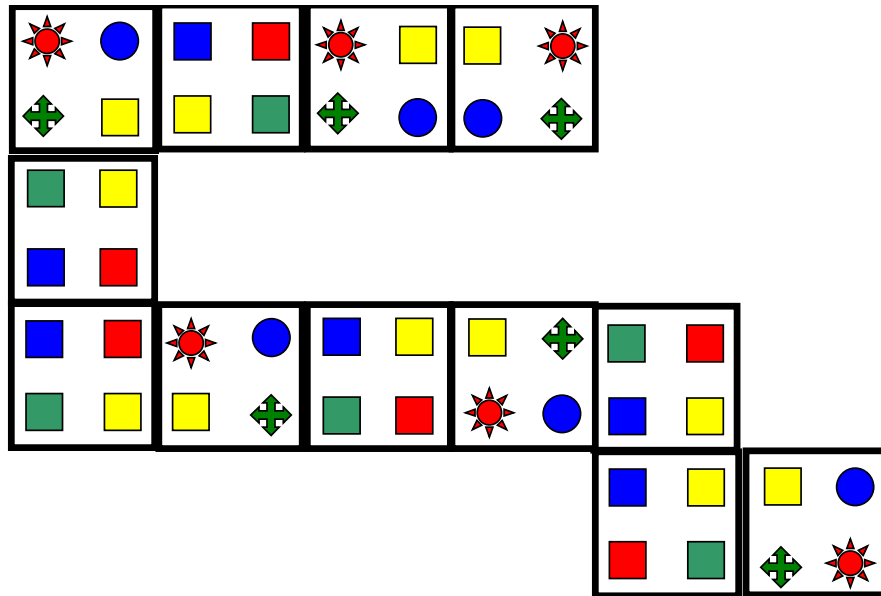
- A seguir iremos mostrar, através de dois exemplos, algumas das possibilidades de jogadas.

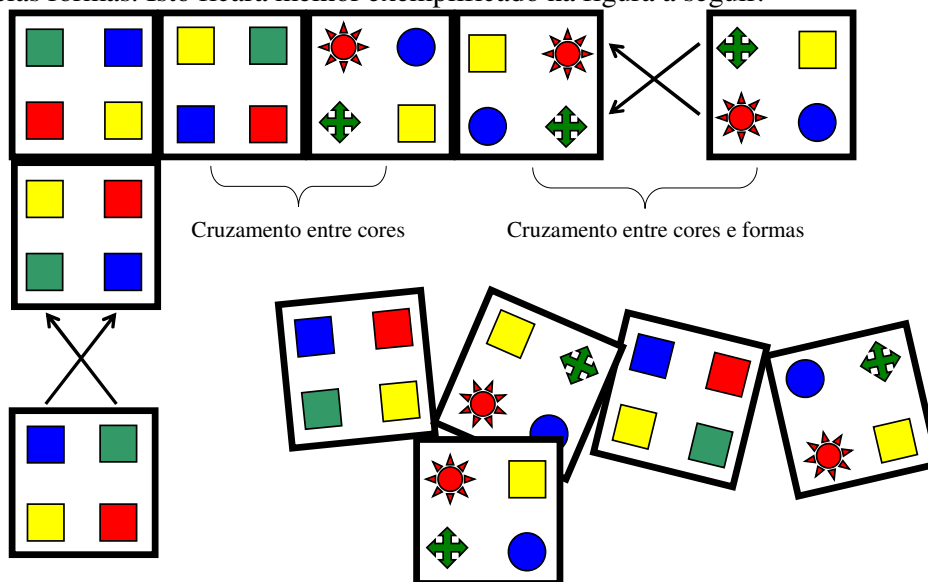
9.6.1.- Jogo onde são permitidas somente as justaposições sequenciais

Este é um jogo jogado como se joga com os dominós comuns, em que as sequências de dominós têm um seguimento a partir das pontas da corrente formada pelas diversas jogadas.

9.6.2.- Jogo em que se permite qualquer tipo de justaposição

No exemplo a seguir apresentado, não existe a necessidade de se formar uma 'corrente' com os dominós. O casamento das peças pode se dar de forma aleatória, não se respeitando a necessidade de que os a justaposição das peças se dêem nas pontas da 'corrente'.

9.6.3.- Jogo em que os dominós são seqüenciados pelas pontas

Aqui, neste exemplo, uma alternativa inesperada faz com que tenhamos de volta a idéia tradicional de um jogo de dominós. Os casamentos de padrão devem se dar apenas entre um dos quadrados do primeiro dominó e um dos quadrados de outro dominó.

9.6.4.- Jogando com os Dominós 4-Quadrados e 4-Figuras

Podemos jogar o dominó utilizando as 6 peças do *Dominó Quadrado 4-Cores* mais as 6 peças do *Dominó Quadrado 4-Formas Coloridas. Sugere-se que não deva ser imposta a obrigatoriedade de alternância entre as peças de um e de outro dos dominós na formação da 'corrente', pois isto, limitaria as possibilidades de jogada.*

9.6.5.- Os Dominó dos Casamentos Cruzados

Este é um jogo que requer muita atenção, pois as figuras dos dominós devem ser casadas de forma cruzadas, isto é, formando um 'x'. Os cruzamentos admitidos, serão não somente pela cor mas também pelas formas. Isto ficará melhor exemplificado na figura a seguir.

9.6.5.1.- Uma Sugestão

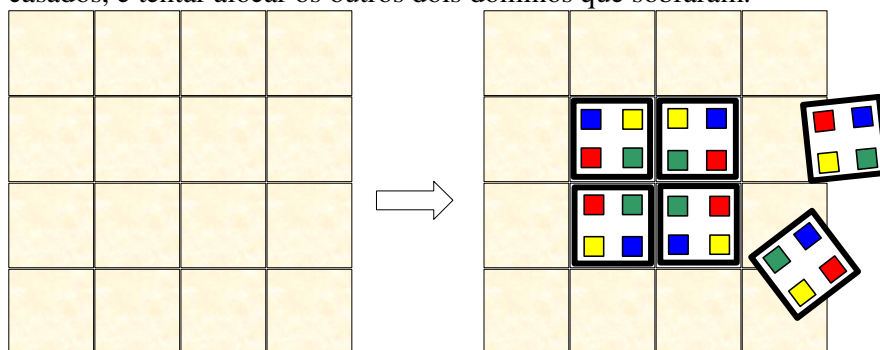
Propomos aqui um jogo que envolve os casamentos cruzados e os casamentos diretos entre as formas/figuras pela cor. Deve-se utilizar um dado hexagonal (com 6 faces numeradas de 1 a 6),

sendo que o jogador que obtiver um número par (2, 4, ou 6) terá que fazer um casamento direto entre as figuras do dominó; já no caso da obtenção de um número ímpar (1, 3 ou 5), o casamento das formas/figuras pela cor, deverá ser cruzado.

9.7.- Jogos de Paciência com os Dominós Quadrados

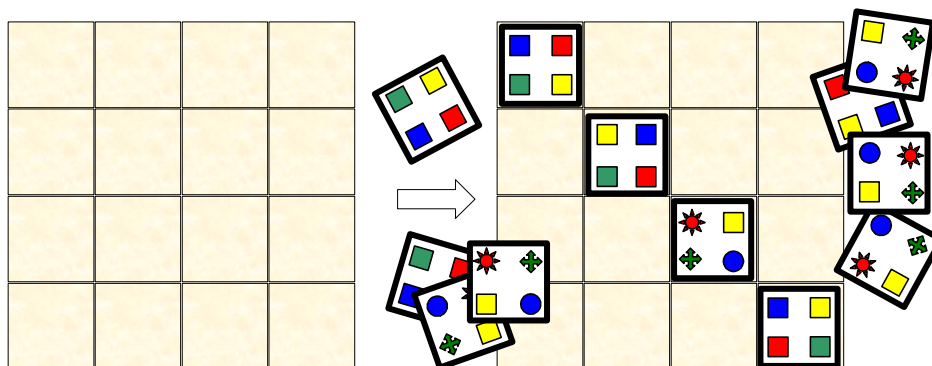
Aqui estão dois jogos bastante interessantes que poderão ser jogados como um jogo de paciência, onde a proposta é formar um retângulo, utilizando os seis cartões do dominó quadrado.

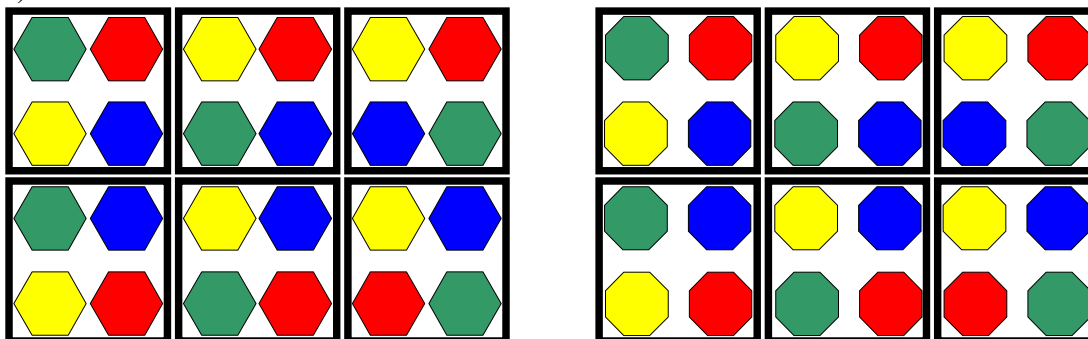
9.7.1.- Alocação de Dominós no Tabuleiro 4 X 4

Este jogo de paciência consiste no seguinte: deve-se alocar 4 dominós no centro do tabuleiro, devidamente casados, e tentar alocar os outros dois dominós que sobraram.

Os dois cartões restantes deverão ser alocados ou na parte superior, ou na parte inferior ou em uma das laterais do quadrado já formado pelas outros quatro cartões, como mostrado na figura acima. O que não se pode garantir é que existe solução. Será que existe mais do que uma solução?

9.7.1.1.- Sugestões de Jogos

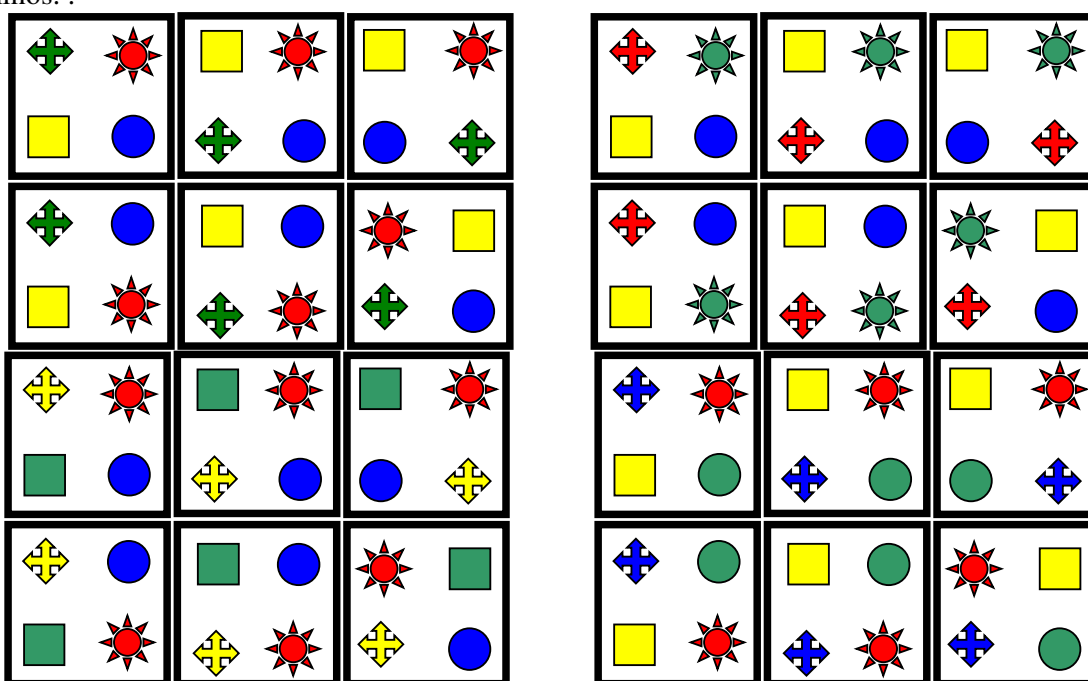
O leitor deve agora tentar inventar seus próprios jogos de paciência. As sugestões a seguir têm pó finalidade ajudá-lo nesta tarefa.

1. Utilize os dois conjuntos de Dominós Quadrados (Dominós 4-Quadrados Coloridos e Dominós 4-Figuras Coloridas) e tente montar soluções no tabuleiro 4 x 4.
2. Utilizando os 12 cartões dos jogos *Dominó Quadrado 4-Cores* e o *Dominó Quadrado 4-Formas Coloridas*, tente agora, alocar 4 dominós em um dos cantos do tabuleiro, ou em diagonal como mostrado na figura, para em seguida tentar encaixar os cartões restantes. Fica claro que, tanto os 4 primeiro cartões, como os demais, devem ser casados de forma adequada, ou pelos vértices ou pelas laterais, conforme mostrado na figura a seguir.
3.

9.8.- Os Cartões 4-Hexágonos e 4-Octógonos Coloridos

Abaixo o leitor encontrará os conjuntos de Dominós Quadrados com 4-Hexágonos Coloridos e o dos Dominós Quadrados com 4-Octógonos Coloridos. Estes conjuntos de dominós podem ser combinados para satisfazer às necessidades do leitor que criou seus próprios jogos (vide item 9.3.1.).

9.8.2.- Sugestão de Jogos

Utilize agora os vários conjuntos de dominós quadrados – *4-Quadrados Coloridos, o 4-Figuras Coloridas,4-Círculos Coloridos, 4-Hexágonos Coloridos e 4-Octógonos Coloridos* para retomar todos os jogos propostos até aqui.

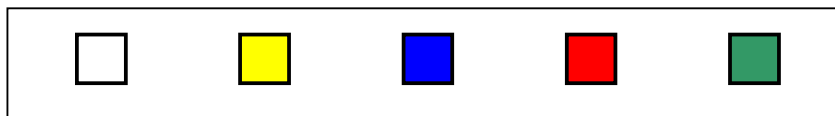
9.9.- Todos os Possíveis Dominós 4-Figuras Coloridas

Retomando o que dissemos no início, os Dominós 4-Figuras Coloridas têm, na verdade, dois atributos: as formas das figuras, que são 4 e as cores, também 4. Logo podemos gerar com o uso destes 2 atributos: 4 x 4 = 16 dominós totalmente distintos entre si. É o que mostram as figuras a seguir. Note que o mesmo não pode ser feito para os outros modelos de dominós que aqui expusemos, pois todos eles só possuem um atributo: suas figuras são quadrados ou círculos ou hexágonos ou então octógonos, apesar da variedade das cores,que esta sim é o único atributo destes dominós. .

JLOGC#10 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 10

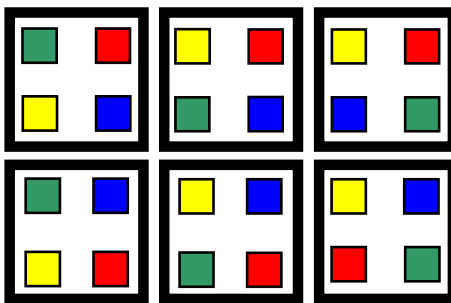
DOMINÓS QUADRADOS COM 4-FORMAS E 5-CORES

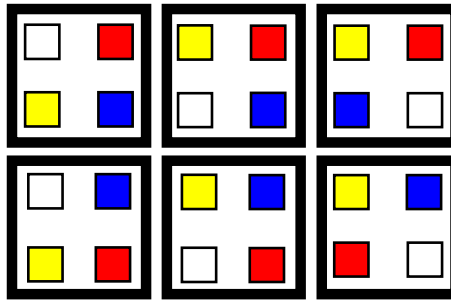
O leitor que acompanhou a geração das peças do Dominó Quadrado com 4-Formas Coloridas no JLOGC#09 vai tomar contacto agora com a geração de um dominó, ainda quadrado, onde iremos utilizar cinco cores tomadas quatro a quatro. Quem aprendeu Análise Combinatória no Ensino Médio irá ficar espantado com a relativa dificuldade deste problema que parece tão simples, mas não é.

10.1.- Primeiras Idéias

Nós iremos trabalhar com cinco cores a serem distribuídas ciclicamente quatro a quatro, sobre um suporte quadrado (não pense que se trata de uma Permutação Circular de 5 elementos, pois não é).
Em segundo lugar, não há uma fórmula para se calcular isto diretamente.
Seja escolher o seguinte conjunto de quadrados coloridos, mostrados na figura a seguir, para distribuí-los quatro a quatro, em nossos dominós quadrados.

É evidente que esta tarefa não será nada fácil. Por isto devemos buscar uma estratégia lógico-matemática para criarmos estes dominós, que seja bem controlada para que não haja nenhuma possibilidade de erro.

10.2.- A Estratégia Escolhida Para a Geração do Cartões

O leitor que já teve contacto com o JLOGC#09 verá que a ordem de escolha das cores, é um pouco diferente da escolha feita ali para a elaboração do Dominó 4-Formas Coloridas. Confira a seguir.

A nossa estratégia consiste no seguinte:

- *Consideramos um Modelo Básico de Dominós Quadrados bem semelhante, mas não igual àqueles do JLOGC#09. Na verdade o que fizemos foi trocar a cor dos quadrados verdes pelo branco (confira!).*

- É esta possibilidade de trocar uma das cores do conjunto de dominós que nos fornecerá a base para a nossa estratégia de geração para os 30 dominós possíveis do conjunto de Dominós 4-Formas e 5 Cores.

As cores do Modelo Básico são as seguintes:

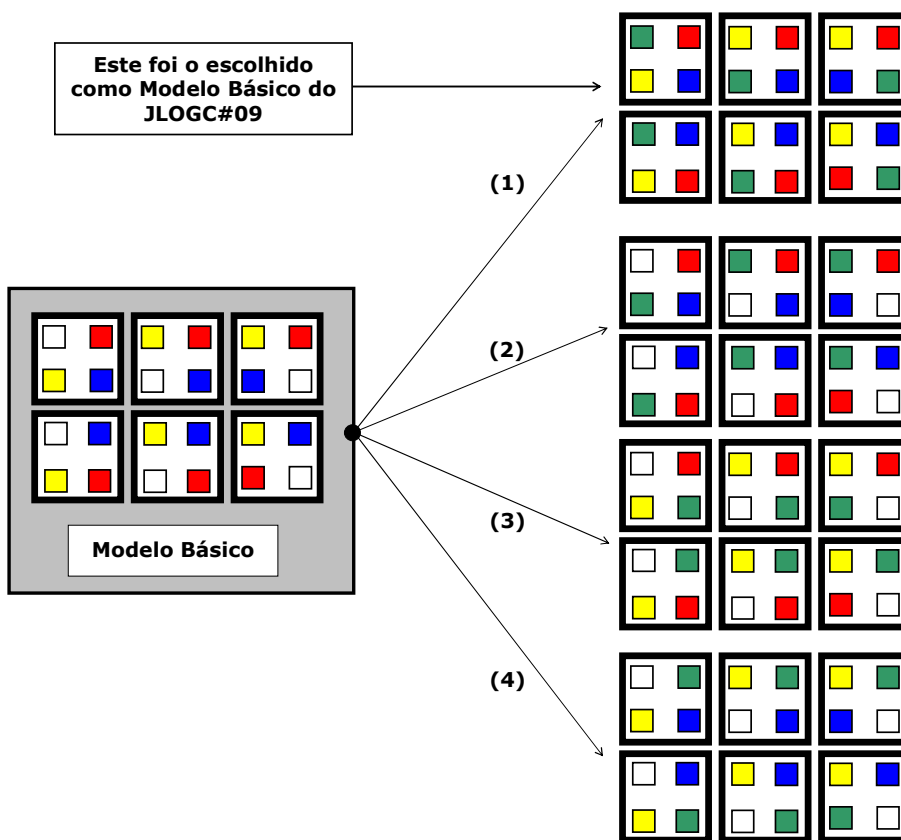
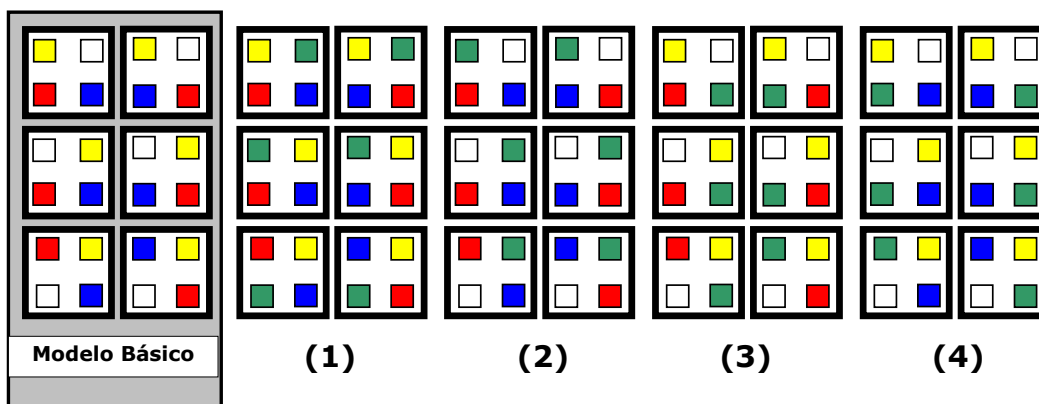
- Pensemos agora, que estamos trabalhando com 4 cores a cada vez, assim, podemos esquematizar de forma organizada cada um destes outros conjuntos de cores, ou seja:

(1) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o quadrado branco pelo verde:

(2) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o amarelo pelo verde:

(3) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o azul pelo verde:

(4) Substituindo, no conjunto de cores básicas, o vermelho pelo verde:

- ***Este processo de substituições de cada uma das cores básicas pela cor verde pode ser generalizado como se verá na figura seguir. Tomemos o Modelo Básico como sendo o primeiro conjunto de cartões de nosso novo jogo. Em seguida passemos a substituir cada uma das cores tomando-se como base a cor verde como se verá a seguir.***

De acordo com o quadro acima, temos agora 30 cartões para o nosso dominó quadrado, conforme mostra a figura a seguir, os 6 cartões do Modelo Básico, mais 24 dos novos cartões gerados a partir daqueles.

10.2.1.- Analisando os cálculos

- Para os que conhecem Análise Combinatória, nós podemos explicar melhor o nosso raciocínio: Nós temos 5 cores que deverão ser utilizadas 4 a 4, neste caso teríamos uma Combinação Simples de 5 elementos tomados 4 a 4, cujo cálculo é feito da seguinte forma:

$$C_5^4 = \frac{A_5^4}{P_4} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$$

- Estas 5 possibilidades podem ser visualizadas facilmente e são as seguintes:

- Mas o problema é mais complexo, nós temos primeiramente uma Combinação de 5 elementos tomados 4 a 4, para em seguida tomarmos cada um destes grupos e calcular para cada um, deles a PC(4) = (4–1)! = 3! = 3 × 2 × 1 = 6. Como para cada um dos conjuntos de cores podemos obter 6 cartões distintos, temos então que multiplicar as 5 cinco possíveis combinações de cores por 6 que é a quantidade de carões possíveis utilizando estas cores 4 a 4, ou seja 5 × 6 = 30.

10.3.- Regras dos Jogos

Todas as regras de jogos para os Dominós Quadrados 4-Formas Coloridos (JLOGC#09), podem ser aplicadas ao dominó Quadrado 4-Formas e 5-Cores:

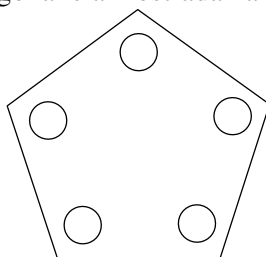
- O Jogo de Casamento de Padrões por Justaposições seqüenciais;
- Jogo de Casamento de Padrões com qualquer tipo de justaposição;
- Jogos de Paciência.

JLOGC#11 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 11

DOMINÓS PENTAGONAIS 5-CORES

Tão Natural como o cálculo da quantidade de Dominós 4-Formas Coloridas (JLOGC#09) e dos Dominós Quadrados com 4-Formas e 5-Cores (JLOGC#10) – que têm respectivamente 6 e 30 dominós – é o cálculo da quantidade deste Dominó Pentagonal 5-Cores. Temos aqui uma Permutação Circular de 5 elementos, cujo resultado é 4!, ou seja, 4x3x2x1 = 24 dominós.

11.1.- Dominó Pentagonal – A Peça Básica

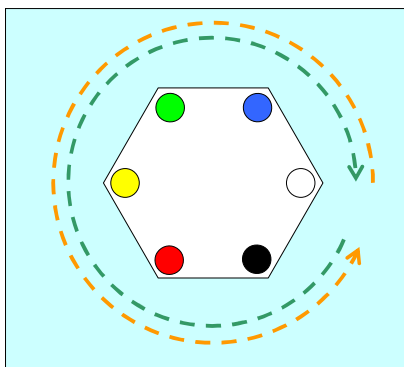
A peça básica do nosso Dominó Pentagonal é a mostrada na figura a seguir.

Para calcularmos a quantidade de peças a serem criadas onde conste 5 cores distintas (azul, amarelo, vermelho, verde e branco) vamos recorrer à fórmula das Permutações Circulares de cinco elementos:

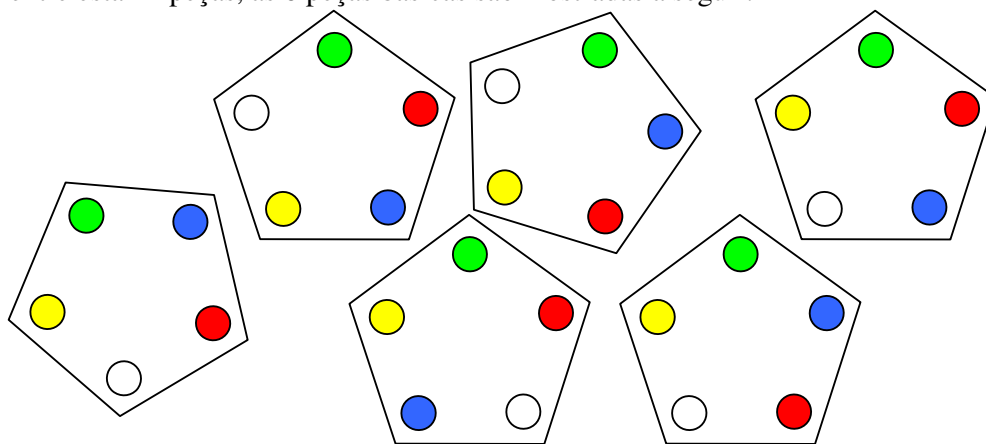
$$PC(5) = (5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24.$$

11.2.- Calcular e Saber Quais São – Um grande Problema

Todos aqueles que conhecem alguma coisa de Análise Combinatória sabem que, a grande maioria dos problemas proposto envolvendo este assunto, tão somente pretendem a obtenção de *quantas são* as possíveis Permutações, Arranjos, Combinações, Permutações Circulares ou Permutações com Elementos Repetidos. Isto se explica pelo fato de que os cálculos envolvidos para a obtenção da *quantidade* destas possibilidades são relativamente fáceis, nem sempre são seguidos pela facilidade em se caracterizar quais são estes possíveis casos.
Vejamos por exemplo, o caso das Permutações Circulares de 6 elementos:

o cálculo é simples: $PC(6)=(6-1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =120.$

A obtenção de todas as 120 possíveis disposições de 6 elementos em um círculo não é um problema muito simples. Por outro lado, a quantidade destes dominós, poderá tornar o jogo enfadonho e praticamente interminável. O hábito de se ‘contar’ as peças para organizar a estratégia do jogo – como costumeiramente se faz no dominó comum – será praticamente impossível com tantas peças.

Por outro lado, o problema de conseguir todos os Dominós Pentagonais com 5 cores é mais simples que o anterior, e a quantidade de peças será bem menor que as 120 do Dominó Hexagonal com 6 cores. A quantidade de peças seria dada pelo cálculo da quantidade de Permutações Circulares de 5 elementos: $PC(5)=(5-1)! = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

Dentre esta 24 peças, as 6 peças básicas são mostradas a seguir.

Agora só nos falta esclarecer como elas foram geradas, Vejamos a heurística que adotamos, a seguir.

11.2.1.- Heurística - O que é

Vamos rever e ampliar o conceito de heurística: a *heurística* é uma palavra que provém do grego: *heuristiké* [*téchne*] que significa 'arte de encontrar', 'descobrir'. *Usada como interjeição 'heureca*!' Com o significado de 'achei!'.

Na verdade a Heurística[7] pode ser entendida como sendo:

- A arte de inventar, de fazer descobertas;
- A ciência que tem por objeto a descoberta dos fatos;
- O conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas;
- O método de investigação baseado na aproximação progressiva da solução final de um dado problema, com base nas resoluções de seus subproblemas;
- Método que permite estabelecer uma formulação, normalmente especulativa, que serve como um guia na investigação ou solução de um problema;

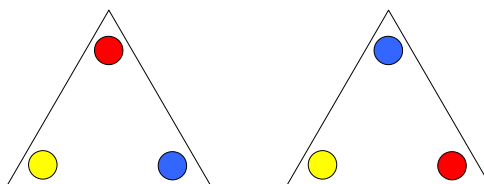
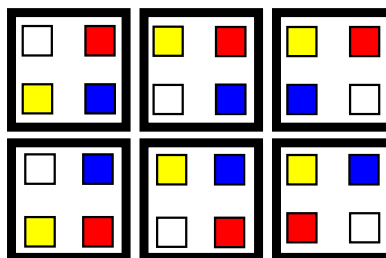
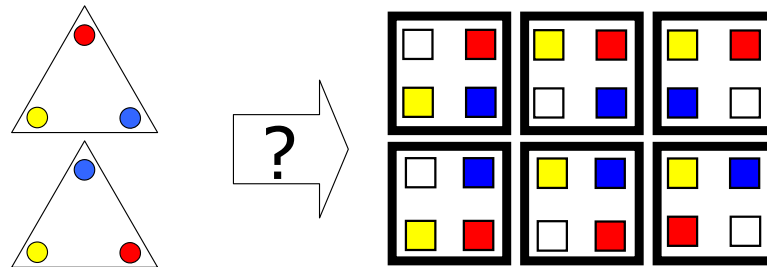
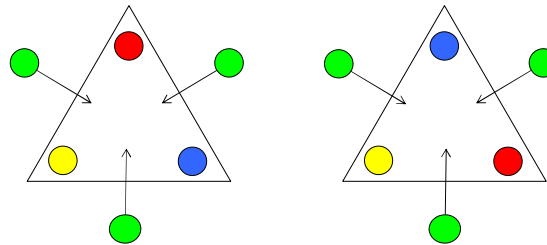
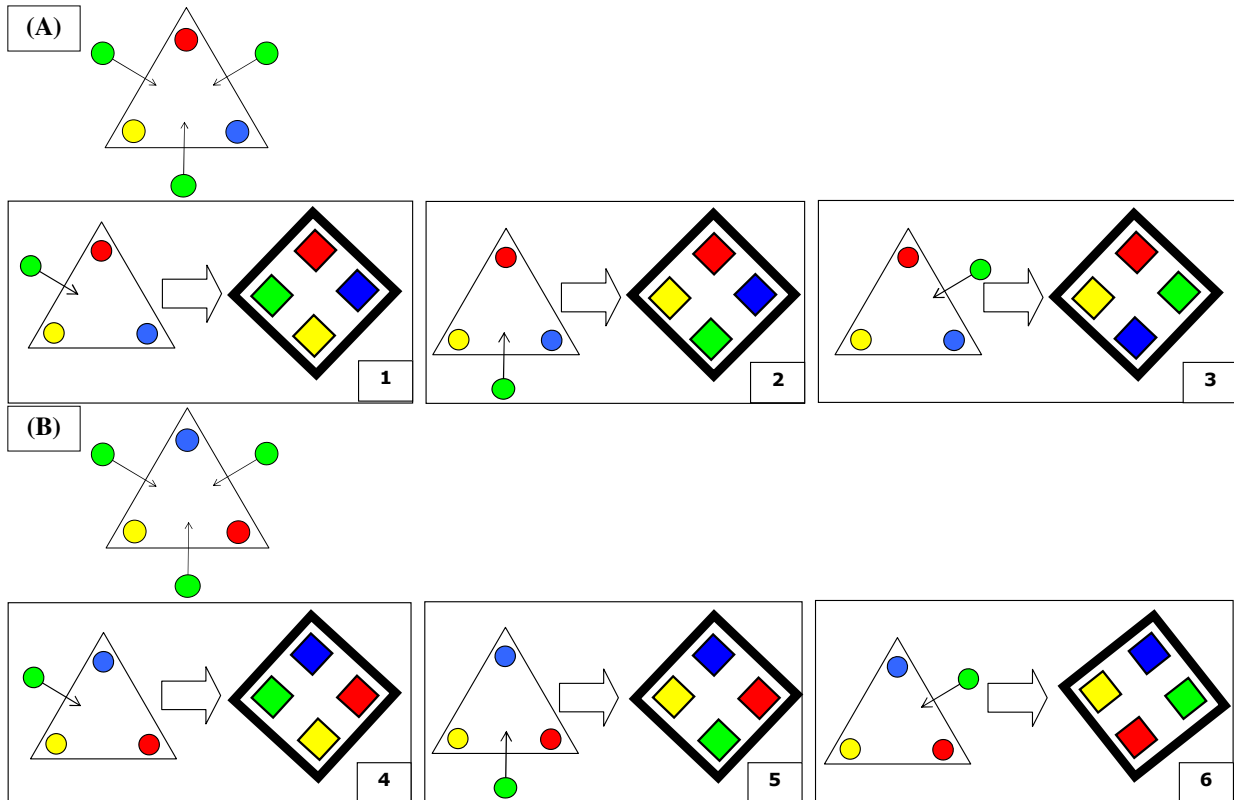
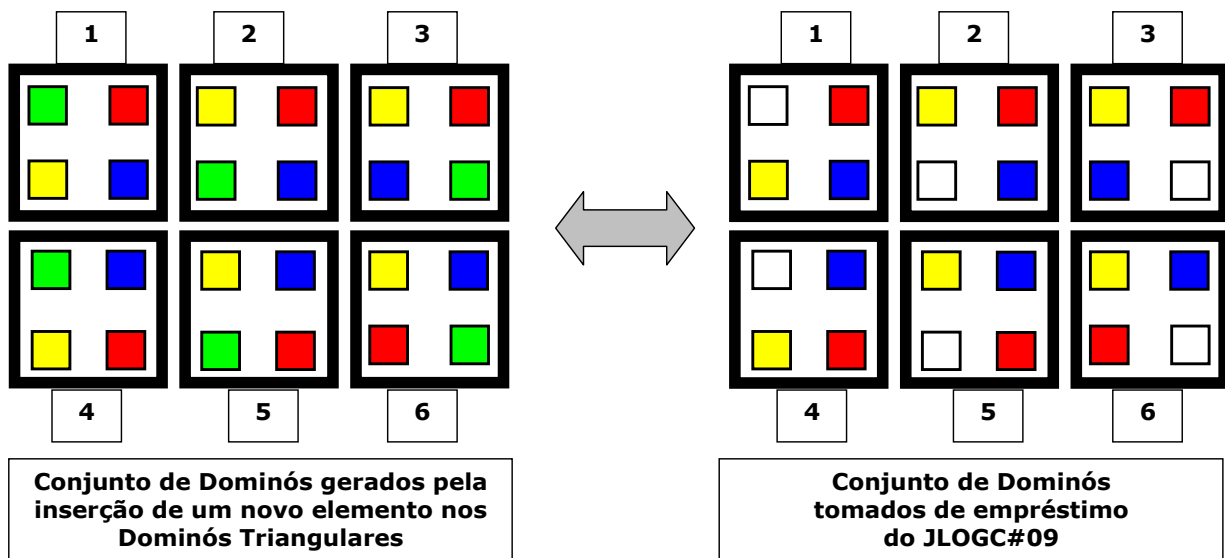
---

[7] Conforme Dicionário Aurélio Eletrônico, Dicionário Houaiss Eletrônico e The American Heritage Dictionary

- Em computação, a técnica de resolução de problemas na qual a solução mais apropriada dentre as várias encontradas em fases sucessivas de um programa computacional e/ou através de métodos alternativos, é selecionada para uso no próximo passo do programa;
- Metodologia, ou algoritmo, usado para resolver problemas por métodos que, embora não rigorosos, geralmente refletem o conhecimento humano e permitem obter uma solução satisfatória;
- Um procedimento pedagógico pelo qual se leva o aluno a descobrir por si mesmo a verdade que lhe querem inculcar;
- Um método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar.

11.2.2.- Heureka = Achei

Já sabendo ***quantos deverão ser os cartões a serem gerados***, 24, adotamos a seguinte heurística para buscar ***quais seriam todas as possibilidades*** de se concretizar as Permutações Circulares de 5 elementos: foi a *técnica de 'dividir para vencer'*. Isto significa que o que se pretende aqui, é dividir o problema em vários subproblemas a ele associados, e resolvê-los, para somente então, chegarmos à solução do nosso problema principal.

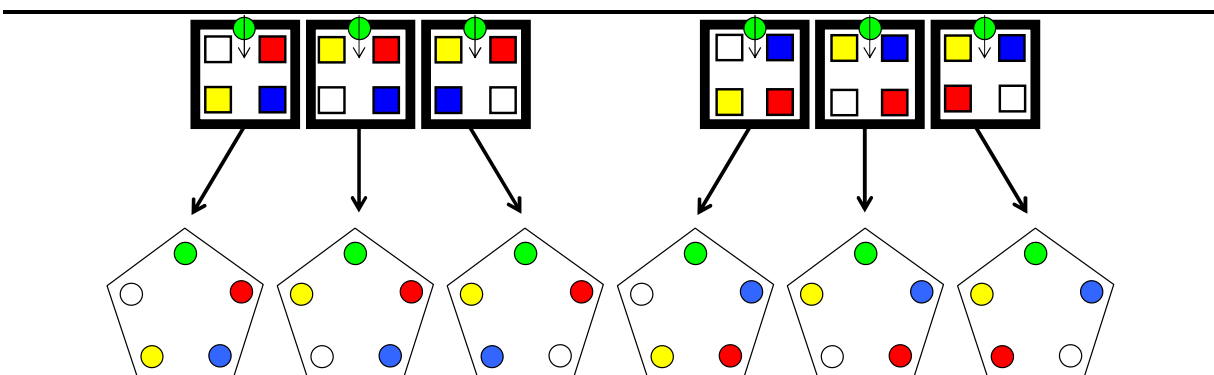
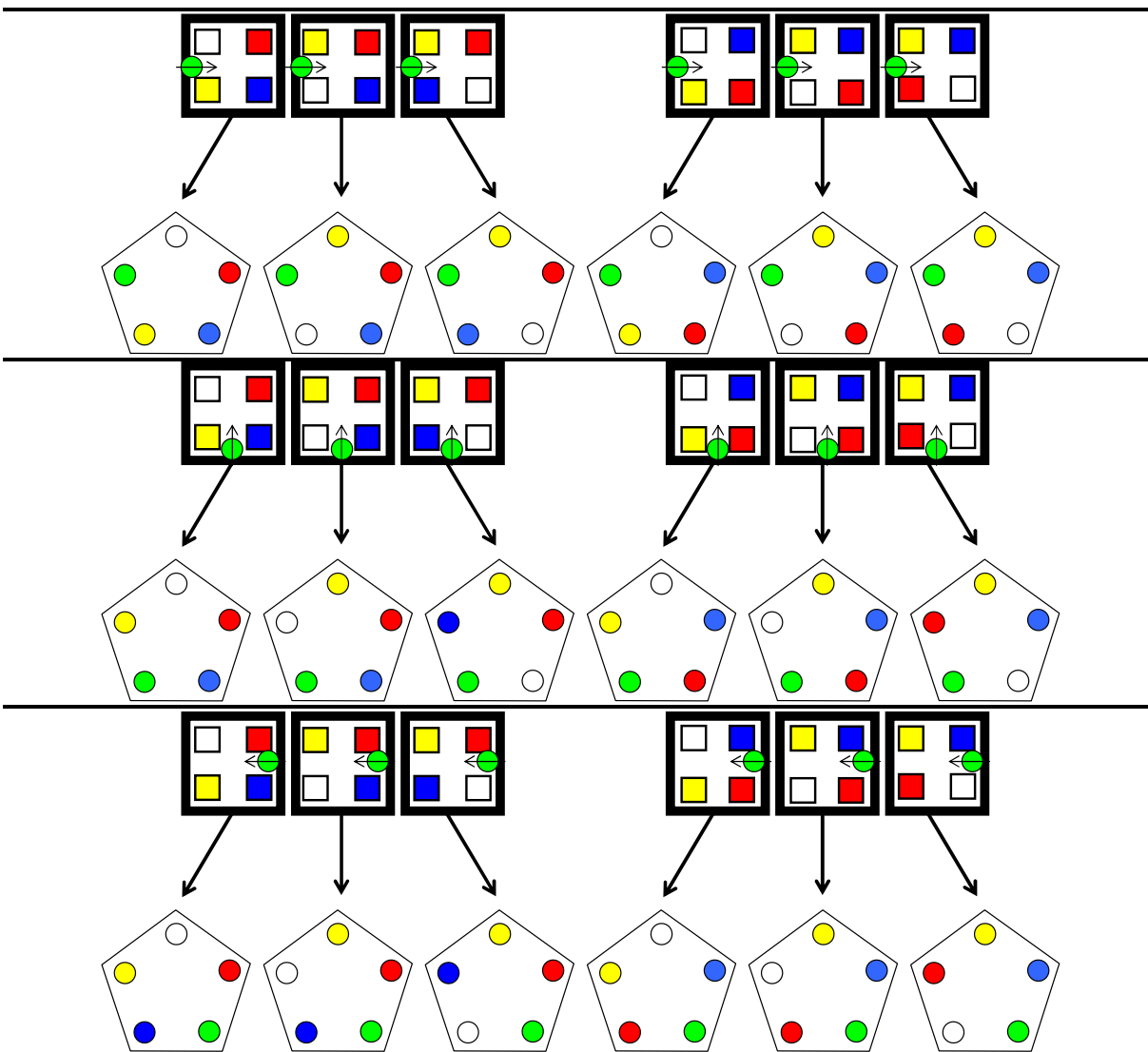
- **O PRIMEIRO SUPROBLEMA:** *Quantas e quais são as permutações circulares de 3 elementos distintos?*
  - Cálculo: PC(3) = (3−1)! = 2! = 2 × 1 = 2
  - Obtenção dos casos possíveis:

- **O SEGUNDO SUPROBLEMA**: *Quantas e quais são as permutações circulares de 4 elementos distintos?*
  - Cálculo: PC(4) = (4−1)! = 3! = 3 × 2 × 1 = 6. Aqui se calculou quantos seriam os casos possíveis.
  - Este problema já foi solucionado anteriormente por tentativas (JLOGC#09 e JLOGC#10), e permitiu a obtenção de quais seriam os 6 casos possíveis. O Conjunto a seguir, foi emprestada do JLOGC#09:

- **O TERCEIRO SUPROBLEMA**: Como conciliar a solução do nosso PRIMEIRO PROBLEMA com a solução do nosso SEGUNDO PROBLEMA?

- **ANÁLISE:** Há três elementos distintos (círculos coloridos) dispostos num suporte triangular. Entre cada um destes elementos pode-se inserir mais um elemento, e somente um elemento, para que a permutação passe a ter quatro elementos. Note que há 3 possibilidades de inserção para cada uma das disposições possíveis apresentadas a seguir, conforme mostram as setas:

- **SOLUÇÃO:** Vamos dividir este problema em duas partes. A primeira parte envolvendo o primeiro dos triângulos acima (A) e a segunda parte envolvendo o segundo dos triângulos acima (B), e façamos cada uma das três inserções possíveis do novo elemento (círculo na cor verde).

- **CONFERINDO OS RESULTADOS:**

O segundo conjunto de dominós, conforme está dito na figura acima, foi retirado do JLOGC#09. Veja que, se nós pintarmos os quadrados brancos do segundo conjunto de dominós de verde, nós chegaremos ao primeiro conjuntos de dominós apresentado na figura, justamente aquele que foi gerado a partir da inserção demarcada por pontos verdes nos Dominós Triangulares.

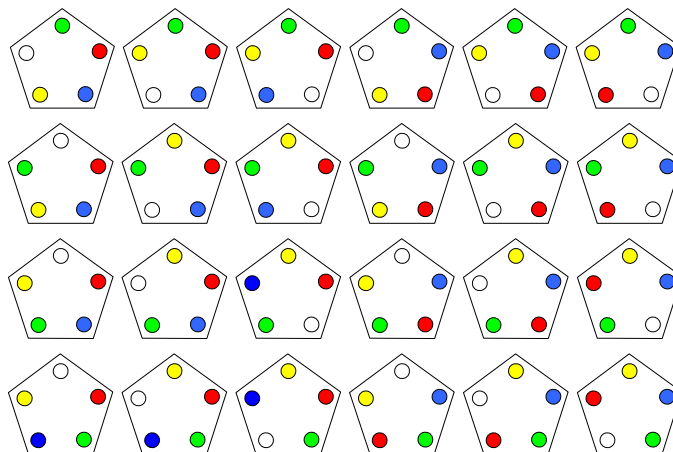
11.3.- Aplicando a Heurística anterior ao Dominó Pentagonal

A Quantidade de Dominós Pentagonais 5-Cores é dada pela fórmula:

$$PC(5) = (5 - 1)! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

A idéia anteriormente adotada – a de inserir uma cor a mais entre as três cores de cada um dos Dominós Triangulares, para criar os Dominós Quadrados 4-Formas Coloridas –, pode ser repetida agora para inserir o pequeno círculo verde, no sentido horário, no conjunto de Dominós Quadrados 4-Formas Coloridas, conforme mostram as figuras.

Veja em cada um dos desenhos a seguir, a forma de inserir os círculos verdes em cada um dos Dominós Quadrados.

11.3.1.- O conjunto dos 24 Dominós Pentagonais

A fighura a seguir mostra o conjunto completo dos dominós pentagonais:

11.4.- Jogando Com as Peças o Dominó Pentagonal 5-Cores

O leitor agora deve criar suas regras e jogar com os Dominós Pentagonais 5-Cores. No entanto, para estimulá-lo um pouco aí vão algumas sugestões.

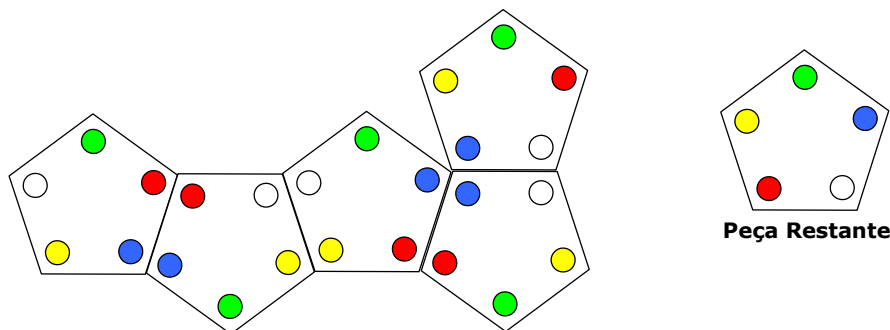
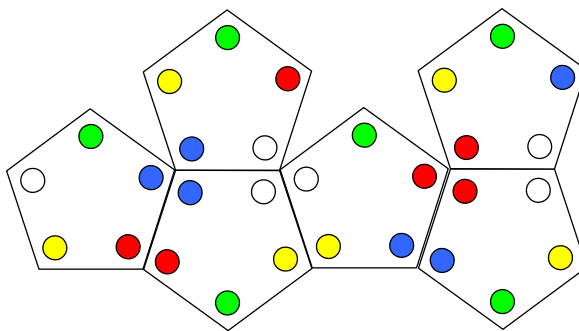
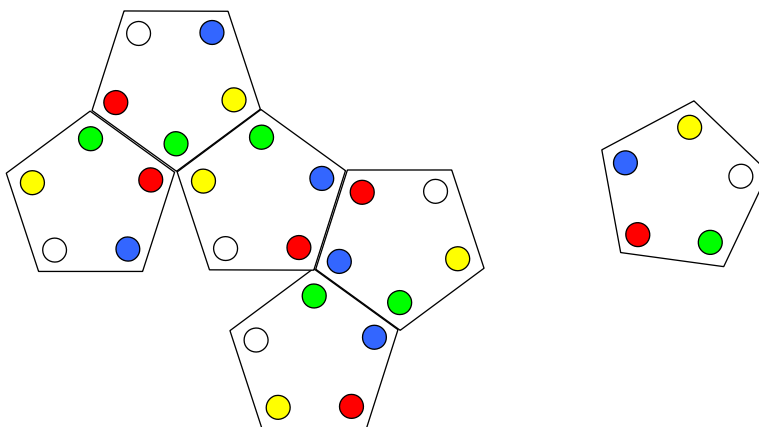
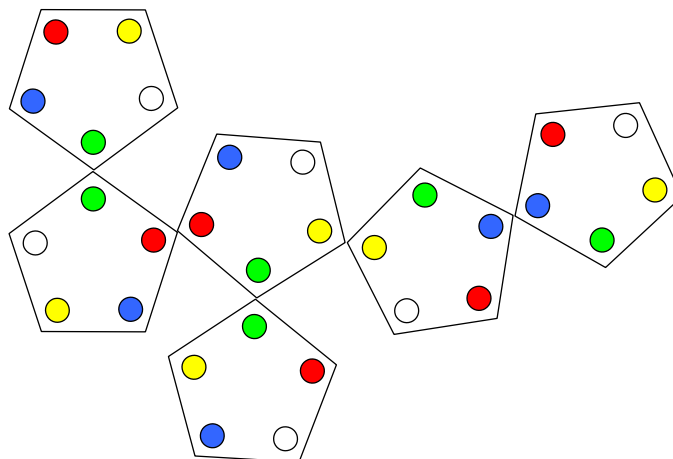
11.4.1.- Jogos de Discriminação

Os Jogos com o Dominó Pentagonal 5-Cores podem envolver discriminação, em que os dominós devam ser agrupados por algum tipo de critério escolhido pelo aplicador – critérios estes que podem ser escolhidos dentre os abaixo, individualmente ou em grupos lógicos coerentes –, como por exemplo:

- as cores azul e amarelo estejam lado a lado;
- as cores azul e amarelo estejam separadas;
- as cores azul e amarelo estejam lado a lado, mas no sentido horário, separando ainda aquelas, com as mesmas cores, que estejam em sentido anti-horário.
- as cores azul e branco estejam lado a lado, mas distribuídas, em termos de ordem, no sentido horário, separando ainda aquelas, com as mesmas cores, que estejam em sentido anti-horário, mais as cores azul e verde nas mesmas condições que as anteriores;
- as cores azul, amarelo e vermelho estejam lado a lado;
- as cores azul, amarelo e vermelho estejam lado a lado, mas distribuídas, em termos de ordem, no sentido horário.
- as cores azul, amarelo e vermelho estejam lado a lado, mas distribuídas, em termos de ordem, no sentido anti-horário.

11.4.2.- Jogos de Casamento de Padrões

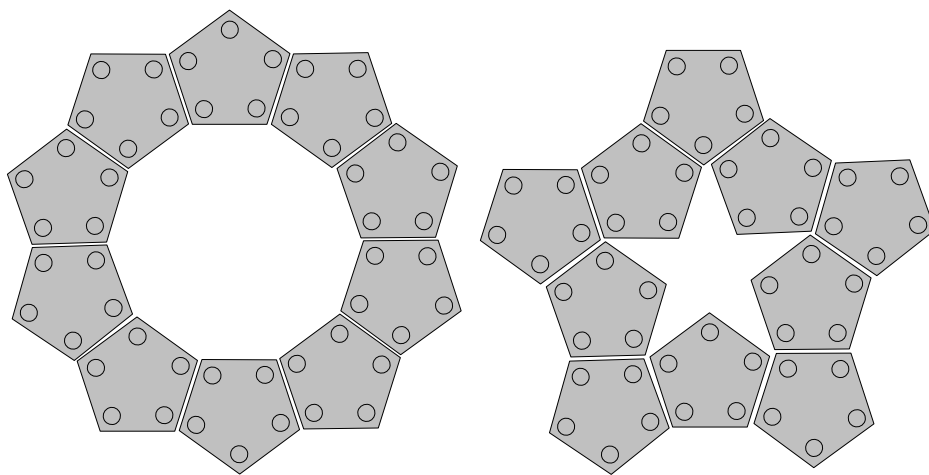
Veja a seguir,nas figuras onde apenas utilizamos a primeira série de cartões, alguns exemplos.

[1] Casamento de Padrões Idênticos em Formação de Corrente

[2] Casamento de Padrões Idênticos Sem a Formação de Corrente

[3] Casamento de padrões cruzados;

[4] Casamentos de padrões pelos vértices.

11.5.- Jogando Com Tabuleiros: Paciência ou Competição

Vamos propor, a seguir, dois tabuleiros em que as peças de nosso dominó devem ser alocadas. Eles podem ser jogados como um jogo de paciência ou então de forma competitiva entre dois jogadores. As formas de casamento dos dominós em cada um destes tabuleiros devem ser combinadas previamente pelos jogadores (vide item 10.4.2., acima): casamento de padrões idênticos, casamento de padrões cruzados ou então, indiferentemente, a mistura dos dois tipos de casamento.

No caso de jogos competitivos, deve-se antes combinar qual a quantidade ideal de peças para cada tipo de tabuleiro (10, 12, 14 etc). Feito isto, deve-se selecionar (ou sortear) a quantidade combinada

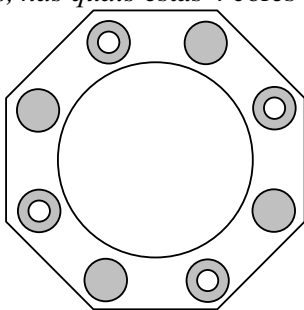
de dominós do conjunto total de peças e distribuí-los em quantidades iguais para cada um dos dois jogadores.
No caso de jogos competitivos há a possibilidade de duas modalidades de jogos:

- 1ª Possibilidade: os dois jogadores jogam em um mesmo tabuleiro. O primeiro dos dominós, jogado por cada um deles, devem ser colocados em qualquer posição do tabuleiro. A partir da segunda jogada, as peças devem ser casadas de acordo com o tipo de casamento combinado entre eles.
- 2ª Possibilidade: os jogadores jogam, um de casa vez, tentando preencher o tabuleiro. Este é um jogo contra o relógio, em que perderá aquele que preencher o tabuleiro em um maior espaço de tempo ou que desistir de preencher o tabuleiro, por falta de alternativas provocada pelo conjunto de dominós escolhidos ou selecionados pelos jogadores, antes do início jogo. Os dois jogadores devem utilizar, durante cada competição, o mesmo conjunto de peças utilizado pelo seu oponente.

JLOGC#12 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 12

O DOMINÓ OCTOGONAL COM 4 CORES INTERCALADAS

Para criar os Cartões Octogonais com 4 Cores são combinadas as estratégias de criação de cartões dos JLOGC#09 e JLOGC#10. Vale a pena procurar entender o processo de criação destes cartões, em que dois tipos de figuras (círculo e coroas circulares) são intercaladas para possibilitar a criação de um micromundo com 36 cartões e não como os 5040 cartões que seriam produzido por uma Permutação Circular com 8 elementos.

12.1.- A Escolha de um Suporte para o Dominó Octogonal

Uma idéia bastante semelhante àquela adotada para a elaboração do quadraminó de 4 cores, será utilizada para a elaboração do Dominó Octogonal com 4 Cores. Este novo modelo de dominó será construído utilizando-se o suporte mostrado a seguir, onde há uma alternância entre *círculos* e *coroas circulares, nas quais* estas 4 cores serão distribuídas alternadamente, como se verá a seguir.

Legenda:

- círculo

- coroa circular

12.2.- A Heurística

Temos que adotar uma heurística[8] que nos garanta que iremos produzir, sem exceção, todos os dominós octogonais.

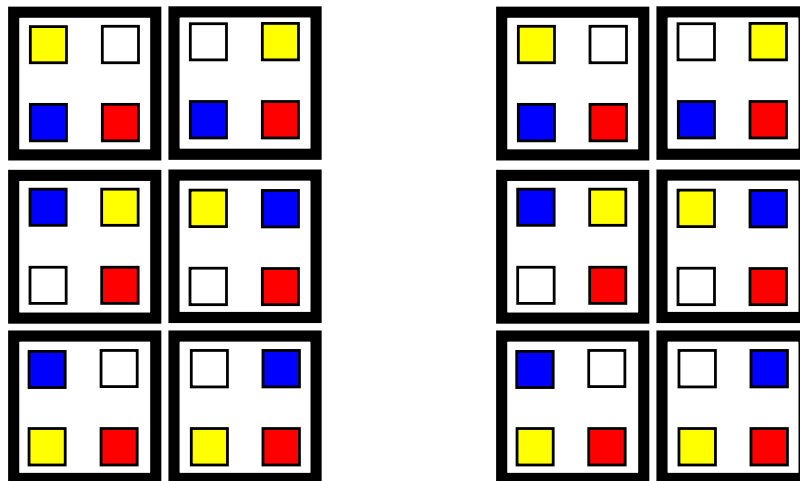
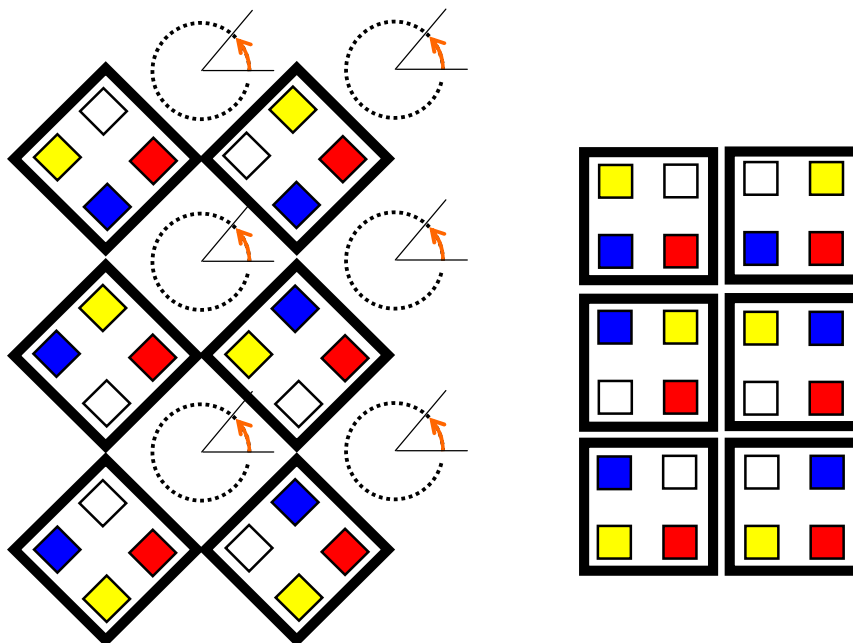
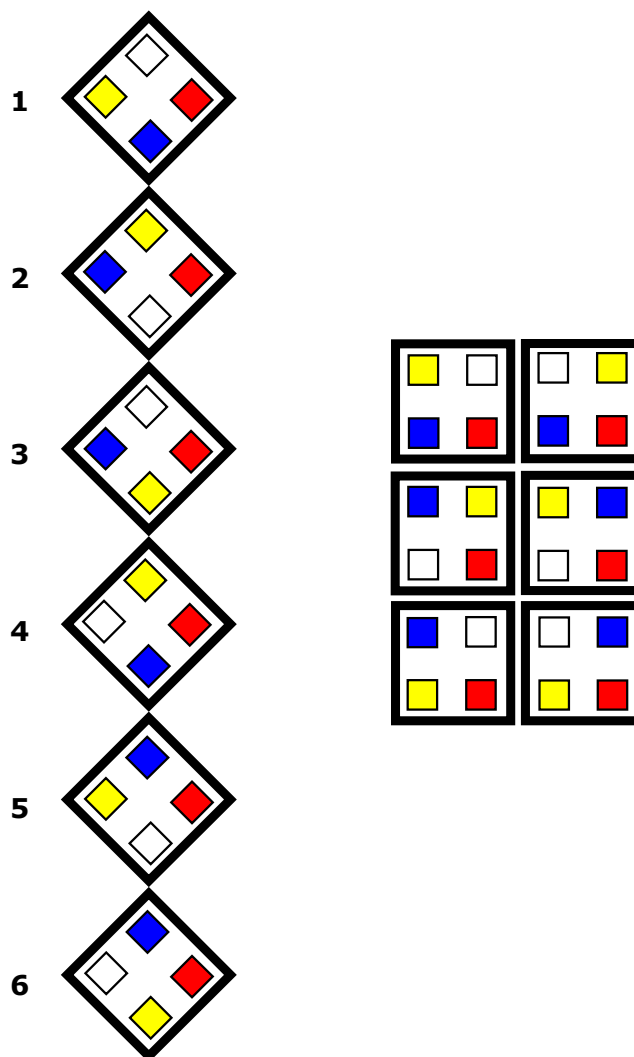
- Vamos utilizar duas Permutações Circulares de 4 elementos cada uma;
- Vamos utilizá-las de forma entrelaçada adotando o seguinte diferencial: numa delas as cores serão distribuídas exclusivamente nos círculos e na outra as cores serão distribuídas exclusivamente nas coroas circulares;
- Sabe-se que a fórmula para o cálculo das permutações circulares é a seguinte: $PC_n = (n-1)!$, assim sendo, a quantidade de cartões a serem obtidos será dado por:

$$PC_4 \times PC_4 = 3! \times 3! = (3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1) = 6 \times 6 = 36.$$

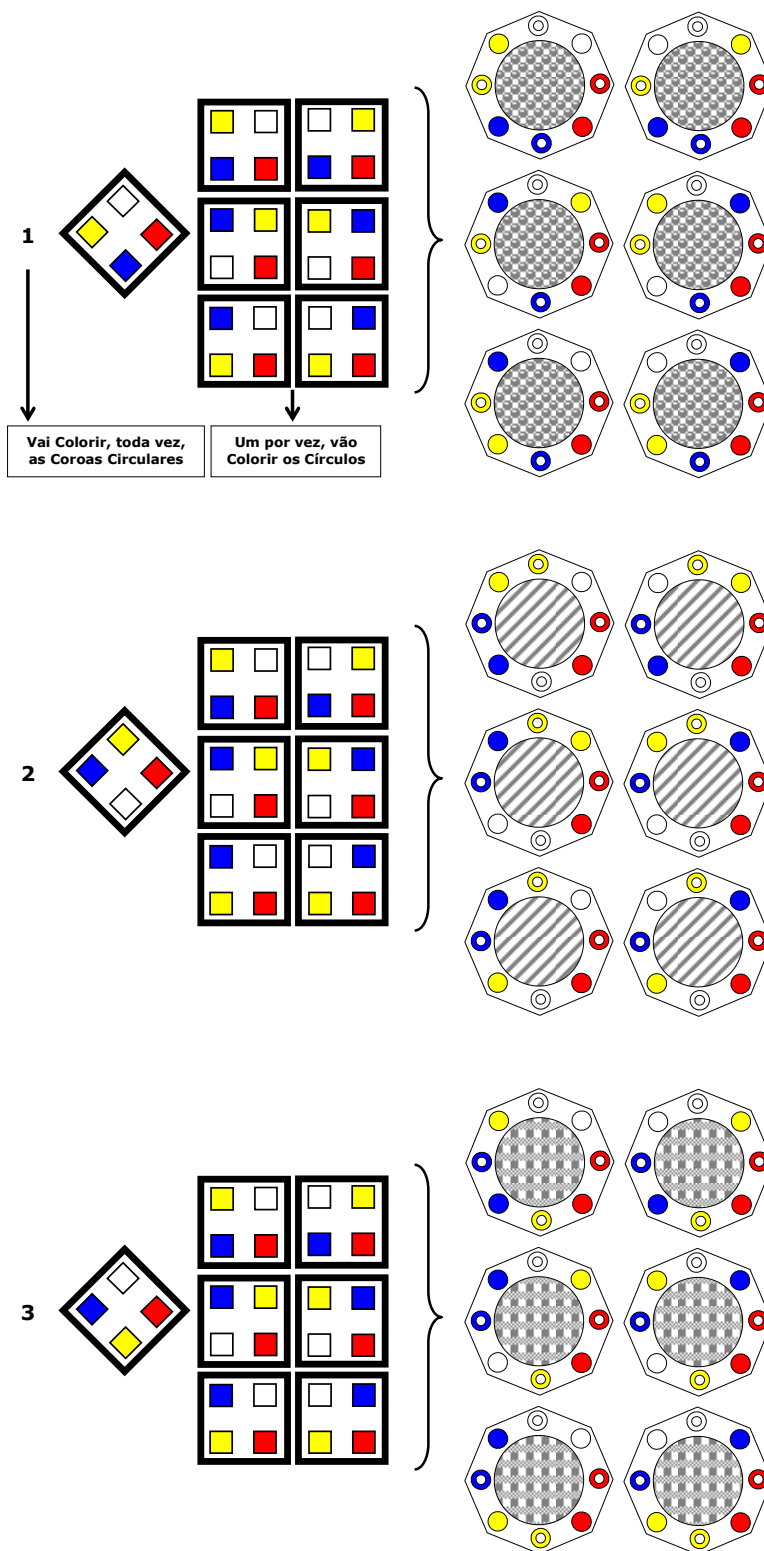
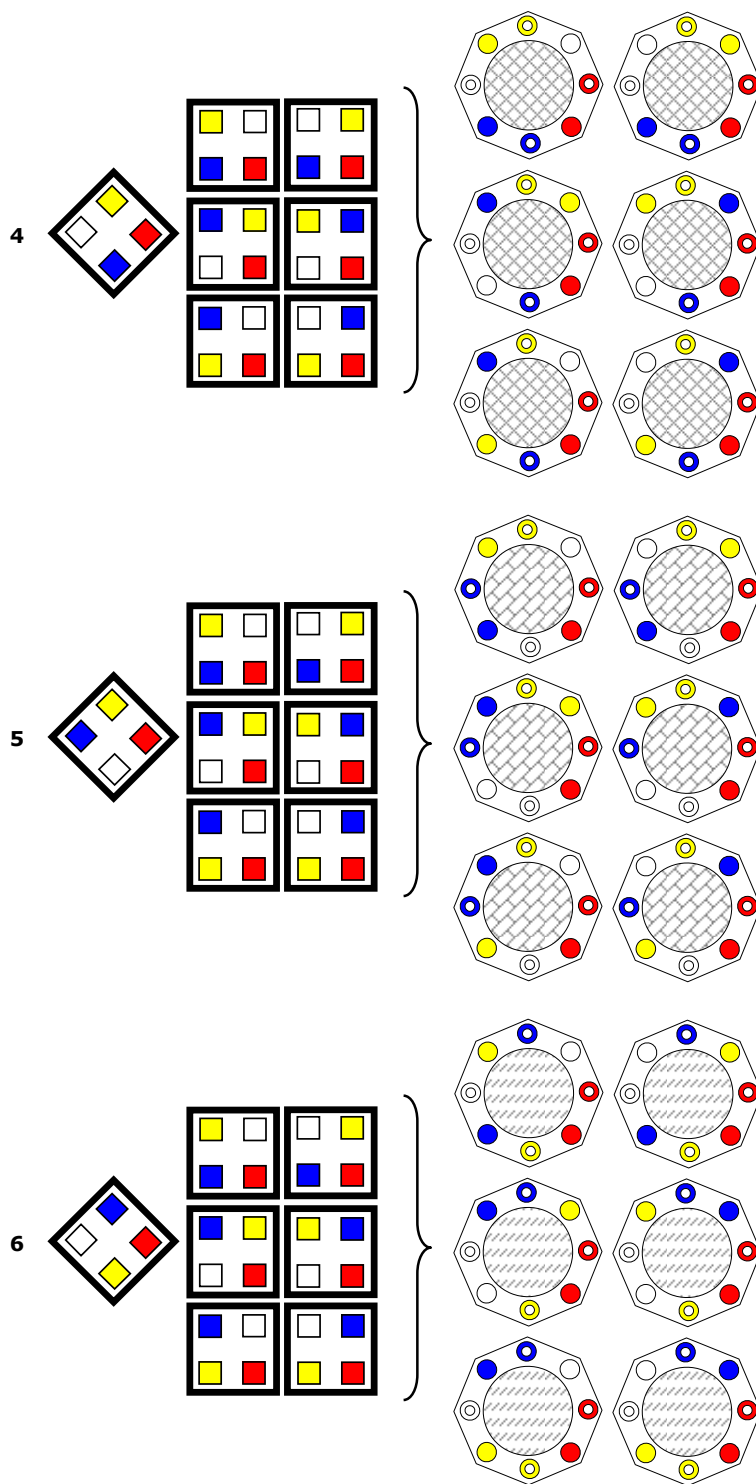
- Vamos adotar inicialmente, um esquema que será modificado a cada passo, exibindo a heurística por nós escolhida para resolver este problema.

---

[8] Heurística: Conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas.

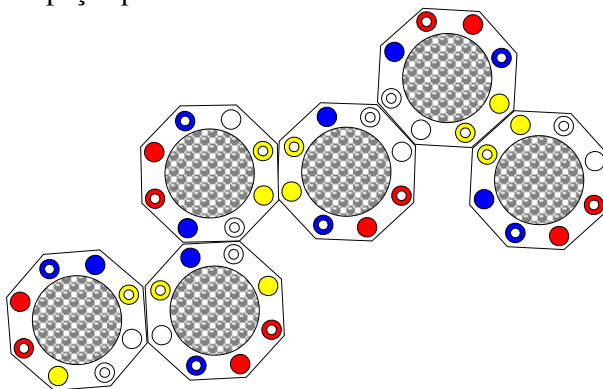
- Seja tomar dois conjuntos básicos de quadraminós um ao lado do outro (vide JLOGC#09 e JLOGC#09);

- Vamos girar de 45º, no sentido anti-horário, os cartões do primeiro conjunto de quadraminós, mantendo estáveis os dominós do segundo conjunto:

- Vamos em seguida deslocar os cartões do primeiro conjunto de cartões: os da primeira coluna para cima e os da segunda coluna para baixo e para a direita, de forma a colocá-los em uma única coluna, bem em frente do segundo conjunto de cartões (como pode ser visto a seguir), numerando cada um deles, de cima para baixo, de 1 até 6:

- Cada um dos cartões numerados será agora composto, mediante entrelaçamento, com todos os outros cartões do segundo grupo de quadraminós. Na verdade o que estaremos fazendo será um *produto cartesiano* entre elementos do primeiro conjunto de cartões e os elementos do segundo conjunto de cartões.

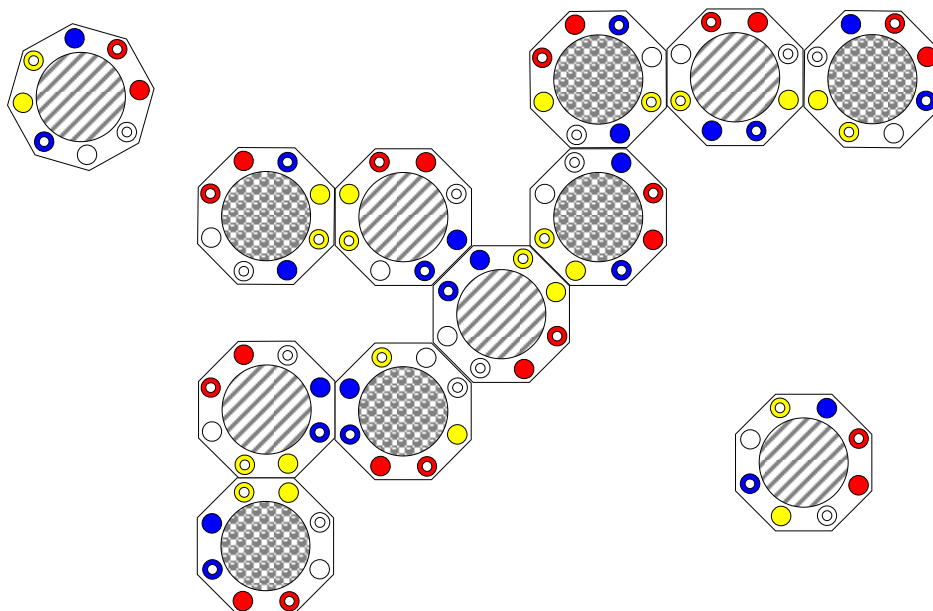
- Veja isto em cada uma das figuras a seguir que mostram, uma a uma, a sequência numerada dos cartões do primeiro conjunto – numerados de 1 a 6 – acoplados sistematicamente aos cartões do segundo conjunto. Seria bom que o leitor compreendesse esta heurística conferindo os cartões octogonais resultantes.

1
Vai Colorir, toda vez, as Coroas Circulares
Um por vez, vão Colorir os Círculos
2
3

12.3.- Jogando Dominó Com a Uma Série de Cartões

Pode parecer simples num primeiro momento mas, o jogo de dominós, utilizando um ou mais dos conjuntos de cartões '*Octógonos Com Quatro Cores'*, requer muita atenção. Verifique isto a partir do exemplo a seguir e tente obter uma outra sequência distinta do mesmo.

Os jogos a seguir apresentados podem ser jogados como 'Jogos de Paciência' ou, como os dominós comuns, envolvendo dois ou mais jogadores.

No entanto, quando se tratar de um jogo de paciência, nada impede o jogador, de rearranjar os dominós até que todas as peças possam ser casadas.

12.4.- Jogando o Dominó Com Duas Séries de Cartões

Jogue agora o dominó com as séries 1 e 2.

12.5.- Jogo das Correntes Três em Linha Reta

Este é um jogo que pode ser jogado de duas formas: ou como Jogo de Paciência ou como um jogo de desafio e estratégia entre dois ou mais participantes.

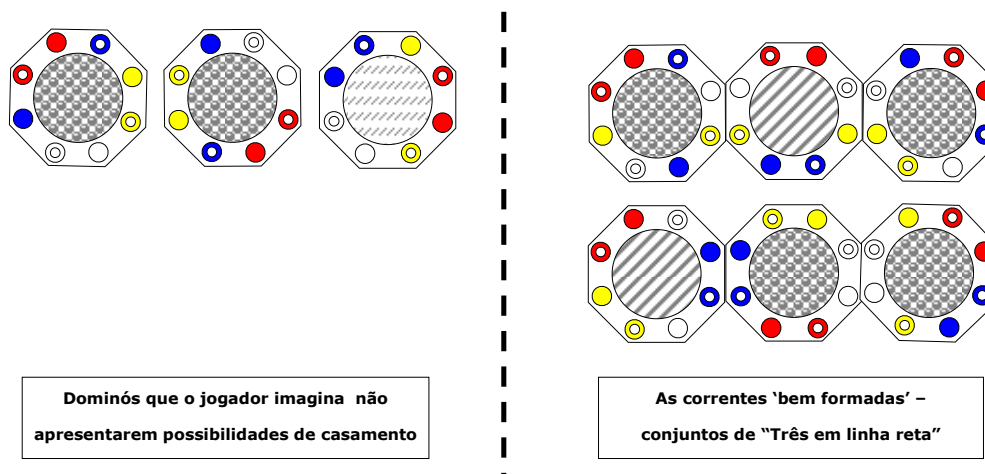
12.5.1.- Jogo das Correntes: Três em Linha – Jogo de Paciência

Este é um jogo de paciência bastante instigante. O jogador pode utilizar todos os 36 dominós, mas pode, por outro lado, escolher apenas uma, duas ou mais das séries componentes do conjunto total de dominós. Ainda, para tornar o jogo mais complexo, poderá escolher aleatoriamente os dominós em quantidades múltiplas de 3: 6, 9, 12, 15, 18, etc.

As regras do Jogo de Paciência são mostradas abaixo:

1. Coloque os dominós escolhidos para o jogo, com as faces voltadas para baixo, sobre o tampo de uma mesa e os embaralhe bem;
2. Escolha ('compre') três dos dominós que estarão com as faces voltadas para baixo, desvire-os e tente casar os padrões formando uma corrente retilínea com

eles. Note que: os casamentos não podem formar nenhum tipo de ângulo entre os cartões;

3. Se você conseguir o casamento, alinhe os cartões casados à sua direita, senão coloque-os à sua esquerda, em fila.

4. Dê continuidade ao jogo: retire mais três cartões e tente casá-los,
   - Se conseguir os casamentos, coloque a corrente assim obtida (alinhada), à sua direita;
   - Se não conseguir casá-los, leve-os para a sua esquerda e tente, juntamente com todos os cartões que ali estão realizar os possíveis casamentos destes cartões, três a três em linha;
   - As correntes assim obtidas devem ser alocadas à sua direita e os cartões remanescentes, se ainda houver alguns, devem permanecer à esquerda;
5. Continue jogando: as correntes bem formadas devem sempre ficar à direita, os cartões não casados devem permanecer à esquerda;
6. O final do Jogo ocorrerá quando não houver cartões disponíveis para a compra sobre a mesa, mas ...

... para atingir o objetivo final deste jogo de paciência – que seria eliminação de todos os cartões do seu lado esquerdo –, algumas das correntes bem formadas, que figuram à sua direita, podem desmanchadas e passadas para o lado esquerdo para compor novas correntes que, então serão passadas, finalmente para o lado direito.

12.5.2.- Jogo das Correntes: Três em Linha Reta – Jogo Competitivo

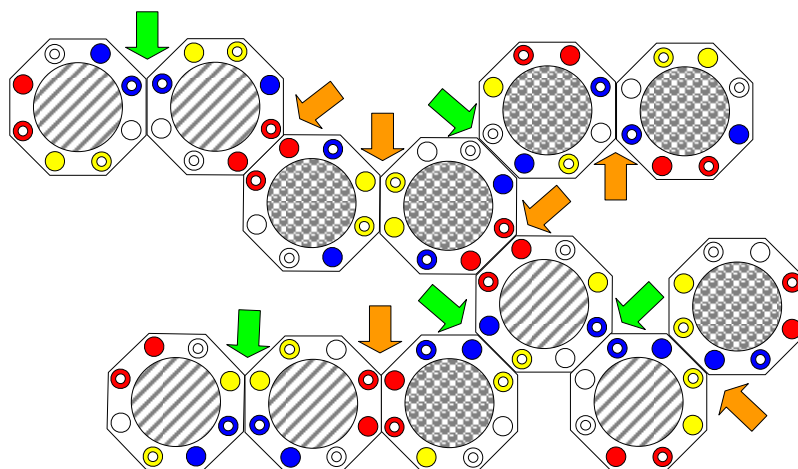
Temos aqui um novo jogo, destinado a dois ou mais jogadores. Eis as regras:

1. Embaralhar os 36 dominós, deixar dois deles, virados para cima, sobre a mesa e distribuir todos os demais em quantidades iguais para os jogadores;
2. Os dominós restantes desta distribuição, quando houver, devem ser retirados do jogo;
3. O primeiro jogador *deve descartar dois de seus dominós* tentando formar com os que já estavam na mesa a corrente denominada: 'três em linha reta';

4. Se conseguir formar a corrente (casando os três dominós em linha reta) ele recolhe aqueles dominós e os guarda para a contagem final – cada corrente vale 3 pontos – um ponto para cada dominó.;
5. Quando houver 4 ou mais dominós sobre a mesa, um mesmo jogador poderá fazer, num único descarte, duas correntes e validá-las como pontos ganhos, guardando-as para a contagem final;
6. Os jogadores seguintes sempre devem descartar dois dominós na sua vez de jogar;
7. Toda vez que um jogador, tendo descartado dois dos dominós, não conseguir formar a corrente, a jogada é passada ao próximo jogador;
8. Mesmo quando não restar nenhum dominó sobre a mesa, o jogador da vez, descartará dois de seus dominós;
9. Se um dos jogadores não tiver os dois dominós para descartar, o jogo termina imediatamente;
10. Os dominós que foram guardados por cada jogador – aqueles que formaram as correntes – serão contados como pontos ganhos (um ponto para cada dominó, ou seja, três pontos para cada corrente);
11. Os dominós que restaram sem serem descartados não serão contados;
12. Ganha aquele jogador que fizer mais pontos.

12.6.- Sugestões

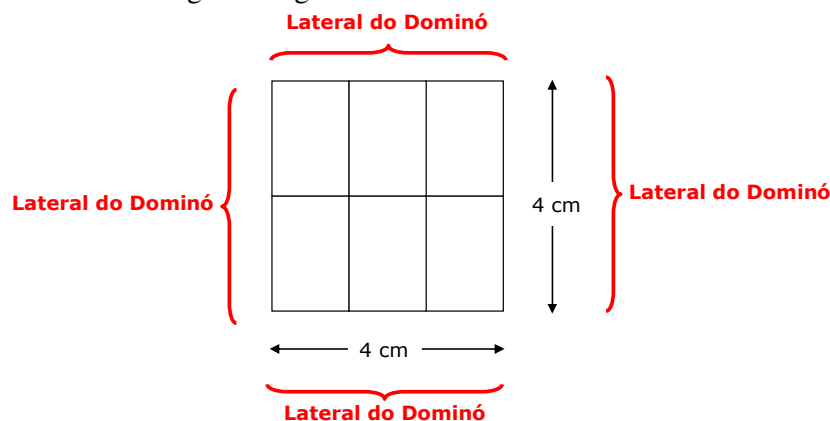
Os jogos até aqui apresentados são referentes aos casamentos de padrões idênticos, no entanto, se combinado antecipadamente, os participantes poderão optar pelo seguinte:

1. Jogar usando apenas casamentos cruzados – note que os casamentos cruzados;
2. Poderem escolher no momento de cada uma das jogadas: o casamento cruzado ou então o casamento de padrões idênticos. Esta escolha torna o jogo mais fácil, confira abaixo: as setas na cor verde indicam os casamentos padrão e as setas laranja indicam os casamentos cruzados.

JLOGC#13 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 13

JOGO DOS DOMINÓS 2 X 3

Os cartões deste jogo – o Jogo dos Dominós 2 × 3– são cartões quadrados que permitirão, dependendo da escolha do lado, o casamento de dois ou de três cores idênticas, ou seja o casamento de 2 ou de 3 dos padrões – as cores. No entanto, estes dominós não servirão apenas para este tipo de jogo, mas podemos sugerir aqui outros jogos como: o dominó das cores cruzadas (invertidas) e o jogo do preenchimento de tabuleiros em que algumas peças tenham sido antecipadamente distribuídas sobre ele.

13.1.- O Módulo Básico do Dominó 2 X 3

O módulo básico, suporte do Dominó do *Jogo dos Dominós 2 × 3,* mede 4cm × 4cm e apresenta-se com 6 divisões em forma de retângulos, três deles na parte superior do cartão e três deles na parte inferior, como mostrado na figura a seguir.

13.2.- A Escolha e Organização da Cores

A escolha das cores, pelo menos inicialmente, recairá nas três cores primárias: azul, amarelo e vermelho, facilmente reconhecidas por crianças até bem pequenas.

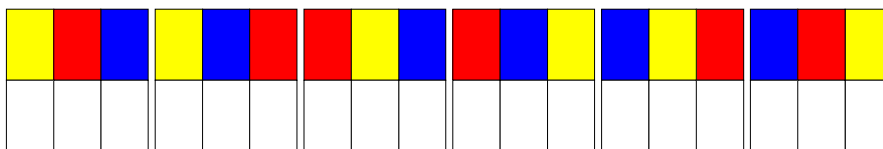
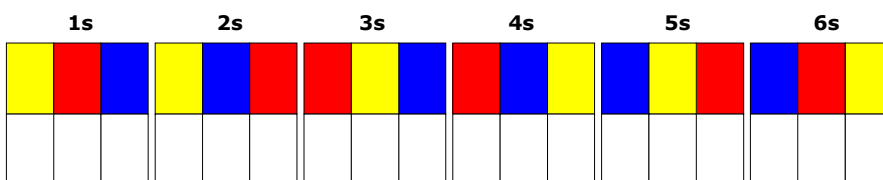
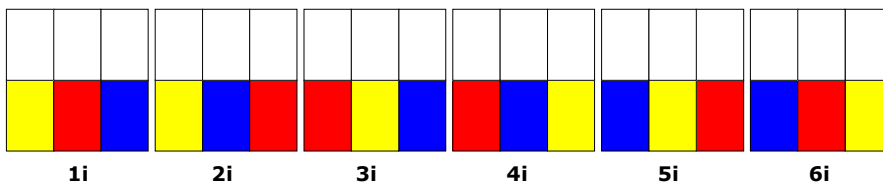
13.2.1.- Cálculo e Distribuição das Cores

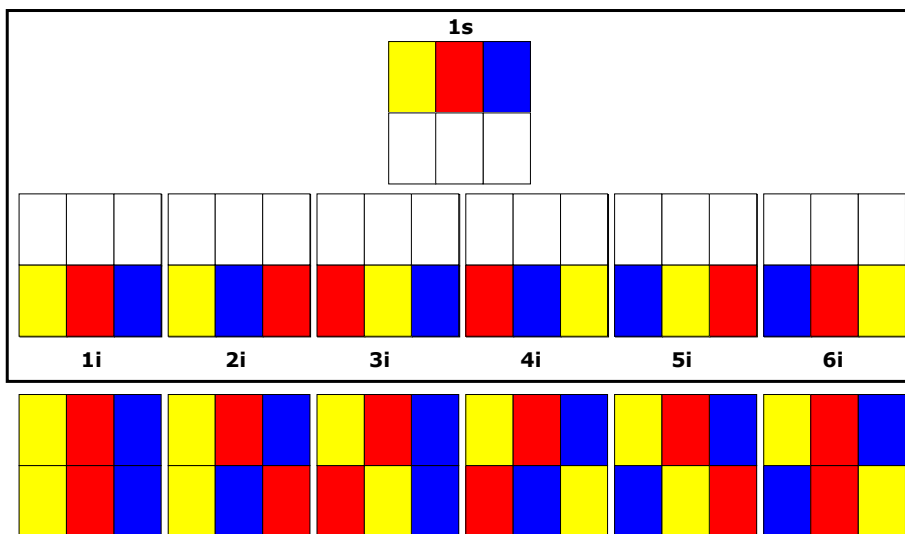
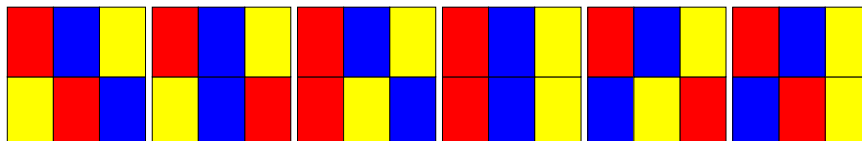
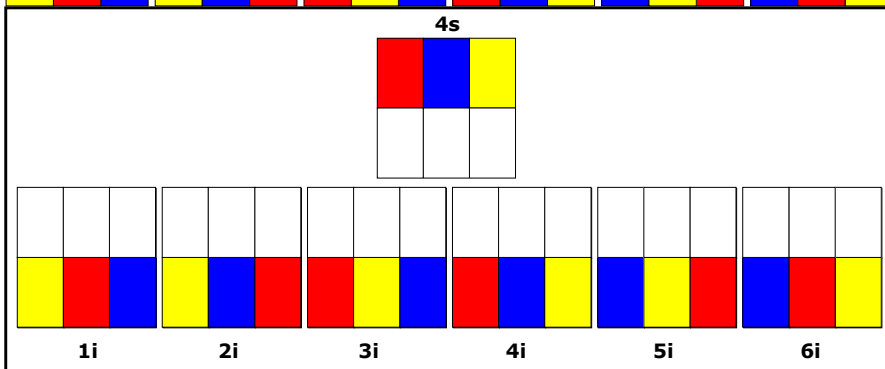
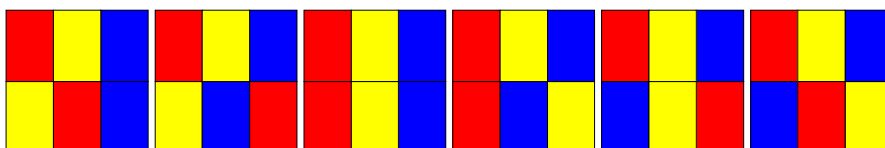
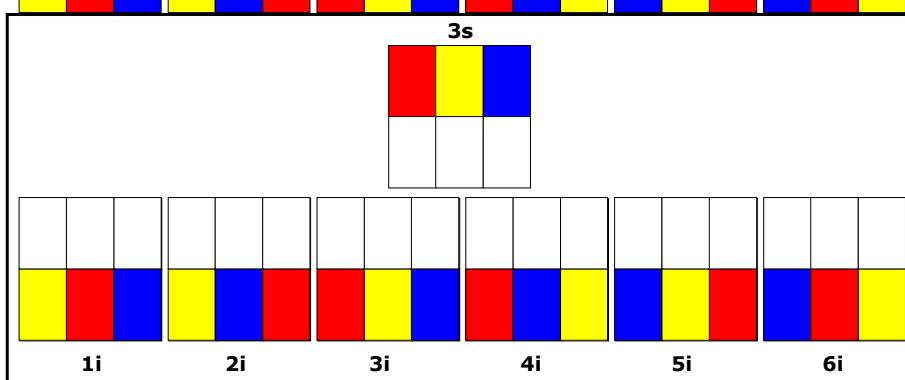
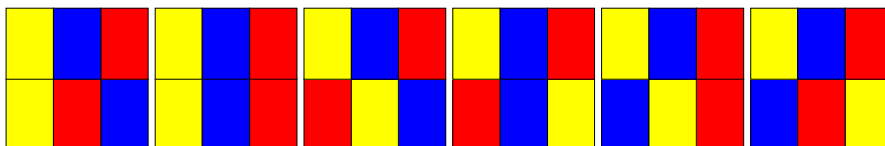
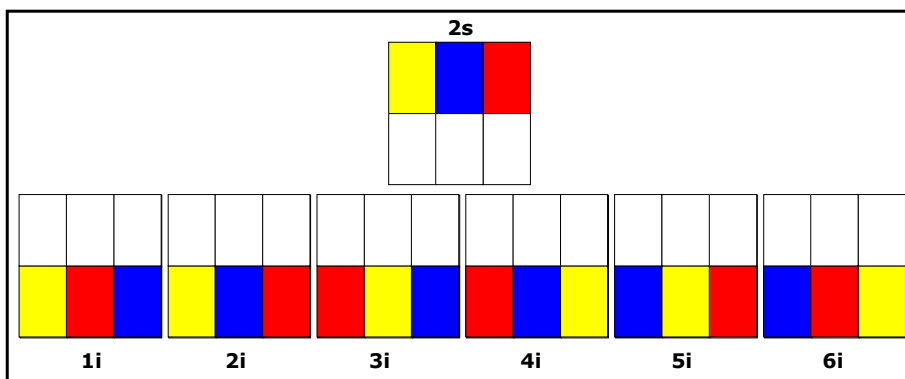
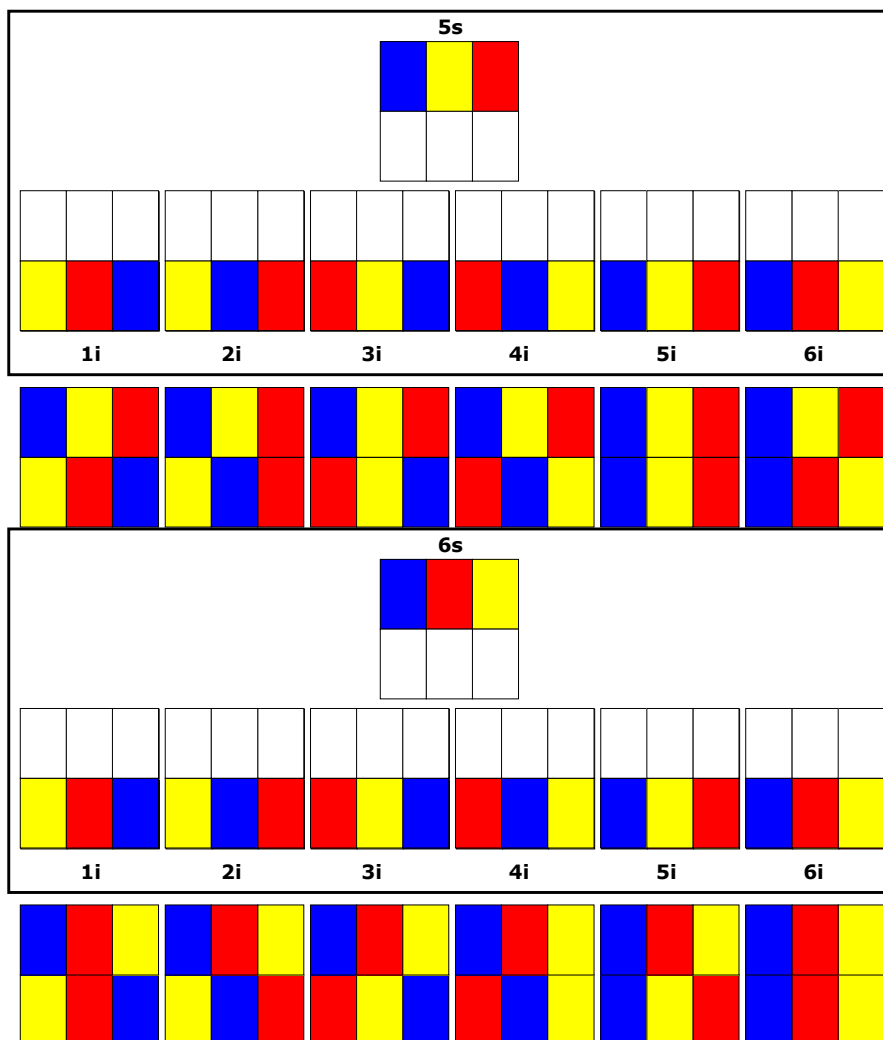
A quantidade de possibilidades de distribuição destas três cores, três a três deforma seqüencial, é dada pelo cálculo das Permutações Simples de 3 elementos, a saber: $P_3 = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.
Vamos agora adotar uma heurística[9] (ou uma estratégia[10]) que vai nos garantir a validade de nossa forma de elaboração dos dominós, ou seja, nos permita gerar todos os dominós e garantir que agimos corretamente ao fazer nossas escolhas.

---

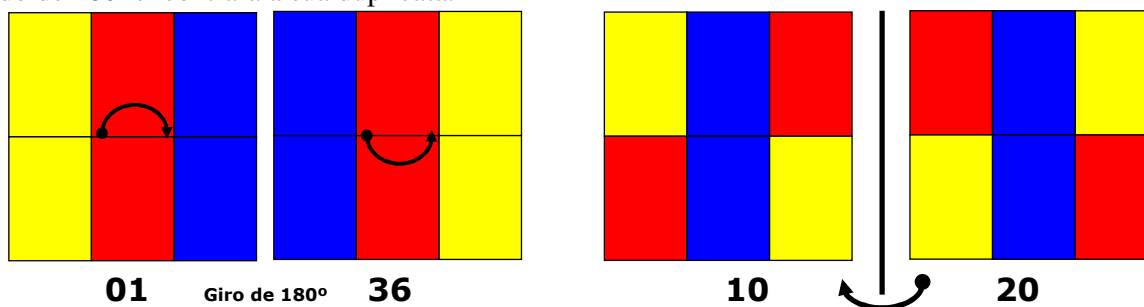
9 Heurística: método de investigação baseado na aproximação progressiva de um dado problema (Dicionário Houaiss).

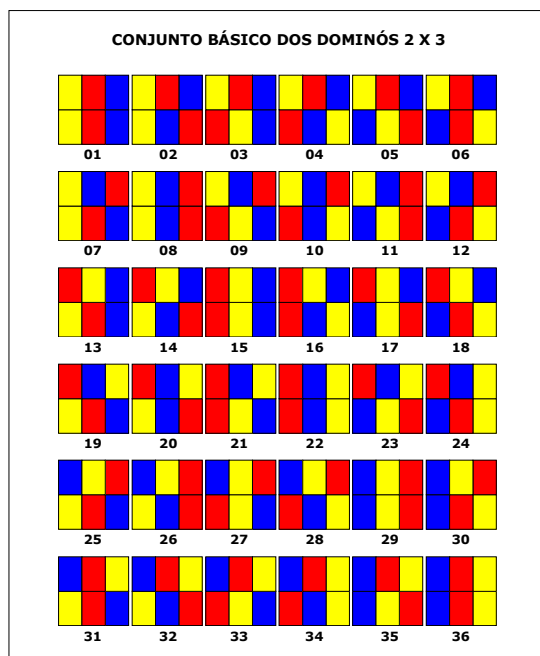
10 Estratégia: arte de aplicar com eficácia os recursos de que se dispõe ou de explorar as condições favoráveis de que porventura se desfrute, visando ao alcance de determinados objetivos (Dicionário Houaiss).

- Inicialmente vamos distribuir estas cores nos retângulos superiores localizados na primeira linha do módulo básico, como mostrado a seguir.

- Vamos agora, numerar estes dominós, cuja distribuição das cores os torna distintos entre si, numerando-os de 1 até 6, seguidos da letra s, indicando que eles forram coloridos na parte superior.

- O passo seguinte é distribuir estas mesmas cores na parte inferior do cartão, preservando em cada um dos cartões, as mesmas sequências anteriormente estabelecidas, numerando-os de 1 até 6 seguidos da letra i, indicando que eles foram coloridos na parte inferior.

- Finalmente, podemos efetuar as composições entre cada um dos dominós coloridos da parte superior – um a cada vez –, com todas as peças coloridas na parte inferior, como mostrado a seguir.

2s
1i
2i
3i
4i
5i
6i
3s
1i
2i
3i
4i
5i
6i
4s
1i
2i
3i
4i
5i
6i

13.3.- Os 36 Dominós 2X3

Pede-se ao leitor que tente verificar, se todos os dominós a seguir são exatamente distintos entre si. Uma sugestão: será que ao girarmos um dos dominós de 180º nós não encontraremos outro exatamente igual a ele?

O que podemos afirmar é que, por simples inspeção, já se pode encontrar dominós que sejam exatamente iguais, como por exemplo, os dois expostos a seguir, que poderemos encontrar entre os 36 dominós expostos acima. O primeiro aparece exatamente na mesma posição, e o segundo ao ser girado de 180º encontrará a sua duplicata.

A pergunta que fica é a seguinte: será que do conjunto de 36 dominós nós reduziremos a apenas 18 aqueles que são realmente distintos uns dos outros?

O conjunto de todos os 36 dominós, numerados de 01 até 36, é apresentado a seguir em uma tabela.

13.3.1.- Um Jogo Para o Pensamento

O Jogo Para o Pensamento proposto aqui é o seguinte: de posse da tabela anterior o leitor deve verificar quais são os cartões idênticos indicando-os pela numeração, isto é, formando pares de números que indiquem os cartões idênticos. Para facilitar este Jogo o leitor poderá imprimir esta tabela, bem como todos os dominós, a partir do CD-R que acompanha este livro. Primeiramente o leitor deverá verificar quais dos dominós são: (a) idênticos e (b) quais são simétricos

A solução deste problema é a seguinte: dentre os 36 dominós 2 × 3, você encontrará 22 dominós que perfazem 11 pares de dominós idênticos e 14 dominós simétricos – com disposições de cores invertidas com relação a um eixo e logo, não idênticos.

Note bem: temos 22 dominós dois a dois idênticos, e outros 14 dominós, que não formam pares.

- Estes são os 11 pares de dominós idênticos:

01 e 36	**02 e 24**	**03 e 30**	**04 e 12**
07 e 34	**08 e 22**	**11 e 16**	**13 e 35**
15 e 29	**19 e 23**	**21 e 26**	

- Estes são os dominós simétricos – não idênticos, portanto - agrupados dois a dois – um com as cores distribuídas de forma inversa ao outro (veja na figura anterior):

05 e 33	**06 e 31**	**09 e 23**	**10 e 20**
14 e 28	**17 e 27**	**18 e 25**	

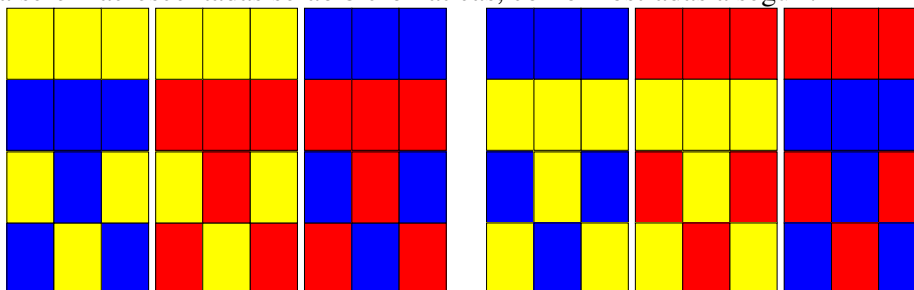
Confira estes resultados comprando os dominós numerados (veja a tabela anterior) com os dominós do conjunto de dominós do jogo.

13.4.- Acrescentando Novas Peças ao Conjunto de Dominós

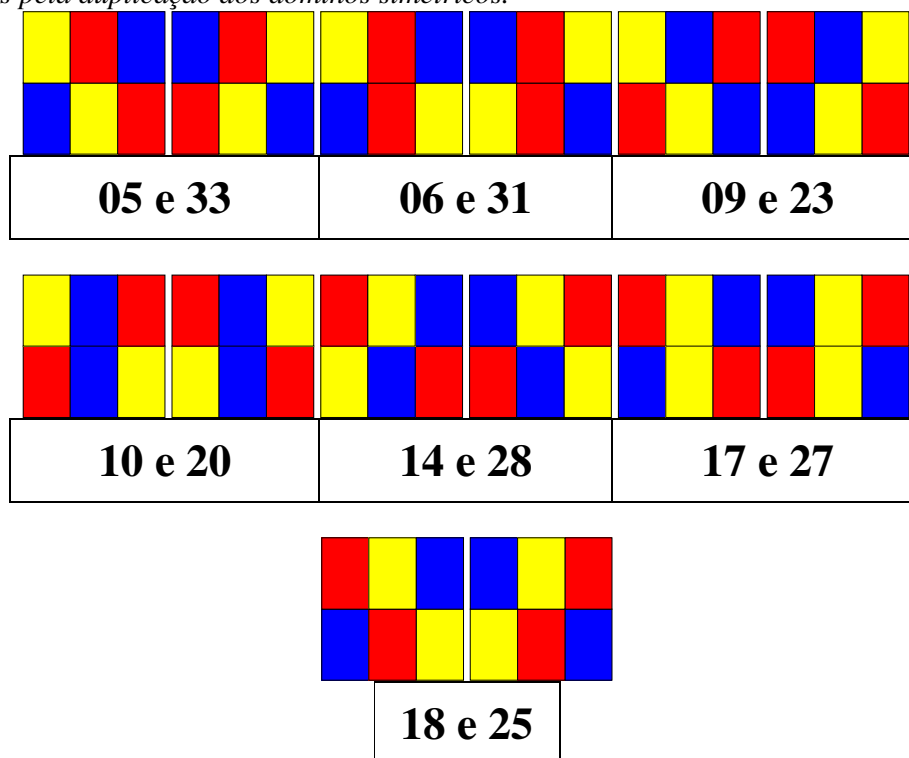
Podemos acrescentar ao nosso conjunto de dominós de 36 peças outras peças, a saber:

- 6 peças bicromáticas, idênticas duas a duas, formando 3 pares idênticos de peças bicromáticas;
- 14 peças

13.4.1.- Duplicando as peças Simétricas

Note que todas as peças do dominó 2×3 são tricromáticas (têm três cores). As novas peças de dominó a serem acrescentadas serão bicromáticas, como mostradas a seguir.

Nós devemos imprimir estas doze peças, idênticas duas a duas – verifique!

13.4.1.- Duplicando as peças Simétricas

Note que nós temos agora um conjunto de 11 + 6= 17pares de dominós idênticos. Podemos agora acrescentar ao nosso conjunto de dominós 2×3 que agora já perfazem um total de: 17ares de dominós idênticos (34 dominós) mais 14 dominós simétricos, que totalizam: 34 + 14 = 48 dominós. A intenção é também acrescentar mais um de cada, dos dominós simétricos, fazendo com que o conjunto de todos os dominós possam agora ser vistos como um conjunto contendo 34 + 28 = 62 dominós, isto é: 17 *pares de dominós genuinamente idênticos* e 14 *pares de dominós idênticos conseguidos pela duplicação dos dominós simétricos.*

13.5.- Jogos com os Dominós 2 X 3

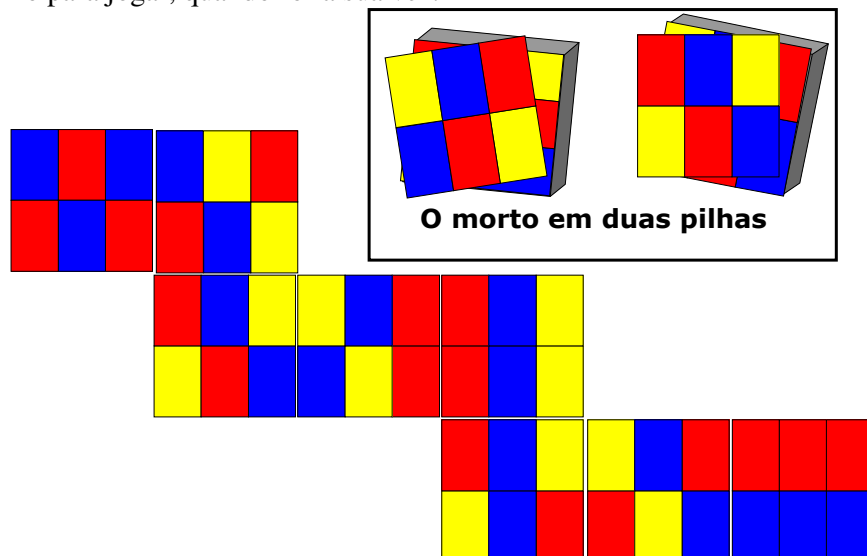
Vamos a seguir sugerir alguns jogos com o conjunto de 56 dominós 2×3.

(1) O Jogo do Dominó Tradicional – em que se devem casar 2 ou 3 padrões;

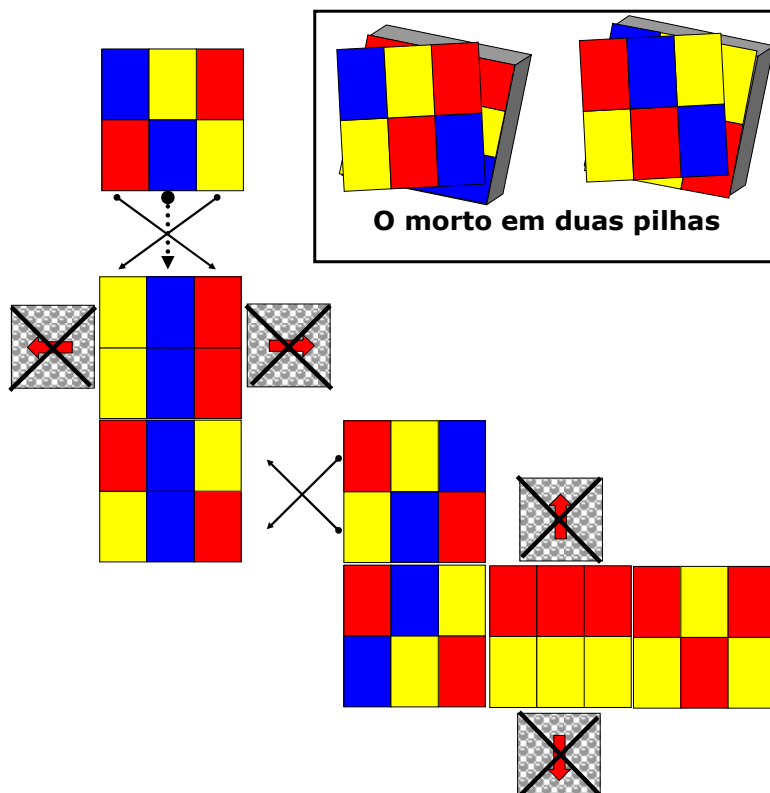
(2) O Jogo das Inversões em que a disposição das cores se faz de um dominó para o outro de forma inversa, ou seja, cruzadas;

(3) O preenchimento de tabuleiros em que tenham sido, antecipadamente, distribuídas algumas peças pelo seu desafiante.

13.5.1.- Jogo do Dominó Tradicional

No jogo do Dominó Tradicional basta apenas que se façam os casamentos exatos de duas ou de três cores das laterais.
O jogo pode ser realizado apenas com parte dos dominós, distribuindo-se inicialmente de 6 a 8 dominós para cada jogador e deixando os demais em dois maço com as faces voltadas para cima – o 'morto' – de onde deverão ser comprados até, no máximo, dois dominós sempre que o jogador não tiver um dominó para jogar, quando for a sua vez.

A idéia de termos dois montes de cartas representando o morto (dois mortos) visa facilitar a compra, quando possível, de apenas um dominó que seja conveniente àquela jogada, sem a necessidade de se correr o risco da compra desnecessária de mais um dominó.

13.5.2.- Jogo do Dominó com Cores Cruzadas

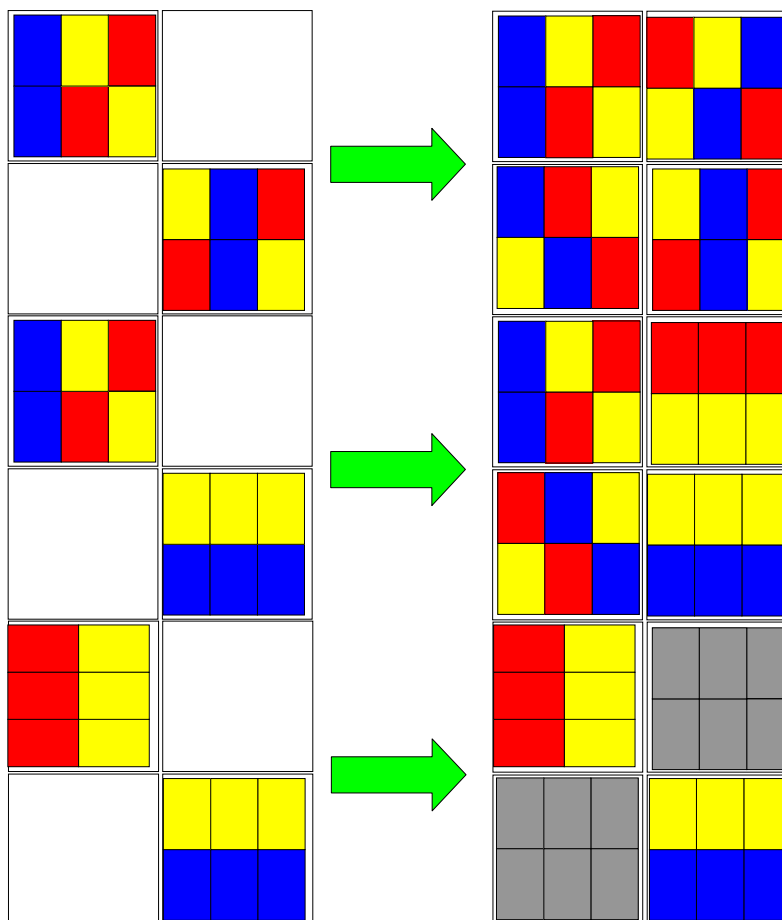
As regras anteriores podem ser mantidas no tocante à quantidade de dominós a serem distribuídos (de 6 ou 8) e no tocante a casar, de forma cruzada, 2 ou 3 cores (o que é respectivamente mostrado por um conjunto de duas ou três flechas). O que deve ser destacado é que sempre que casarmos 3 cores, a cor central será mantida estável.

Na figura, são mostradas algumas jogadas que não são possíveis. Estas 'não-jogadas' são mostradas através de quadrados em cinza com uma cruz em preto onde se podem ver flechas indicando as direções em que não podem ser utilizadas para jogadas, pois não permitem os casamentos cruzados.

13.5.3.- Desafio: Preenchendo Tabuleiros

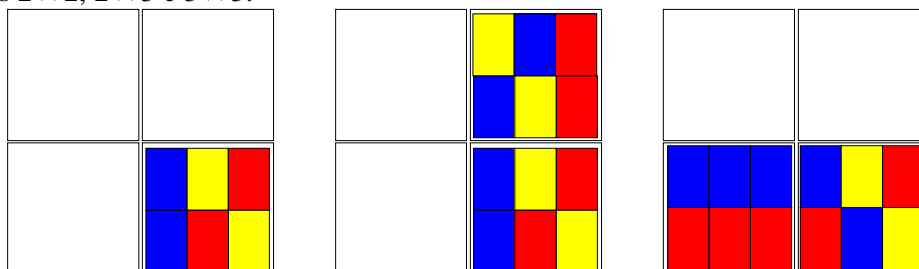
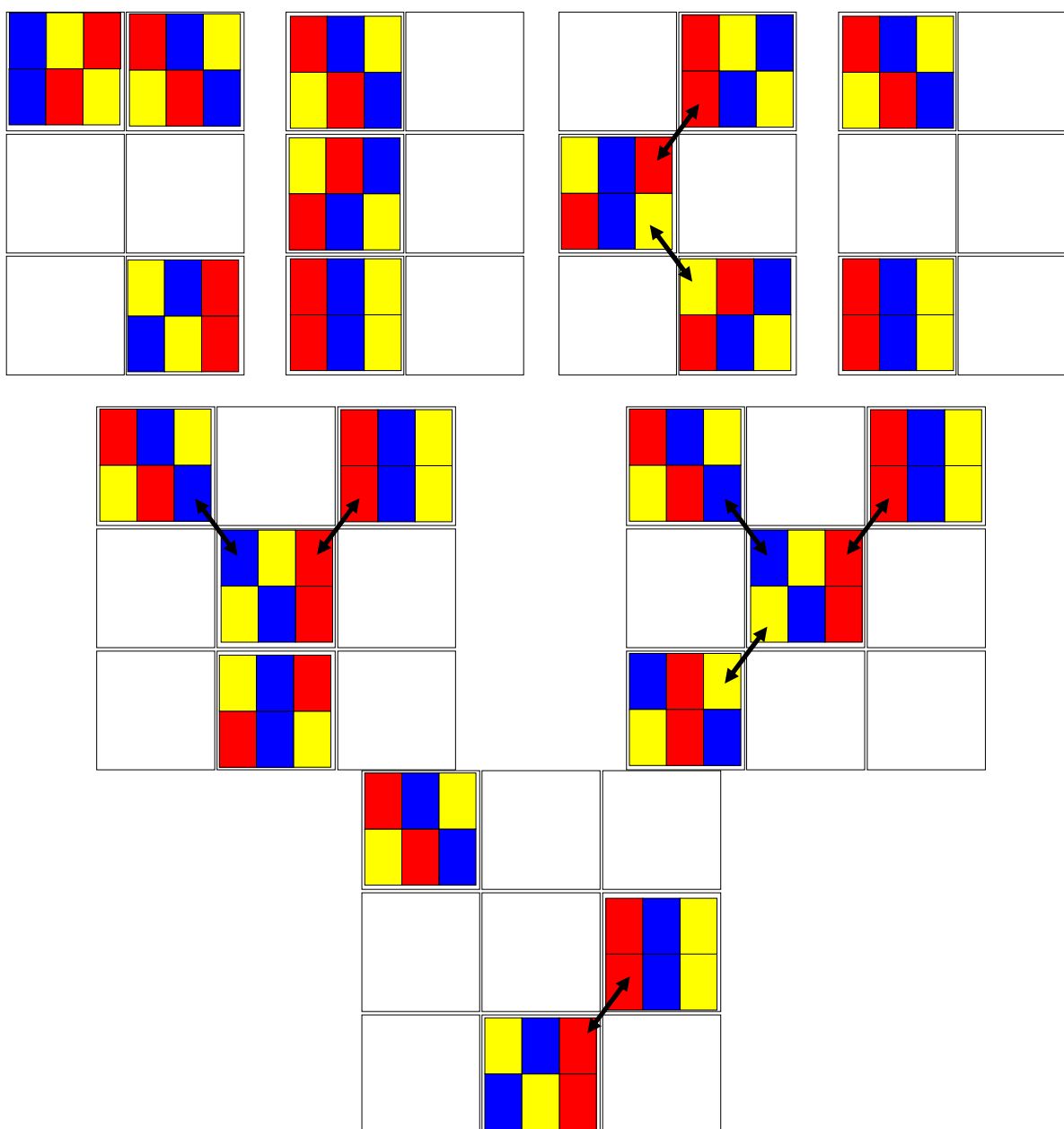
Este é um jogo para dois jogadores: um desafiante e o um oponente, que deverão trocar de posição a cada nova partida do jogo.

- Escolher um tabuleiros com 4, 6, ou 9 casas (quadrículas), dispostas respectivamente como: 2×2, 2×3 ou 3×3;
- O desafiante (o primeiro jogador) deve preencher a metade das quadrículas do tabuleiro escolhido com dominós quaisquer, ou seja, o desafiante poderá alocar respectivamente: no tabuleiros 2×2 – um ou dois dominós; no tabuleiro 2×3 de um até três dominós e no tabuleiro 3×3, de 1 até 4 dominós, e nunca cinco dominós, pois a metade exata de 9 é '4,5', de onde tiramos '4'.
- O seu oponente deve então escolher os dominós que preencham o tabuleiro utilizando dominós que satisfaçam aos casamentos das cores de todas suas laterais de forma conveniente.

13.5.3.1.- Exemplos de Preenchimentos do tabuleiro 2×2

Veja a seguir três exemplos de preenchimento do tabuleiro 2×2, onde o último dos exemplos mostra como resolver o problema da impossibilidade de preenchimento de uma das quadrículas.

Quando o desafiante propuser disposições de dominós que não possam ser preenchidas e o oponente tiver certeza de que não há nenhuma possibilidade de casamento entre os dominós, ele poderá simplesmente preencher esta casa com o dominó coringa: uma peça onde todas as cores foram trocadas pela cor cinza. Os dominós-coringa podem ser impressos juntamente com os demais dominós (vide a pasta JLOGC#13 no CD-R que acompanha este livro).

13.5.3.2.- Exemplos de Disposições Possíveis nos Diversos Tabuleiros

Veja a seguir exemplos de como dispor os dominós (na metade das quadrículas ou menos que isto) nos tabuleiros 2×2, 2×3 e 3×3.

Nos desenhos a seguir, as flechas indicam os tipos de casamentos obrigatórios entre os dominós a serem alocados nos tabuleiros.

13.5.3.3.- Sugestões Para Novos Jogos

O leitor interessado na criação de novos jogos com os *Dominós 2 × 3* poderá utilizar os tabuleiros sugeridos acima, ou tabuleiros ainda maiores – que ele conseguirá ao imprimir várias vezes o tabuleiro 3 × 3 e colar lado a lado as quadrículas para formando estes novos tabuleiros – e tentar o seguinte:

- ***Jogo Solitário:*** Embaralhar os dominós e escolher exatamente tantos dominós quantas for a quantidade de quadrículas a serem preenchidas. Tentar preenche as quadrículas com estes dominós.
- ***Jogo com dois Jogadores com jogadas Alternadas:*** Embaralhar os dominós e distribuir para cada jogador uma quantidade de dominós a ser combinada entre eles, como por exemplo: 5 ou 6 dominós para cada um, no caso do jogo com um tabuleiro 3 × 3. Eles deverão alocar suas peças, uma de cada vez, alternadamente, até que o tabuleiro seja preenchido (neste caso haverá um empate) ou até que um deles não possa alocar no tabuleiro nenhum de seus dominós quando for a sua vez.

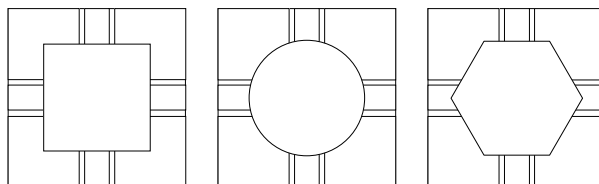
Os dois jogos acima sugeridos podem envolver a possibilidade de se poder comprar dominós ou de se utilizar pelo menos um dominó-coringa em cada partida do jogo. Estas duas possibilidades devem ser estudadas pelos jogadores.

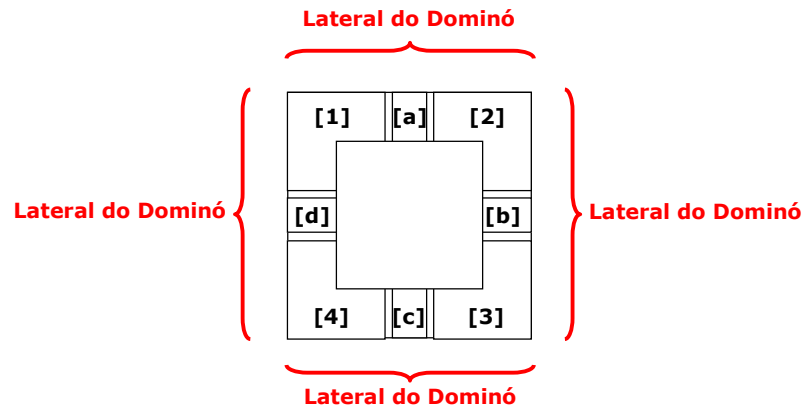
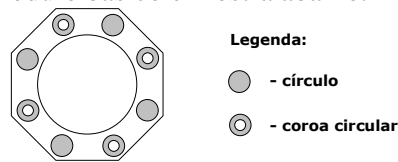
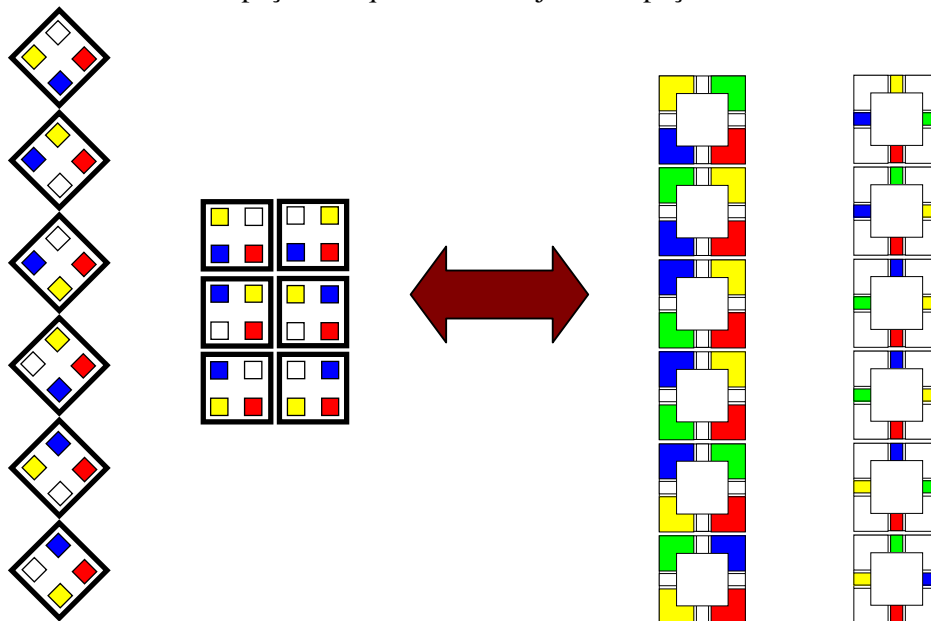
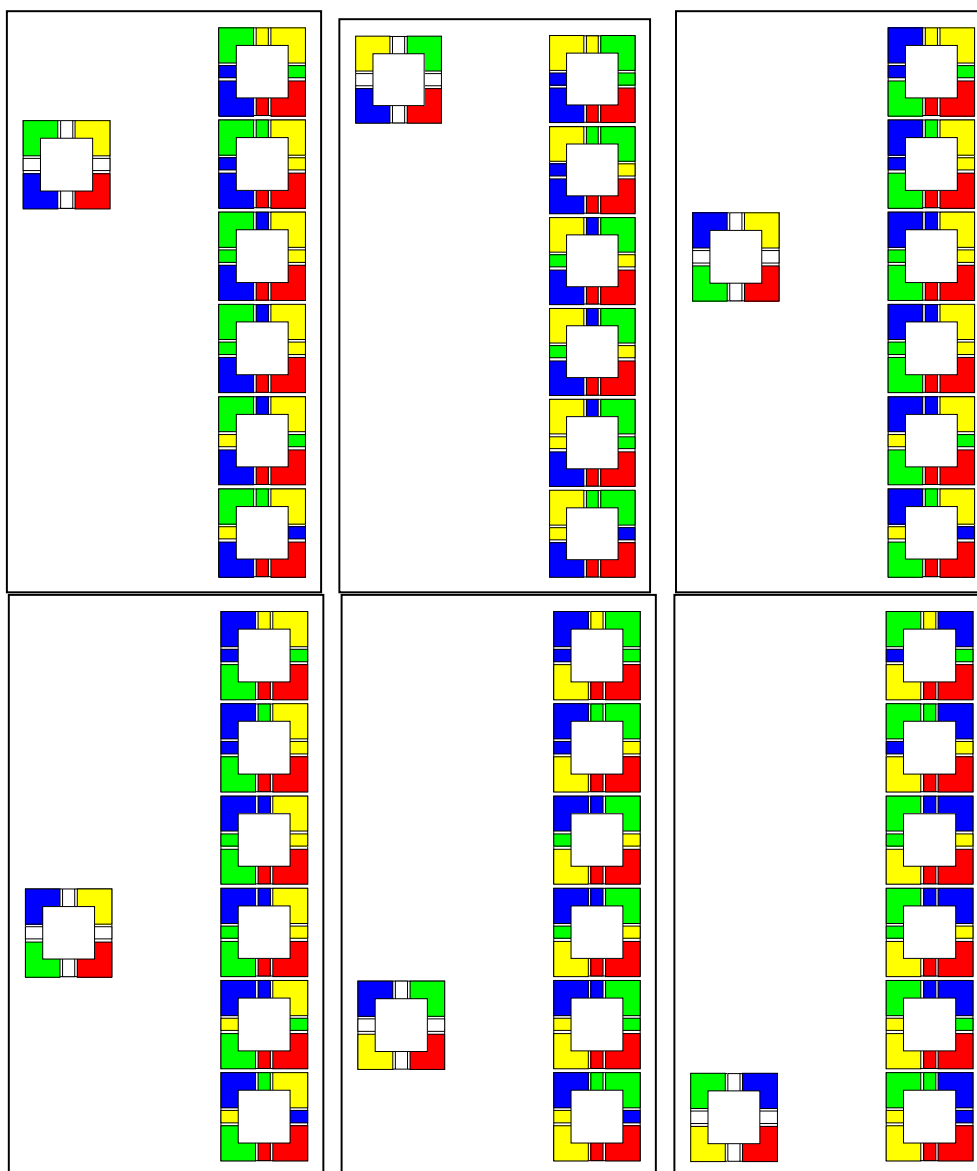
JLOGC#14 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 14

JOGO DOS DOMINÓS COMPLEXOS

Este é um cartão para Jogos de Dominó com casamentos de padrões bastante complexos. Somente para dar dois exemplos das possibilidades destes jogos, pode-se jogar o jogo em que se exigirá o exato casamento de 3 cores na mesma posição, mas também pode-se optar por casamentos em que as posições das cores se apresentem cruzadas. Quanto às figuras centrais – um quadrado, um círculo ou um hexágono – pode-se exigir, ou não, que figuras diferentes se alternem a cada jogada. Há ainda a proposta do Jogo das Diferenças, em que as diferenças dizem respeito apenas às laterais dos dominós a serem casadas (vide nomenclatura no item 14.2.) no tocante às cores ou a disposição das mesmas, com a possibilidade de se incluir aí as diferenças centrais. Os cartões distintos entre si dos denominados Dominós Complexos totalizam 128.

14.1.- As Peças Básicas do Dominó Complexo

As peças básicas do jogo de dominó que intitulamos *'Jogo dos Dominós Complexos'* irão reunir nas mesmas peças, não somente a tradicional possibilidade de casamento de padrões idênticos, mas exigirá o casamento de diferenças no que tange à figura central do dominó.
A seguir, são mostrados os três módulos básicos deste dominó, em que as figuras centrais podem ser: um quadrado, um círculo ou um hexágono, e ainda, as figuras de ligadas a cada um dos vértices são quadrados (quatro), as figuras menores, encaixadas entre os quadrados, são retângulos.

14.2.- Nomenclatura e Escolha da Distribuição das Cores

Escolhemos uma das peças básicas para mostrar a forma como iremos nos referir às suas regiões: os quadrados são numerados de 1 até 4, no sentido horário, e os pequenos retângulos são referidos como sendo: a, b, c ou d, também no sentido horário. Cada um dos lados do cartão quadrado (cartão suporte dos desenhos coloridos) será denominado '*lateral do dominó'* – logo, como este dominó tem quatro lados, terá quatro laterais – todas elas distintas entre si.

Já vimos no JLOGC#11 como deveria ser feita a distribuição das cores nos Dominós Octogonais com 4 Cores Intercaladas, cujo módulo básico é mostra abaixo.

No entanto, há um problema a ser considerado: no caso dos dominós octogonais, as peças exigiam tão somente o casamento de dois elementos idênticos não somente pela cor, mas pela forma: um círculo e uma coroa circular. Agora, no caso dos Dominós Complexos, deverá haver o casamento de três elementos, no tocante à cor, isto porque o casamento das formas se faz de forma natural.
A figura a seguir, retirada do JLOGC#11, representa esquematicamente um Produto Cartesiano a ser calcula entre cada uma das peças à esquerda e o conjunto de peças à direita.

Assim, no presente caso, o do colorimento dos Dominós Complexos, podemos adotar as cores dos dominós acima ora para as regiões 1, 2, 3 e 4, hora para as regiões a, b, c e d, calculando todas as possibilidades de obtenção de novos cartões.

14.2.1.- A Quantidade de Cartões que Podem ser Gerados

Serão 128 os cartões que poderão ser gerados se adotarmos além dos quadrados, os círculos e os hexágonos como figuras centrais. Veja que teremos: 36 cartões coloridos com quadrados no centro + 36 cartões coloridos com círculos no centro + 36 cartões coloridos com hexágonos no centro totalizando 128 cartões distintos entre si.

14.3.- Jogos com o Dominó Complexo

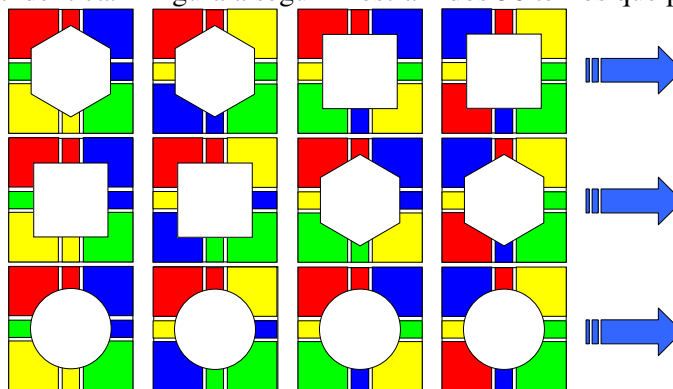
Os Dominós Complexos permitem alguns tipos de jogos bastante interessantes que exigem bastante atenção por parte dos jogadores.

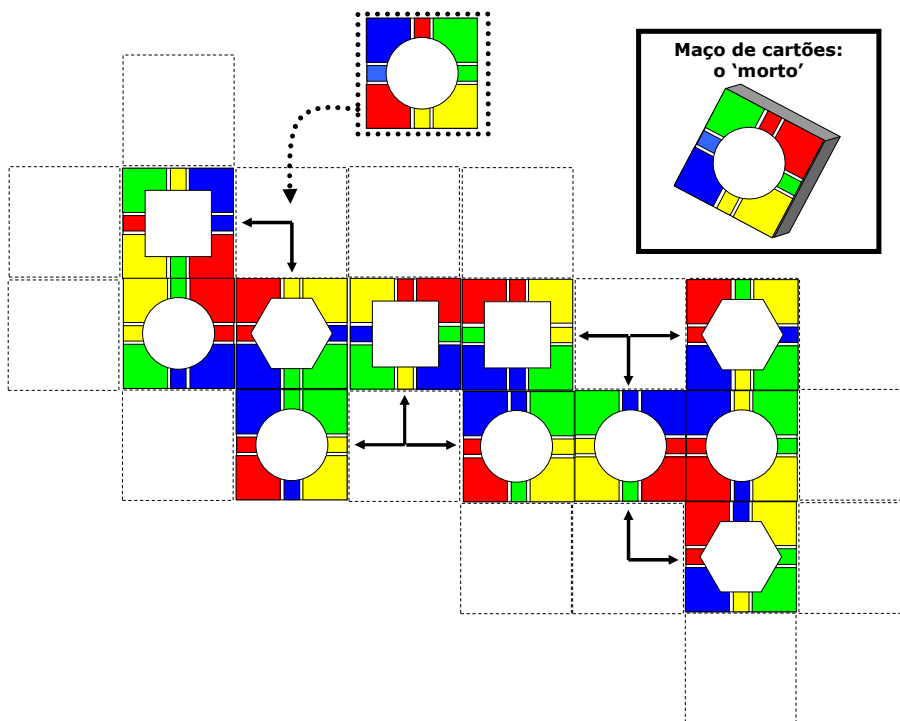
Os jogos que iremos propor a seguir são os seguintes:

1. Jogo da formação de ternos – o casamento total de padrões entre três dos cartões, onde há apenas a variação das figuras centrais;
2. Jogo de dominó comum com o casamento de padrões das três cores das laterais, sem a necessidade de casamento das figuras centrais;
3. Jogo de dominó comum com casamento de padrões das três cores das laterais com a figura central diferente da anterior;

4. Jogo de dominó em que o casamento de padrões das três cores das laterais deve se apresentar de forma cruzada – sendo que se deve combinar entre os jogadores se as figuras centrais devem ou não ser alternadas;
5. Jogo das diferenças – em que as diferenças (1, 2, 3 ou 4 diferenças) dizem respeito aos desencontros das cores laterais a serem casadas bem como a diferença entre as figuras centrais.

14.3.1.- Jogo da formação de ternos

Um terno é um conjunto de três cartões com figuras centrais distintas entre si, em que todas as cores devem casar de forma idêntica. A figura a seguir mostra 4 dos 36 ternos que podem ser formados.

14.3.2.- Jogo do Dominó comum

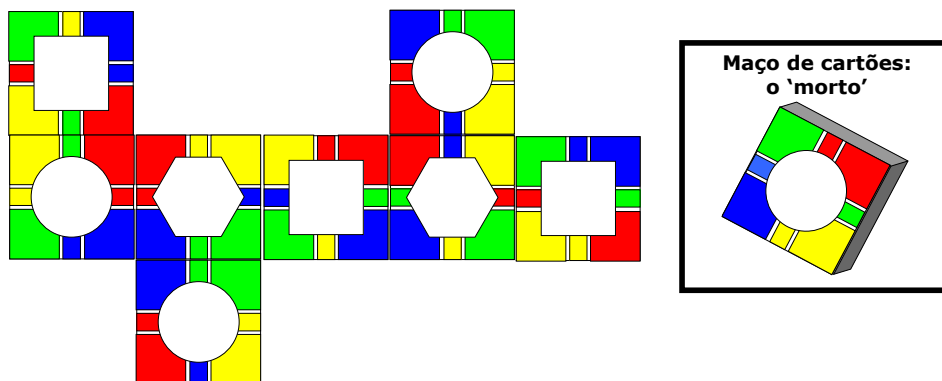
No Jogo do Dominó Comum o casamento de padrões independe das figuras centrais, como pode ser visto no exemplo a seguir. Basta apenas que se façam os casamentos exatos das três cores das laterais, sem a necessidade de casamento das figuras centrais.

O jogo pode ser realizado apenas com parte dos dominós, distribuindo-se de 6 a 8 dominós inicialmente e deixando os demais em um maço com as faces voltadas para cima – o morto – de

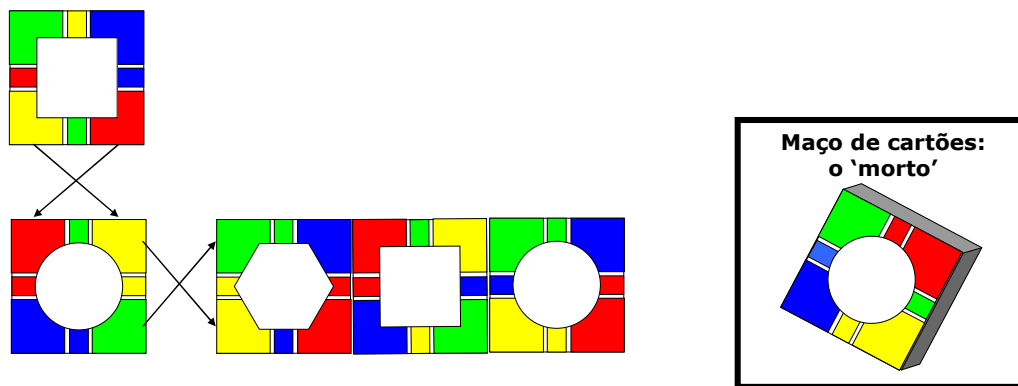
onde deverá ser comprada no máximo até dois dominós sempre que o jogador não tiver um dominó para jogar quando for a sua vez. O jogador poderá optar por comprar um dos cartões descartados que estejam sobre a mesa. Veja a seguir, nas sugestões, nas sugestões, quando serão descartados 1 ou 2 dominós.

14.3.2.1.- Sugestões

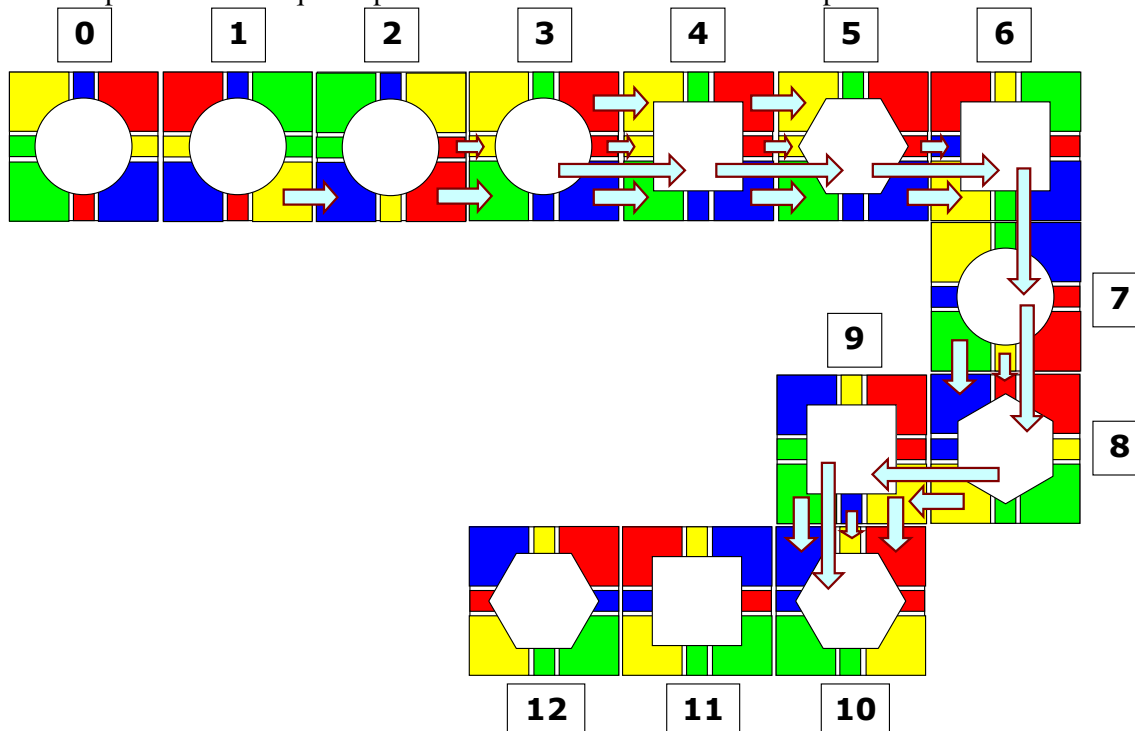
- Os casamentos das laterais idênticas entre os dominós podem ocorrer: em qualquer posição como mostradas através de alguns quadrados tracejados alocados na figura acima; no entanto há casamentos que deverão ser necessariamente duplos ou triplos, como aqueles assinalados na figura, ou até mesmo quádruplos – que é o mais difícil,. A figura ainda mostra um exemplo de casamento duplo através de um dominó deslocado e cercado por uma linha tracejada.
- No caso de um jogador conseguir um casamento duplo ou triplo, por exemplo, ele deverá descartar respectivamente 1 ou 2 cartões para premiar a sua jogada. No caso do casamento quádruplo – uma *'jogada de ouro'* – o jogador ganha a partida.
- Os cartões descartados, e não somente aqueles pertencentes ao 'morto', poderão ser comprados quando o jogador da vez não tiver um cartão apropriado para ser jogado.

14.3.3.- Jogo do Dominó Comum com a Figura central Diferente

Este é um jogo de dominó comum em que se deve observar o seguinte: deve haver o casamento exato de padrões envolvendo as três cores das laterais, mas a figura central do dominó deve ser diferente a cada jogada. E mais, as regras do jogo anterior (item 14.3.2.) podem ser reaproveitadas aqui.

14.3.4.- Jogo do Dominó Cruzado

O Jogo de Dominó Cruzado deve se basear nas regras anteriores alterando-se apenas o seguinte: o casamento de padrões das três cores das laterais deve se apresentar de forma cruzada – apenas a cor da figura localizada no centro da lateral do dominó (o pequeno retângulo) precisa ser casada –, sendo que se deve combinar entre os jogadores se as figuras centrais devem ou não ser alternadas.

Aqui os jogadores podem ainda combinar o seguinte: a cor da figura localizada no centro da lateral do dominó não precisará ser casada, mas isto tornará o jogo bastante sem graça.

14.3.5.- Jogo das Diferenças

O Dominó Complexo permite que joguemos o Dominó de 1, 2, 3 ou até 4 diferenças. As diferenças de um dominó para outro dirá respeito ao não-casamento das cores da lateral do dominó e do não-casamento das figuras centrais. Nos exemplos a seguir, vários tipos de diferenças são mostradas para ilustrar as quatro possibilidades de não-casamentos de padrões entre os dominós.

Preste atenção à figura acima – em que as flechas indicam a quantidade das diferenças de um dominó para outro – e confira cada uma das jogadas:

- *de 0 para 1:* **NÃO HÁ DIFERENÇAS –** as laterais têm casadas as mesmas cores e a figura central do dominó '0' é idênticas à do dominó '1';
- *de 1 para 2:* **1 diferença** – a figura central é a mesma (círculo), duas das regiões laterais que se justapõem têm cores idênticas (verde), e apenas uma das cores laterais não casa (amarelo e azul);

- ***de 2 para 3:*** **2 diferenças** – a figura central é a mesma (círculo), apenas uma das regiões laterais que se justapõem têm cor idêntica (amarelo), e duas das cores laterais não casam (vermelho com o amarelo e vermelho com o verde);
- ***de 3 para 4***: **4 diferenças** – confira!;
- ***de 4 para 5***: **4 diferenças;**
- ***de 5 para 6***: **3 diferenças;**
- ***de 6 para 7:*** **1 diferença;**

...

- ***de 10 para 11: 2 diferenças*** – confira!;
- ***de 11 para 12: 2 diferenças.***

14.3.5.1.- Sugestões

Acreditamos que, após ter estudado a figura acima, você esteja pronto para jogar o jogo de 1, 2, 3 ou 4 diferenças, mas aproveitamos a oportunidade para chamar a atenção do leitor para o motivo do nome dado a estes dominós – *Dominós Complexos* – o que deve estar plenamente justificado, na medida em que existe uma certa dificuldade para se estabelecer as diferenças de um dominó para outro, fato este, que no caso dos dominós anteriores era bem mais fácil.

- Combine com seus parceiros (dois ou mais jogadores) a quantidade de diferenças a serem respeitadas naquela partida, distribua uma quantidade de dominós (5 ou 6) para cada um, monte dois maços de 'morto' com as figuras voltadas para cima, e comecem a jogar o Dominó das Diferenças;
- Proponha uma outra forma de jogar em que, por exemplo, que não há a necessidade de não-casamento das figuras centrais;
- Vá até o JLOGC#13 (jogo anterior a estes, item *'13.5.3.- Preenchendo Tabuleiros'*) e veja as regras para o preenchimento de tabuleiros, adaptando-as para os Dominós Complexos.

JLOGC#15 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICOS Nº 15

ESTUDANDO O JOGO DA VELHA E JOGOS SEMELHANTES

O Jogo da Velha é um jogo tradicionalmente jogado por duas pessoas utilizando uma simples folha de papel e cada uma delas portando um lápis ou uma caneta. Aqui iremos tomar contacto com este jogo e estudá-lo em detalhes, bem como iremos dar exemplo de outros jogos bastante semelhantes a ele, cujas estratégias precisam ser estudadas pelos leitores.

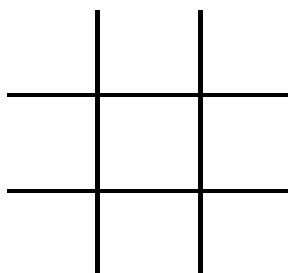
15.1.- Revisitando um Antigo Jogo

Este jogo que é conhecido no Brasil *"Jogo da Velha",* nos Estados Unidos é denominado *"Tic-Tac-Toe"* e na Inglaterra *"Nought and Croces"* (*"Zeros e Cruzes").*

O *Jogo da Velha* é um jogo para duas pessoas, onde cada jogador deve se munir de um lápis ou uma caneta e dispor de algumas folhas de papel em branco. O tabuleiro do jogo é desenhado a cada partida na folha de papel e os jogadores escolhem para si um dos símbolos **O** ou **X**, e usam o lápis ou a caneta para irem desenhando os seus respectivos símbolos sobre as celas ou casas do tabuleiro.

A primeira pergunta a ser respondida é: *você sabe jogar o Jogo da Velha*? Se a resposta for sim, salte o próximo item, senão leia-o com atenção e aprenda a jogar. Treine bastante com um outro parceiro utilizando rigorosamente as regras do jogo.

15.1.1.- Jogando o Jogo da Velha (Tic-Tac-Toe ou Nought and Croces)

Apresenta-se a seguir o tradicional tabuleiro do Jogo da Velha. Este tabuleiro ou malha tem nove celas ou casas. Você pode desenhá-lo facilmente em uma folha de papel. Convide uma outra pessoa para jogar com você até aprender bem as regras.

1. Jogam dois jogadores que devem escolher para si um símbolo com o qual irá jogar: **O** ou **X**;
2. Tire "par ou ímpar" para saber quem vai começar o jogo;
3. O primeiro jogador deve desenhar o seu símbolo em uma das celas do tabuleiro;
4. O segundo jogador deve desenhar o seu símbolo em qualquer das outras celas que ainda estejam vazias;
5. Vencerá o jogo o jogador que primeiro conseguir colocar três de seus símbolos "em linha" sobre o tabuleiro.

6. Assim, a meta do jogo é a de formar uma linha reta, tanto na vertical, como na horizontal ou na diagonal;
7. Cabe a cada um dos jogadores evitar a todo custo que o seu oponente consiga colocar os seus símbolos em linha.

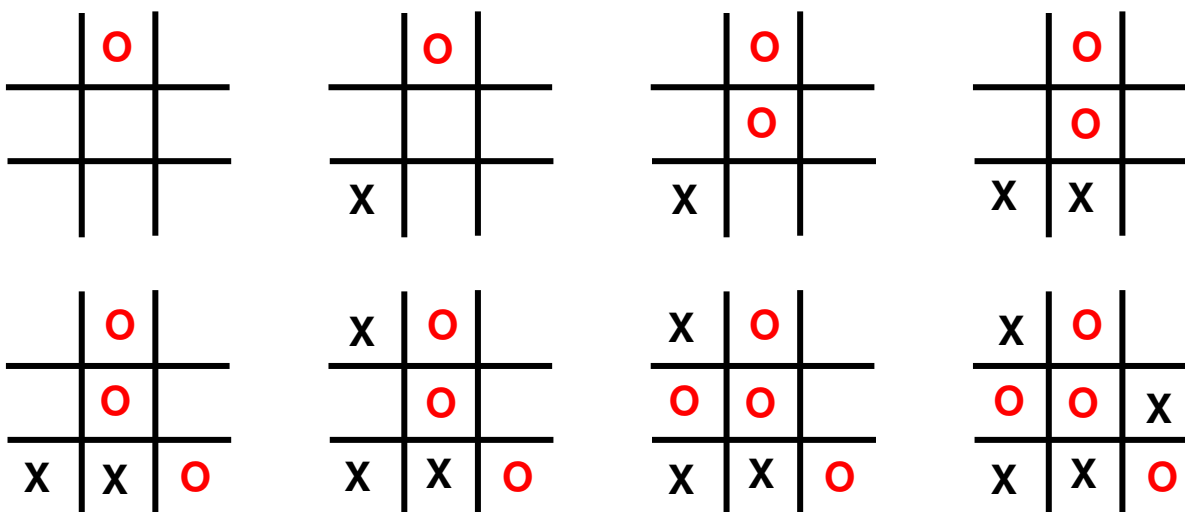
15.1.2.- Exemplos de Jogadas

Veja, a seguir, duas possíveis partidas do Jogo da Velha, mostrando sequencialmente as jogadas da esquerda para a direita, primeiro na linha superior e em seguida nas linhas inferiores.

A primeira partida termina em empate, a segunda termina com a vitória de um dos jogadores.

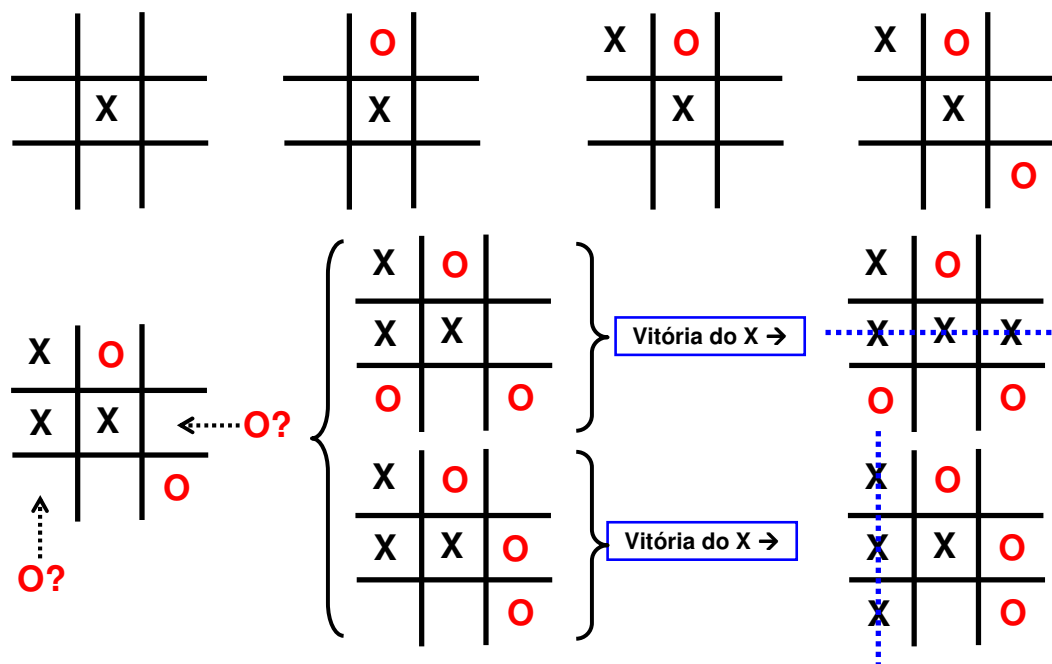
15.1.2.1.- Um Empate no Jogo da Velha

Quando os jogadores aprendem a jogar bem o Jogo da Velha a maioria das partidas terminará em empate, o que tradicionalmente é mencionado pelos jogadores como sendo um caso de: "Deu velha" ou "A velha venceu!".

Com isto o jogo perde grande parte de seu apelo, tornando-se desinteressante. Mas vejamos no exemplo a seguir, o caso de empate.

O jogo pôde ser interrompido após o 8º lance mostrado acima, ou seja, houve um empate ('Deu velha' ou "A velha venceu!"), o **O** não precisa ser assinalado no tabuleiro, pois nenhuma outra jogada poderá levar qualquer dos contendores à vitória. Todas as possibilidades de vitória do **O** foram barradas uma a uma pelo **X**, e isto ocorreu nos seguintes lances: 4º, 6º e 8º. Confira.

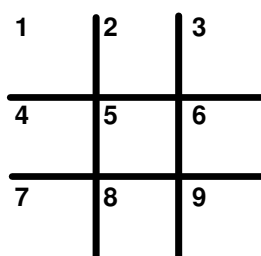
15.1.2.2.- Uma Vitória no Jogo da Velha

A vitória no Jogo da velha, como se verá mais adiante depende da escolha da estratégia acertada.

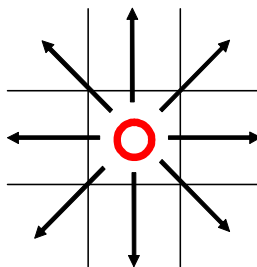
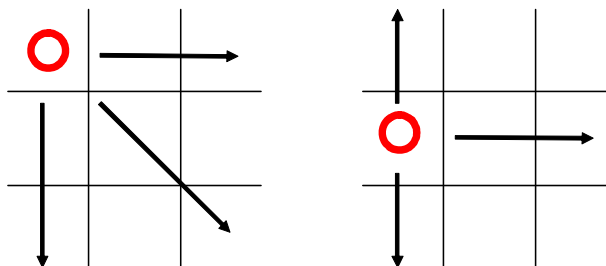
Mas vamos a um exemplo, onde o **X** vence o **O**, pois o **O** não consegue se defender ao mesmo tempo, de duas possibilidades que se abrem para o **X**.

Veja que, a cada uma das alocações do símbolo **X** restaram, ao jogador que detém o símbolo **O**, jogar sempre na defensiva.

Assim é que, enquanto o primeiro jogador (**X**) joga para maximizar as suas chances de vitória, o segundo jogador (**O**) joga para minimizar as chances de vitória do seu oponente. Veremos que esta é uma estratégia denominada 'MiniMax'.

15.2.- Estudando Estratégias Favoráveis

Primeiramente você deve jogar várias vezes o Jogo da Velha até dominar bem as regras e tentar 'sentir' o que queremos dizer com a estratégia 'MiniMax'. Para facilitar o nosso raciocínio, vamos numerar as posições do tabuleiro de 1 a 9 como a seguir:

15.2.1.Explorando o Jogo da Velha como um Jogo para o Pensamento:

Vamos tentar encontrar uma estratégia que nos leve à vitória. Com esta finalidade, a de garantir a vitória, devemos verificar qual das posições no tabuleiro, numeradas de 1 até 9, criam a maior possibilidade de colocar três dos nossos símbolos 'em linha'.

1. Vamos escolher, como sendo nosso, o símbolo '**O**' e vamos estudar a melhor posição para o alocarmos se o direito à primeira jogada for nossa.
2. Veja que há somente uma posição é central (cela 5), as demais estão circundando a posição central.

3. Veja também que das oito posições restantes, quatro delas (1, 3, 7 e 9) estão nos cantos do tabuleiro, e quatro delas nas linhas (4 e 6) ou nas colunas (2 e 8) que cruzam a posição central.

4. A cela que cria a maior possibilidade de jogadas ou o melhor aproveitamento é a central (5).
5. Resumindo, a quantidade de possibilidades de jogo são as seguintes: a posição central cria 4 possibilidades, as posições extremas criam 3 possibilidades, as posições restantes criam 2 possibilidades.

15.3.- A Teoria dos Jogos - Uma Pequena Introdução

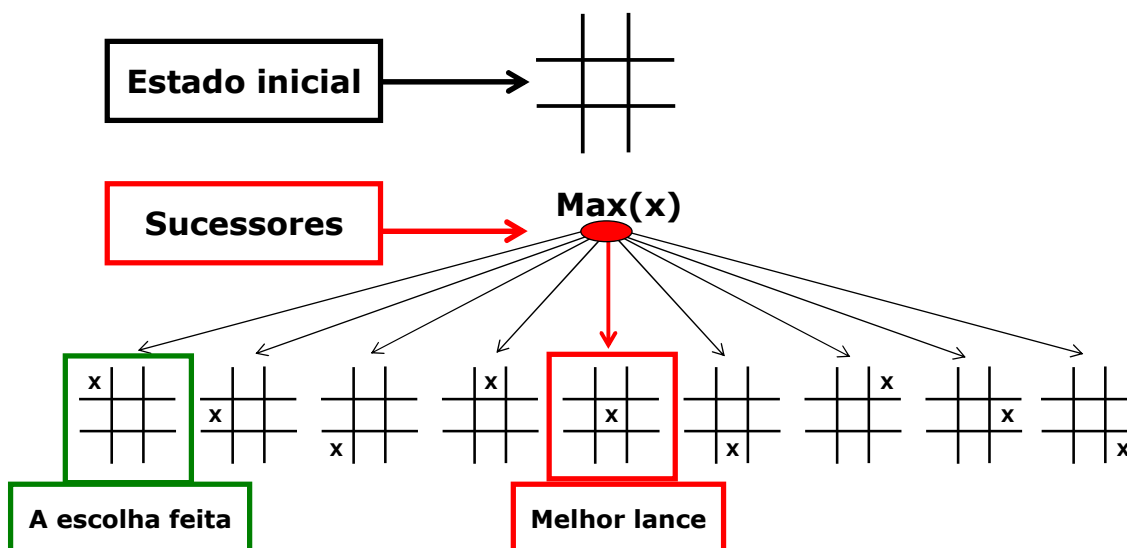
O Jogo da Velha é um ambiente competitivo em que as metas dos jogadores estarão em permanente conflito. Nestes ambientes a *busca pela vitória* é uma *busca competitiva*. Ainda mais, o Jogo da Velha é um jogo de *revezamento entre dois jogadores*, um *jogo determinístico*, além de ser um *jogo com informações perfeitas* e de *soma zero*. Vamos explicar isto:

- *Revezamento entre dois jogadores*: os jogadores jogam alternadamente cada um deles objetivando vencer o seu oponente;
- *Determinístico*: exclui o acaso e a indeterminação;
- *Informações perfeitas:* as jogadas são completamente observáveis por qualquer um dos dois jogadores.
- *Soma zero:* são jogos em que um jogador só pode ganhar se o outro perder, a contagem dos pontos obtidos pelos jogadores, pode ser realizada de duas maneiras:
    - Quando há um empate a pontuação obtida por eles é 0.
    - Quando há um vitorioso é claro que haverá um perdedor, neste caso podemos contar a pontuação da seguinte maneira: o jogador que ganha sempre marca um ponto: +1; ou então o jogador que perde cede um ponto: -1.
    - *Mas cabe ponderar o seguinte:* num espaço em que a quantidade de pontos de cada um no início do jogo é fixada, como por exemplo 'cada jogador tem 10 pontos para jogar' – um conjunto (ou domínio) limitado a 20 pontos, quando somamos os pontos dos dois jogadores.

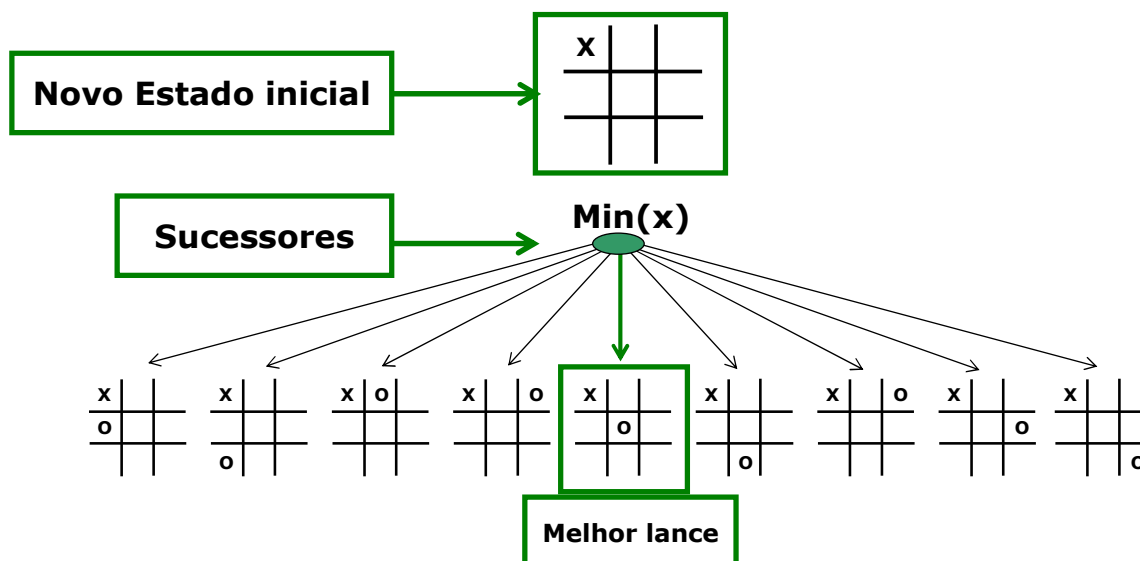
Assim, quando um jogador ganha (+1) o outro jogador perde (−1), ou seja cede um de seus pontos para o outro. Neste caso, poderíamos estabelecer que, venceria a partida quem reunisse para si todos os 20 pontos.

15.3.1. – O Primeiro Movimento – A Escolha MAX(X)

O estado inicial e os sucessores correspondentes ao primeiro movimento de um Jogo da velha são mostrados no diagrama a seguir.

- O *estado inicial* identifica a(s) posição (ou posições) no tabuleiro e indica o jogador que fará o movimento;
- A *indicação do movimento* é feita através da *função de maximização*: cujo símbolo é Max( ), sendo que Max(X) indicará que o jogador que utiliza o sinal 'X' deve ser o primeiro a jogar e deve tentar maximizar a sua jogada, ou seja, buscar a melhor jogada, que no nosso caso, será a busca da melhor posição no tabuleiro;
- *Sucessores:* apresenta uma lista *movimentos possíveis ou estados finais* que podem ser obtidos por este primeiro jogador (X).

15.3.2. – O Segundo Movimento – A Escolha MIN(X)

Vamos supor que: jogador (**X**) que fará o primeiro lance, *desconhecendo as estratégias a serem adotadas no Jogo da Velha,* optou pela jogada mostrada no diagrama anterior que está dentro de um quadrado com bordas verde, desprezando a melhor jogada possível, que figura no quadro cujas bordas estão em vermelho.

A partir disto – a escolha da jogada que figura no quadrado verde –, o segundo Jogador (**O**) deve tentar minimizar o efeito da jogada realizada pelo primeiro jogador (**X**), ou seja, ele deve tentar tornar mínimo o seu prejuízo. Se o jogador (**O**) conhece bem o Jogo da Velha, ele deveria optar por colocar o seu símbolo na posição central do tabuleiro. No entanto, há outras oito posições possíveis, além daquela que seria a melhor escolha de (**O**), e todas elas são mostradas no diagrama a seguir.

15.3.3. – Os demais Movimentos - Jogadas MIN-MAX

O jogo continua alternando o Max(X) e o Min(O), até o término do jogo. E seria bom lembra novamente, que: Max(X) significa que se deve colocar um "X" em uma das posições (ainda) livres do tabuleiro, enquanto o Min(O) significa que se deve colocar um "O" em uma das posições ainda livres no tabuleiro, depois da jogada de um "X". Em resumo, jogar este jogo significa que: o primeiro jogador deve maximizar as suas possibilidades de vencer, enquanto o segundo jogador deve minimizar as chances do outro jogador vencer.

15.4. – Os Jogos de Azar – E bota azar nisto!

Assim como há jogos em que os contendores estão em pé de igualdade quanto à quantidade e proporcionalidade de pontos que recebem quando vencem ou quando perdem, há jogos em que há uma desproporção, desproporção esta que normalmente existe contra o 'apostador', mas que sempre beneficiará àquele que banca as apostas do jogo. Em certos jogos de azar, a banca é um fundo de apostas manipulado por aquele que se responsabiliza pelo jogo, é um fundo destinado a pagar os jogadores vitoriosos. Normalmente, o banqueiro é aquele que aufere os maiores lucros (vide por exemplo as loterias mantidas pelo Governo Federal).

15.4.1.- Um Jogo de Azar até Bastante Amigável

Vamos a seguir dar um bom exemplo de jogo de azar em que o jogador aposta pensando em levar vantagem, mas quem tem a maior chance de se dar bem, como sempre é o banqueiro do jogo.

Vejamos: quando lançamos dois dados não viciados, as somas dos valores obtidos nas faces superiores dos dois dados são valores que pertencem ao conjunto:

{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}.

No entanto nada sabemos ainda sobre a *frequência* com que estes valores podem vir a ocorrer, ou seja, quais deles têm maiores possibilidades de ocorrer que os demais. Vamos examinar isto com bastante calma através do seguinte estudo muito ilustrativo.

15.4.2.- Desmascarando a "Esperteza Lúdica" do Banqueiro

Vamos supor que alguém (o banqueiro) me proponha lançar dois dados, somar os valores das faces superiores, e ganhar ou perder, dentro das seguintes condições:

- Nós começamos o jogo cada um com 10 fichas (que no nosso caso podem ser palitos de fósforo, feijões, tampinhas de refrigerante ou cartões coloridos);

- Ele me dará uma de suas fichas – o que corresponde a somar uma ficha ao meu conjunto de fichas: +1 –, sempre que ocorrerem uma das seguintes somas: **2, 3, 4, 10, 11 ou 12;**
- Por outro lado, eu lhe darei uma de minhas fichas sempre que a soma obtida no lançamento dos dois dados for **5, 6, 7, 8 ou 9,** ou seja eu entrego a ele uma ficha – o que corresponderá a subtrair uma ficha do meu conjunto de fichas: −1.

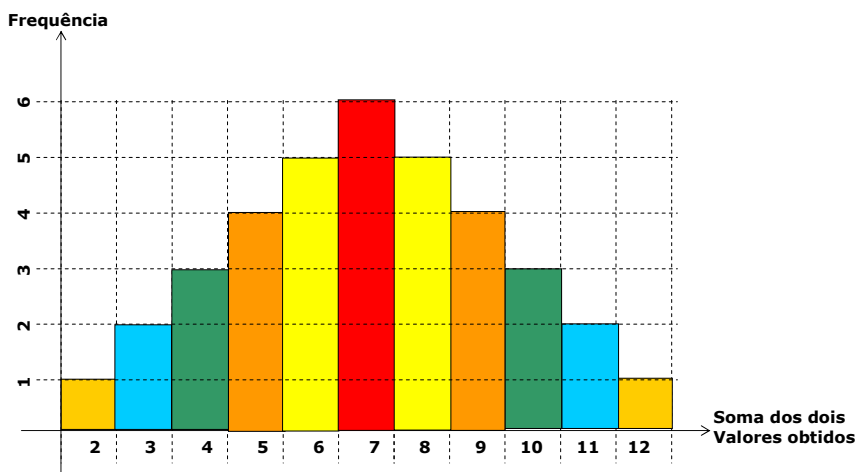
De acordo com estas regras, eu tenho "aparentemente" (mas só "aparentemente") mais chances de vencer. Enquanto o meu "generoso" oponente (o banqueiro), terá apenas 5 chances(!) eu terei 6 chances.

No entanto, o que eu não sei. é que o meu oponente tem a seu favor, num universo de 36 possibilidades, 24 chances de ganhar as fichas, enquanto eu terei apenas 12 chances de ganhar as suas fichas. Ou seja, estou participando de um jogo em que há 2 possibilidades de perder contra apenas 1 de ganhar.

– Mas o que é isto????, pergunto eu.

Isto que dizer que, no longo prazo, eu acabarei perdendo todas as minhas fichas, tenha eu no início do jogo quantas fichas tiver. Este é um *jogo de azar*, e bota azar nisto.

15.4.1.1.- Justificando a "Esperteza Lúdica" do Banqueiro

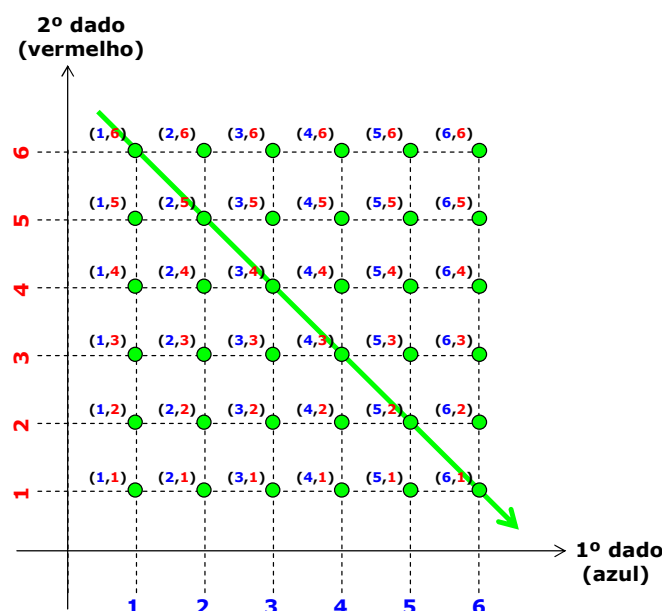
Vamos estudar o seguinte histograma onde o eixo da *Frequência* registra a quantidade de vezes que pode ocorrer cada uma das somas do conjunto **{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}**.

Veja, por exemplo, que a 'soma 2' ou a 'soma 12' só podem ocorrer uma vez, enquanto a 'soma 3', tanto quanto a 'soma 11', por exemplo, podem ocorrer somente duas vezes; por outro lado, a soma 7' pode ocorrer de 6 modos diferentes.

Agora verifique no histograma quantas são, as possibilidades de se obter 2, 3, 4, 10, 11, ou 12, e some os resultados. Em seguida, verifique quantas são as possibilidades de obtenção das somas: 5, 6, 7, 8, ou 9, e some-as também. Compare os resultados destas somas.

– Comparou?

– São 12 contra 24 possibilidades, respectivamente, minhas e do "generoso" banqueiro! Esperto ele, não?

No entanto, há máquinas eletrônicas de jogos ou, mesmo as loterias bancadas pelo governo, em que a desproporção entre as perdas e ganhos é infinitamente maior. Moral da história: quem sempre ganha a maior bolada é o banqueiro ... e os apostadores que ganham o prêmio máximo são pouquíssimos – um, talvez dois ou três –, contra a perda de pequenas quantias de muitos, que somadas resultam num grande montante. Estas pequenas perdas, quando se vicia a jogar sem controle, ao longo da vida de um apostador, no caso um viciado em apostas em jogos de azar, pode levá-lo à miséria.

Para melhor compreender com que *frequência* ocorrem os diversos valores das somas no lançamento de dois dados, examine o seguinte diagrama cartesiano onde, para facilitar a nossa compreensão simulamos todas as possibilidades de obtenção dos valores de 2 até 12, utilizando dois dados, um na cor azul e outro na cor vermelha..

Veja que, de acordo com o diagrama acima, o par ordenado (5,3) é distinto do par (3,5), pois os valores foram obtidos ora numa combinação ‘5 azul’ e ‘3 vermelho’, e depois como ‘3 azul’ e ‘5 vermelho’, que para efeito deste jogo são obtenções distintas entre si. Veja também que a seta desenhada em verde mostra todas as maneiras de se obter a soma 7, ou seja, 6 vezes. Mas por outro lado, só há uma forma de se obter a soma 2 ou a soma 12.

Agora compare os dois diagramas acima apresentados e veja que tanto em um, como em outro, as minhas chances de vencer o meu oponente é de 1 para 2. Este não é um jogo de soma zero, pois a ‘sorte’ penderá sempre para ele.

15.4.- Analisando outros Tabuleiros para o Jogo da Velha

A seguir vamos sugerir outros tabuleiros para o Jogo da Velha. O tabuleiro tradicional possui 9 celas. Dos tabuleiros sugeridos a seguir: os três primeiros – o pentagrama, o tetraktis e o trigrama, possuem respectivamente todos eles, 10 celas; a malha 3×4 possui 12 celas; o hexagrama possui 13 celas; a malha 4×4 possui 16 celas.

Os três primeiros tabuleiros, apesar de possuírem a mesma quantidade de celas, dez, são completamente diferentes entre si. As estratégias de jogo devem ser repensadas para cada um deles, e são evidentemente distintas entre si e mesmo daquela adotadas ao jogarmos o Jogo da Velha no tabuleiro tradicional (com 9 celas).

O texto explicativo, apresentado a seguir, sobre o primeiro dos tabuleiros, aquele que é denominado Pentagrama, trás uma série de objetivos do jogo a serem atingidos, mas que deveriam ser testados

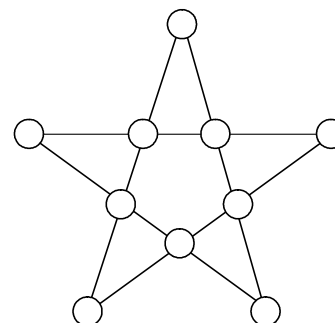
pelo leitor e um parceiro. Com base naquelas idéias, e depois de ter jogado o número suficiente de vezes, é que devem ser examinados os demais tipos de tabuleiros.

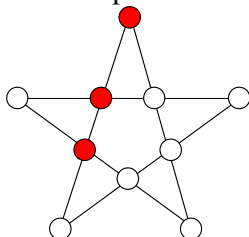
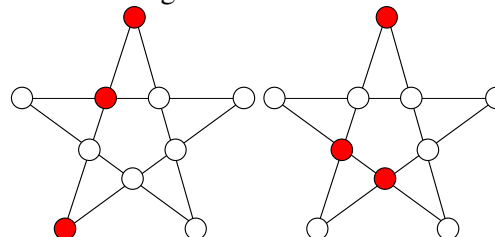
Cabe ao leitor jogar e estudar as possibilidades estratégicas para cada um dos tabuleiros sugeridos a seguir, e isto de acordo com o que foi aprendido jogando com ao tabuleiro cujo desenho é o Pentagrama ou a Estrela de 5 Pontas. O autor deste livro agradeceria as sugestões, bem como as sugestões de estratégias, sobre as quais eu gostaria de discutir, e gostaria muito de aprender.

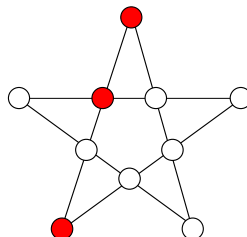
Na verdade o autor não jogou o Jogo da Velha na absoluta maioria dos tabuleiros apresentados a seguir. No entanto, acredita que alguns deles não passariam num teste de qualidade, por não proporcionarem jogos que exigirão estratégias notáveis, e mesmo, haverá alguns deles que não seriam, de forma alguma, aproveitáveis.

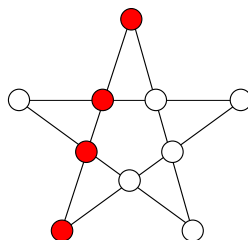
15.4.1.- Pentagrama ou Estrela de 5 Pontas = 10 celas

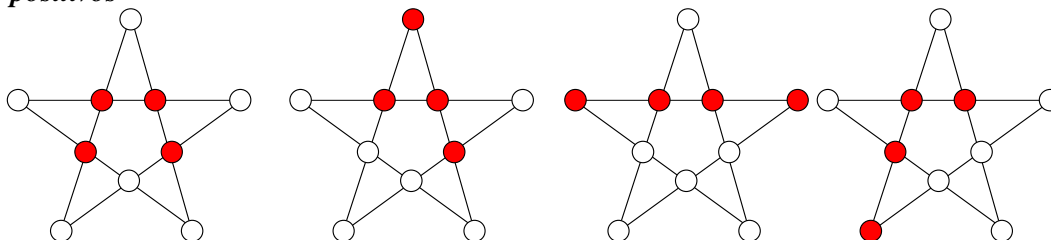
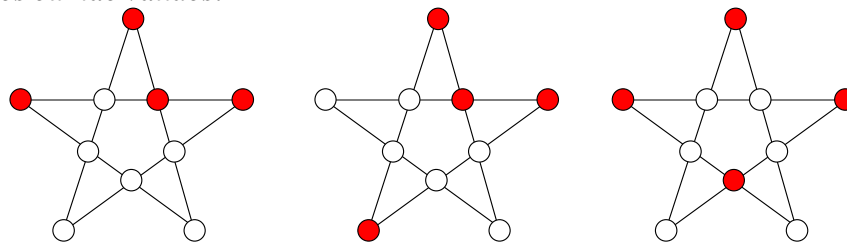
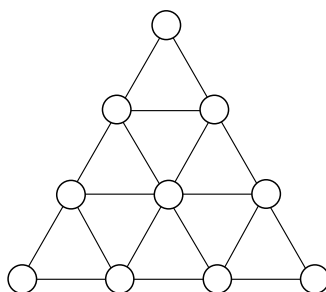
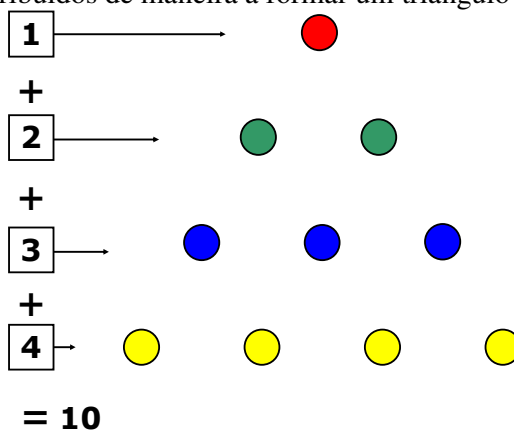
Neste tabuleiro poderemos adotar vários tipos de objetivos a partir dos quais se deve procurar estabelecer as estratégias favoráveis ou convenientes. Veja a seguir os exemplos dos casos (a), (b), (c) e (d).

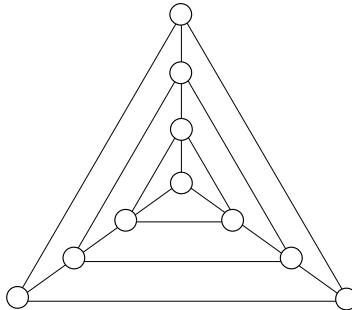
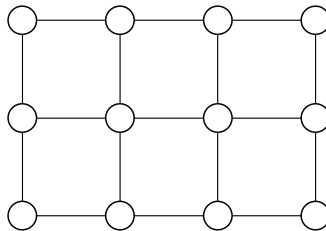
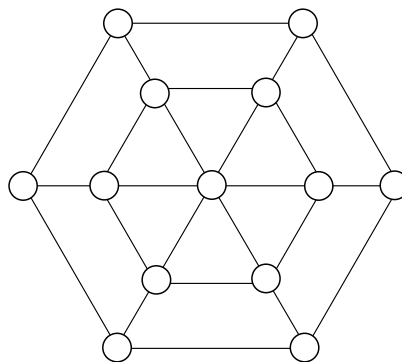
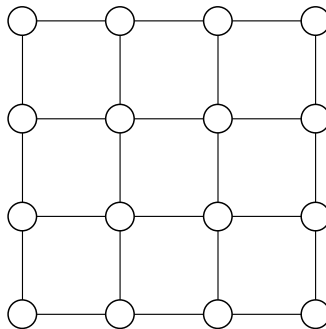
(a) *Jogo dos 3 em linha reta em sequência*,
(b) *Jogo dos 3 em linha reta não seqüenciados;*
(c) *Jogo dos 4 em linha reta;*
(d) *Jogo dos 4 em sequência* (que inclui a possibilidade do 4 em linha).

→ **Caso (a):** *Jogo dos 3 em linha reta em sequência*

Caso positivo:

Casos negativos ou não válidos:

→ **Caso (b):** *Jogo dos 3 em linha reta não seqüenciados*

Caso positivo:

→ **Caso (c):** *Jogo dos 4 em linha reta*

Caso positivo:

→ **Caso (d):** *Jogo dos 4 em sequência* é o caso mais complexo e exige muita atenção por parte dos jogadores, neste caso estará incluído também a possibilidade dos 4 em linha reta.

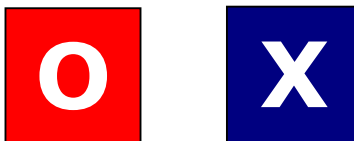
Casos positivos

Casos negativos ou não válidos:

15.4.2.- Tetraktis = 10 posições

Para Pitágoras e seus seguidores – os pitagóricos –, o número 10 era um número sagrado. A forma de obtenção deste número se daria através da soma dos 4 primeiro números naturais, a saber: **1 + 2 + 3 + 4 = 10.** A representação gráfica do Tetraktis se daria através da figura mostrada abaixo, um conjunto de 10 'pontos' distribuídos de maneira a formar um triângulo equilátero.

O tabuleiro apresentado no início deste item foi obtido ligando-se os pontos do Tetraktis, dois a dois.

15.4.3.- Trigrama = 10 posições

23.4.4.- Malha Retangular 3 X 4 = 12 posições

23.4.5.- Hexagrama 13 = 13 posições

23.4.6.- Malha quadrada 4 X 4 = 16 posições

JLOGC#16 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 16

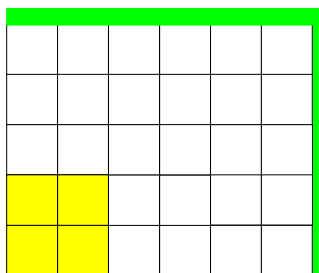
UM NOVO TIPO DE JOGO DA VELHA

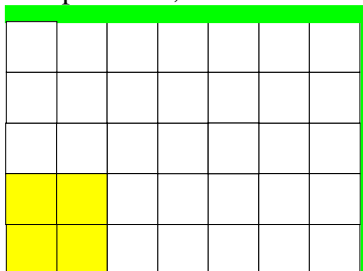
Este é um novo tipo de Jogo da Velha, os tabuleiros e os objetivos do jogo são distintos dos jogos apresentados no JLOGC#15. Os símbolos 'O' e 'X' continuam a ser utilizados, mas a meta do jogo é estabelecer uma espécie de caminho que tem início na borda superior ou lateral direita objetivando forçar o oponente a invadir uma área proibida do tabuleiro – pintada de amarelo. O jogador que for obrigado a invadir esta área, na sua vez de jogar, perderá o jogo. Uma forma ótima para este jogo se dá quando cada jogador deva alocar 4 de seus símbolos no tabuleiro a cada jogada.

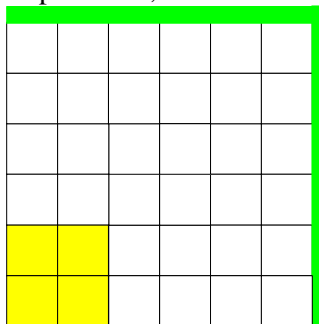
16.1.- O Novo Jogo da Velha - Fichas e Tabuleiros

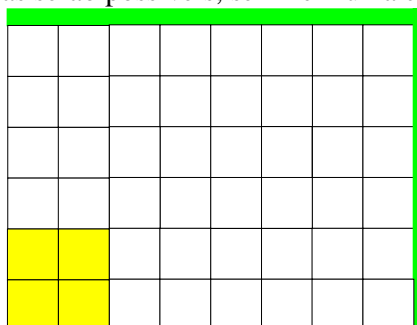
Como no Jogo da Velha, os jogadores jogarão com os símbolos 'O' e 'X' utilizando as seguintes fichas.

Os jogadores poderão escolher uma das seis versões de tabuleiros, mostradas a seguir, para jogar o *Novo Jogo da Velha*. Os tabuleiros possuem: 5×6, 5×7; 6×6 e 6×8 casas. No entanto, a seguir, utilizaremos o menor dos tabuleiros (aquele com 5×6 casas) para exemplificar as regras do jogo, bem como para mostrar algumas partidas completas.

16.1.1.- Tabuleiro de 5 X 6 Casas

Este tabuleiro contém 30 casas no total, sendo que 26 casas podem ser utilizadas, e 4 casas amarelas – não utilizáveis –, teremos então: (30 – 4) ÷ 4 = 26 ÷ 4 = 6 jogadas serão possíveis, com 2 casas restantes (casas vazias).

16.1.2.- Tabuleiro de 5 X 7 Casas

Este tabuleiro contém: 35 casas no total – 4 casas amarelas = 31 casas utilizáveis, de onde, teremos: (35 – 4) ÷ 4 = 31 ÷ 4 = 7 jogadas serão possíveis, com 3 casas restantes.

16.1.3.- Tabuleiro de 6 X 6 Casas

Este tabuleiro contém: 36 casas no total – 4 casas amarelas = 32 casas utilizáveis, de onde, teremos: (36 – 4) ÷ 4 = 32 ÷ 4 = 8 jogadas serão possíveis, sem nenhuma casa restante.

16.1.4.- Tabuleiro de 6 X 8 Casas

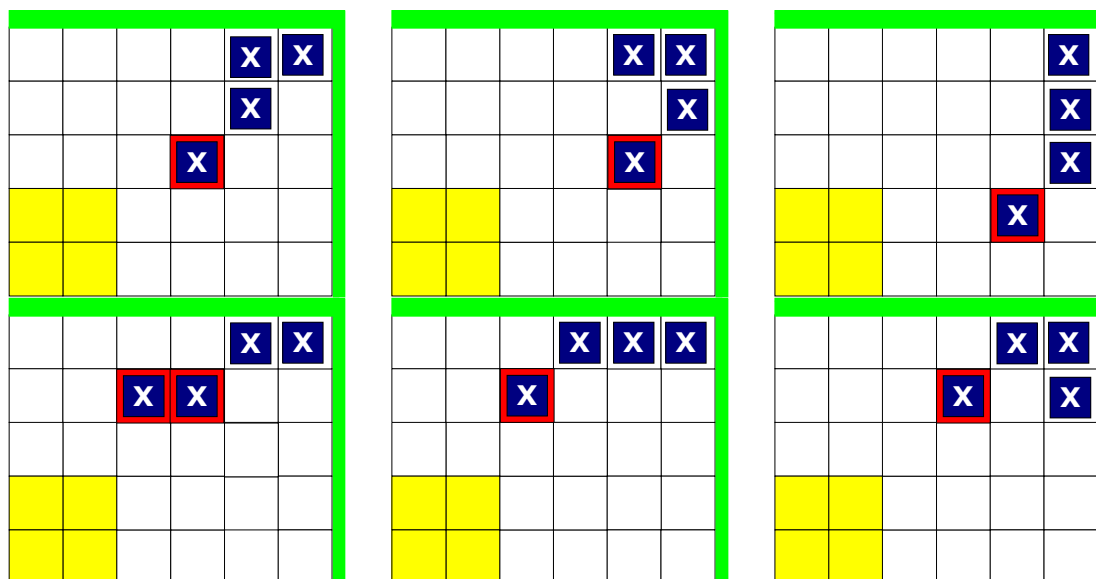
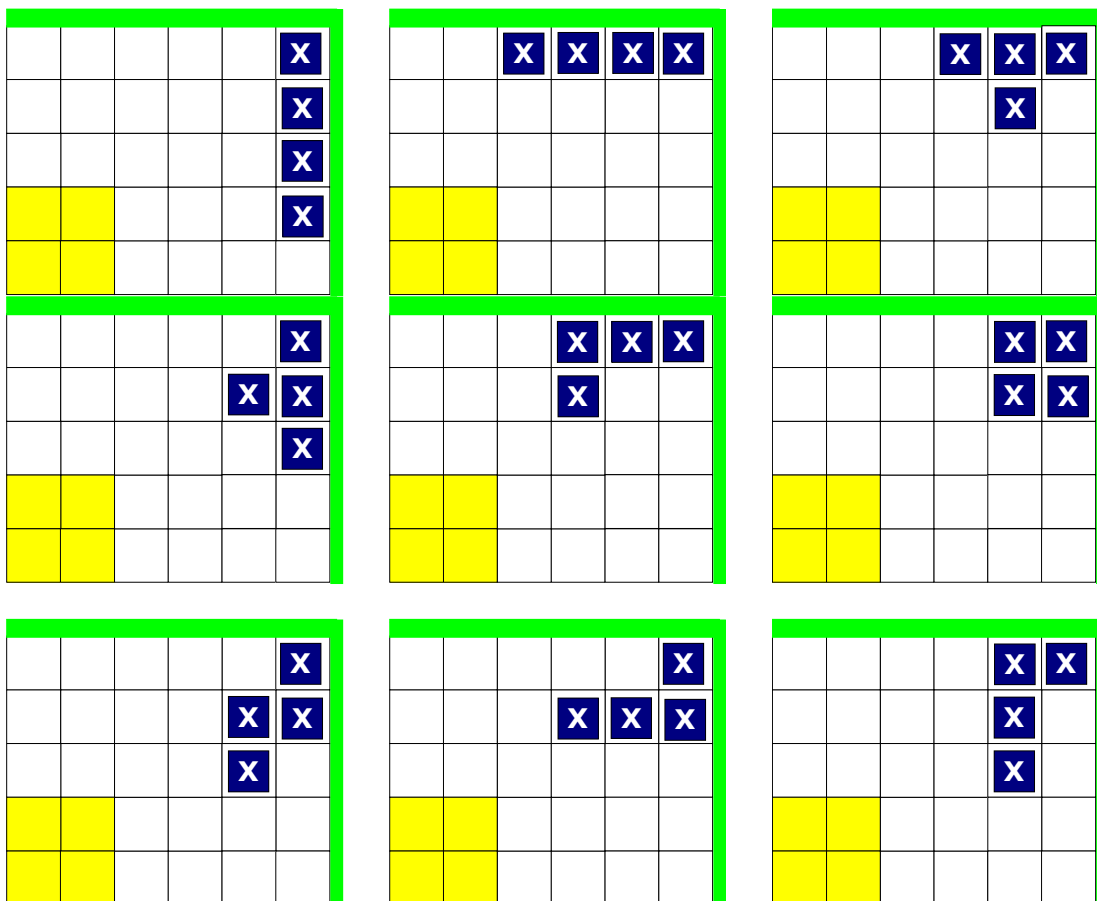
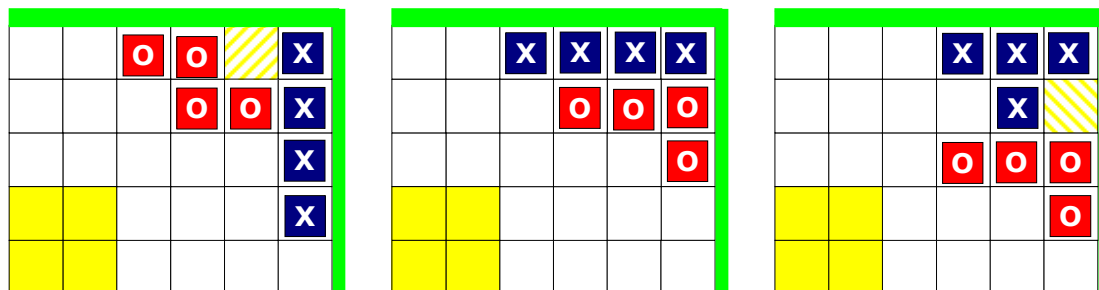
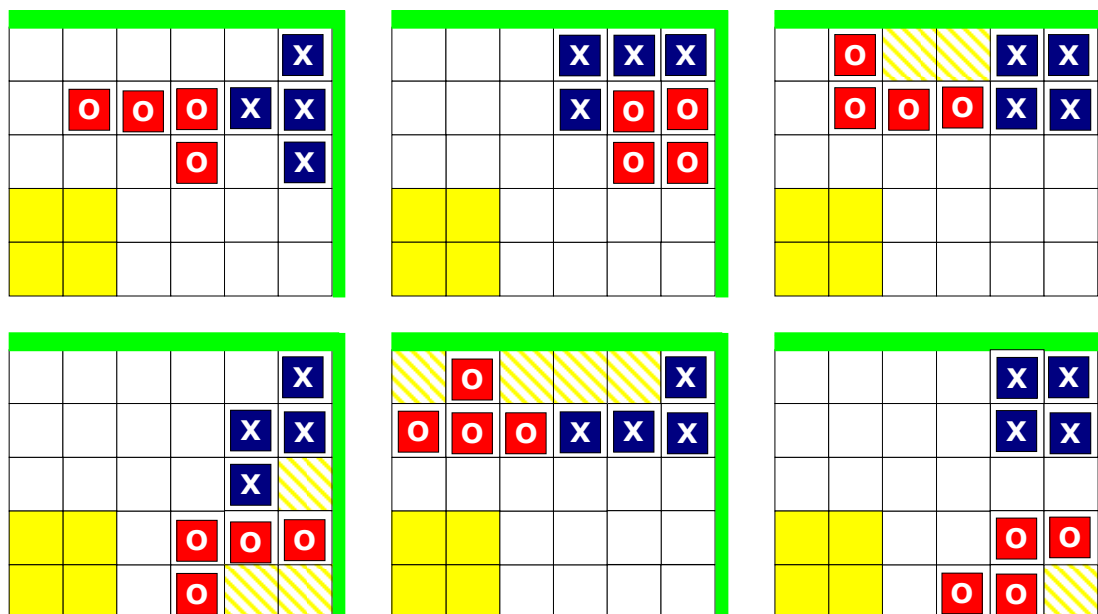
Este tabuleiro contém 48 casas no total – 4 casas amarelas = 44 casas utilizáveis, de onde, teremos: (48 – 4) ÷ 4 = 44 ÷ 4 = 11 jogadas serão possíveis, sem nenhuma casa restante.

16.1.5.- Observações

- Deve-se observar que não existe um limite absoluto para as medidas dos tabuleiros, mas acreditamos que em tabuleiros com grande quantidade de casas o jogo venha a tornar-se cansativo ou até mesmo desinteressante.
- Naturalmente, espera-se que um dos quatro tabuleiros acima apresentados venha a se apresentar como o melhor para a descoberta das estratégias mais eficazes – aquelas que levem à vitória, enquanto outros venham a possibilitar uma visão mais ampla do que consiste o jogo. Esta escolha, ou descoberta, caberá ao leitor fazê-las.
- No CD-R que acompanha o livro o leitor encontrará:
    - Folhas com os tabuleiros prontos para jogar usando lápis ou canetas coloridas (caneta azul × caneta vermelha).
    - ***Tabuleiros para Plastificar e Jogar com Canetas com tinta não permanente (Canetas para Quadro Branco) – usar um pedaço de flanela para apagar o que foi anotado.***
    - Tabuleiros em tamanho grande para jogar com as fichas ‘O’ e ‘X’.

16.2.- As Regras do Jogo

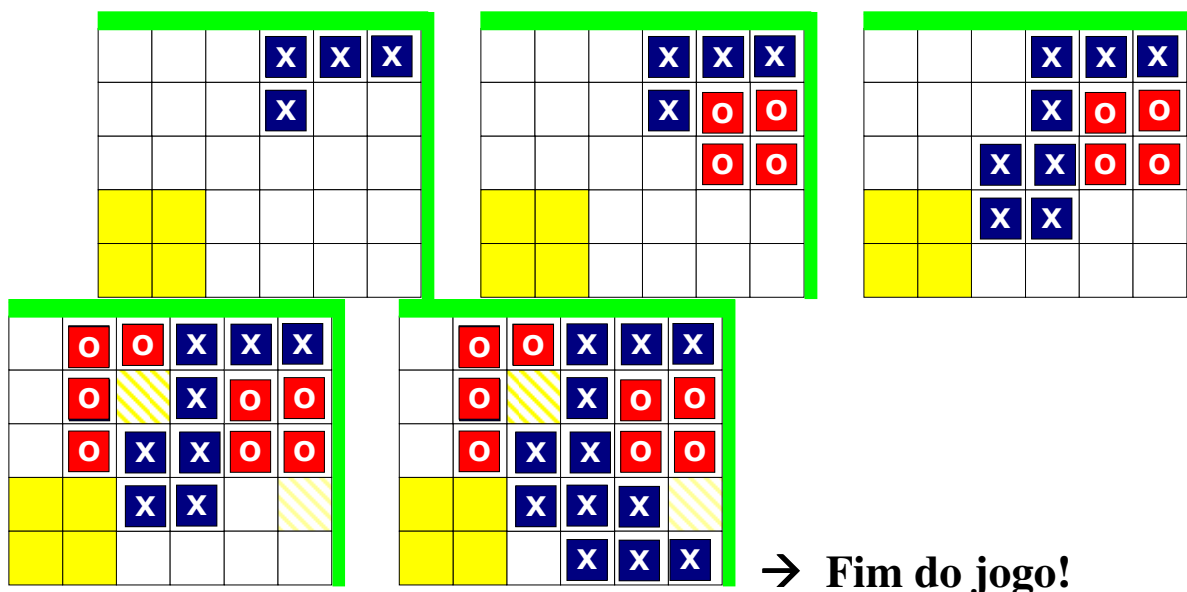
- Os jogadores devem primeiramente escolher o tabuleiro do jogo: 5×6 = 30 casas, 5×7 = 35 casas; 6×6 = 36 casas; 6×7 = 42 casas e 6×8 = 48 casas;
- Escolhe-se por sorteio quem deve iniciar o jogo;
- Como no Jogo da Velha, os jogadores escolhem um tipo de símbolo ou figura para si, o círculo (O) ou um xis (X);
- Os jogadores devem preencher (sempre!) quatro casas do tabuleiro com suas fichas (ou no caso de cada jogador estar utilizando, respectivamente, uma caneta azul e uma vermelha), segundo as seguintes condições:
  - *As fichas (ou os símbolos) devem estar perfeitamente coladas:*

  (1) Na lateral direita e/ou na lateral superior (que apresentam uma margem na cor verde) e/ou coladas às fichas que já figurem no tabuleiro.

  (2) As fichas devem ser colocadas de forma sequencial como se estivessem ligadas pelas suas respectivas laterais, não se admitindo jogadas em que as fichas estejam apenas ligadas pelos vértices. Assim, sendo as seguintes jogadas, por exemplo, não são admitidas:

- *Muita atenção com o número de fichas a serem colocadas obrigatoriamente no tabuleiro:* são *sempre*, quatro.
- O jogador não pode deixar de jogar quando for a sua vez.
- Cada jogador deve adotar uma estratégia que obrigue o seu adversário a invadir a área amarela do tabuleiro na sua vez de jogar.
- Perderá o jogo aquele jogador que for forçado a invadir a área colorida de amarelo na sua vez de jogar.
- Note que o primeiro jogador (que, por acaso, pode ter escolhido o X) tem várias possibilidades (distintas) de iniciar o jogo, das quais alguns exemplos são dados a seguir:

- O segundo jogador tem agora muitas mais possibilidades de colocar sobre o tabuleiro as suas 4 fichas.
- Note que, apenas como ilustração, as casas pintadas de verde são aquelas nas quais seria impossível alocar as 4 fichas exigidas para uma jogada.
- A seguir são mostrados alguns exemplos das possibilidades de jogada do segundo jogador, quais, apenas algumas delas, por serem as mais interessantes, são mostradas a seguir, cabendo notar que as casas que vão sendo hachuradas em amarelo mostram as casas do tabuleiro onde não haverá possibilidade de jogada,

- Cabe ressaltar que estas casas "impossíveis" podem ocorrer em qualquer lugar no tabuleiro, e devem ser utilizadas pelo jogador como uma estratégica que visa dificultar o seu oponente a fazer uma jogada que o faça ceder a vitória para ele.

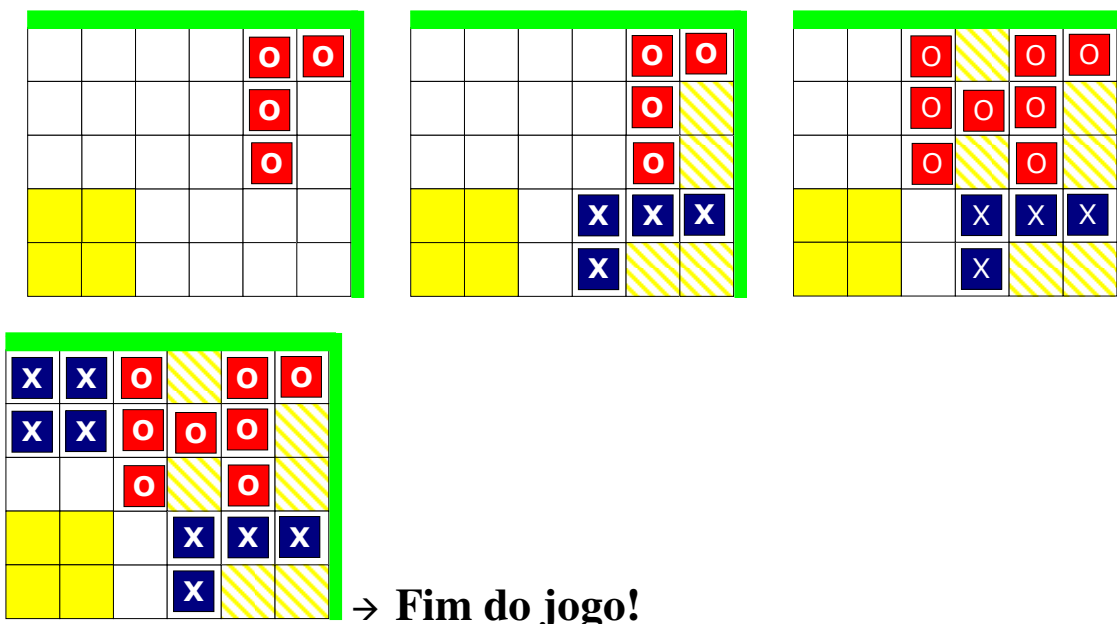
16.3.- Dois Exemplos de Partidas do *'Novo Jogo da Velha'*

16.3.1.- 1ª Partida

→ **Fim do jogo!**

- Note que a próxima jogada desta partida é a do jogador que escolheu o 'O', qualquer jogada que ele faça, avançará sobre as casas pintadas de amarelo, Ele acabou de perder o jogo.

– O vermelho perdeu!

16.3.2.- 2ª Partida

→ **Fim do jogo!**

- Qualquer que seja a jogada do jogador que possui o 'O' faça, ele não poderá evitar o avanço sobre as casas pintadas de amarelo. Ele acabou de perder o jogo – de novo!

– O vermelho perdeu, de novo!

- Cabe aqui uma análise a ser feita pelo leitor: independente de quem começa o jogo ('X' ou 'O', pode ocorrer que qualquer um deles venha a perder o jogo como se mostrou com os exemplos acima). Qual foi a estratégia (se é que houve uma) adotada pelo ganhador?
- Se a estratégia do ganhador foi a de criar casas "impossíveis" com a finalidade de diminuir o espaço de jogo do oponente, será que nos outros tabuleiros (5×7; 6×6 e 6×8) esta estratégia sempre funcionará como funcionou neste tabuleiro (5×6), ou ela depende ainda da quantidade de casas em cada um destes tabuleiros?

16.4.- Criando Outras Regras Para Jogo

Os leitores atentos ao nosso trabalho sabem que as regras dos jogos podem e devem ser modificadas. Assim sendo, deixamos a seguir algumas sugestões:

- A quantidade de cartões 'O' e 'X' que até aqui foi obrigatoriamente '4', deve ser experimentada com novos valores: 1, 2, 3, 5, 6, etc, que deverá ser fixada, de comum acordo entre os jogadores, antes do início de cada partida.
- No caso da quantidade de cartões, a serem alocados a cada vez, for maior ou menor que 4, verificar qual o melhor dos tabuleiros para fazê-lo.
- A cada jogada, antes de alocar as suas fichas ('O' ou 'X') o jogador lança um dado hexagonal para saber quantas fichas deverá alocar na sua vez: 1, 2, 3, 4, 5 ou 6.

Modificar a função dos quatro quadrados amarelos, adotando a seguinte regra: *O jogador que encostar (ou for obrigado a encostar) uma de suas fichas, em qualquer um das quadrículas amarelas, perderá o jogo.*

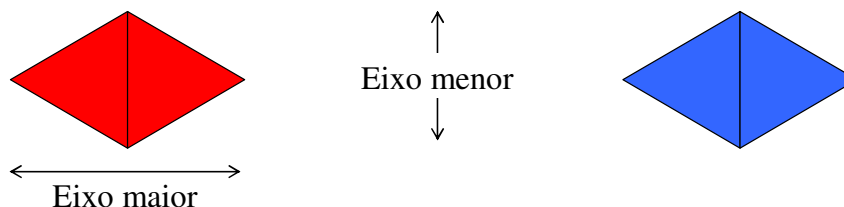
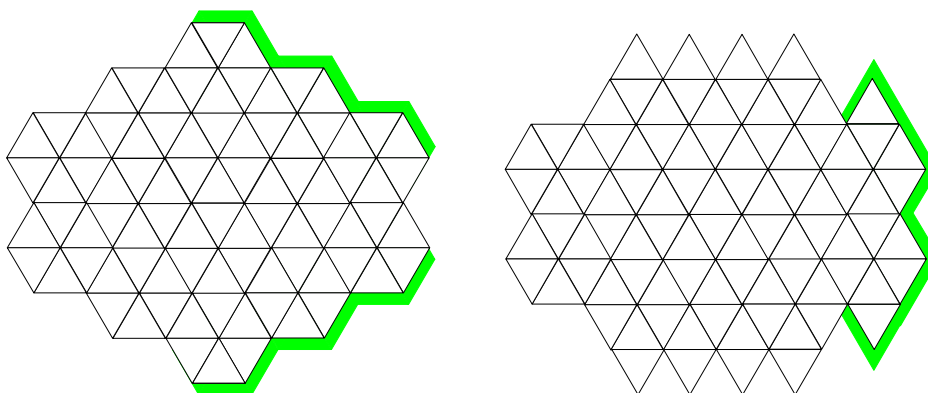
JLOGC#17 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 17

O JOGO DOS DIAMANTES

A partir do estudo do Jogo da Velha que realizamos no JLOGC#15, pudemos criar um 'Novo Tipo de Jogo da Velha' e este curioso 'Jogo dos Diamantes'. Novamente, este é mais um Jogo Para o Pensamento Lógico, em que o autor sugere que o leitor recrie ou modifique as regras estabelecidas, bem como sugere ao leitor mais ousado que crie seus próprios tabuleiros para o jogo. Aí é que estarão, de fato, os Jogos Para o Pensamento Lógico.

17.1.- O Jogo dos Diamantes

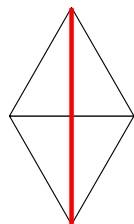
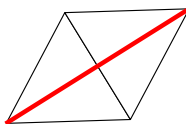
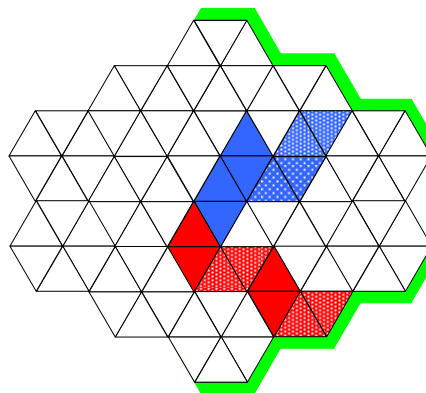
O Jogo apresentado a seguir é denominado *Jogo dos Diamantes*. As regras deste jogo são praticamente as mesmas que as do *Novo Jogo da Velha apresentado no JLOGC#15*. O diferencial, entre estes dois tipos de jogos, fica por conta do seguinte:

- As fichas deste novo jogo são totalmente distintas das anteriores, ao invés de *fichas quadradas* com os símbolos 'O' e 'X', as novas fichas são *losangos em vermelho e em azul*:

- Há dois modelos básicos de tabuleiro especialmente desenhados para receber estas peças, onde alguns triângulos poderão ser pintados de amarelo – à escolha dos jogadores –, representando áreas onde não serão permitidas a colocação de fichas.

- Além destes dois modelos, há ainda outros três tabuleiros previamente preparados, onde os triângulos já aparecem pintados de amarelo, que serão mostrados adiante.

17.1.1.- Regras do Jogo

- Cada jogador escolhe fichas de uma mesma cor, como sendo suas.
- Os jogadores, na sua vez de jogar devem preencher (sempre!) *quatro losangos* do tabuleiro com as suas fichas;

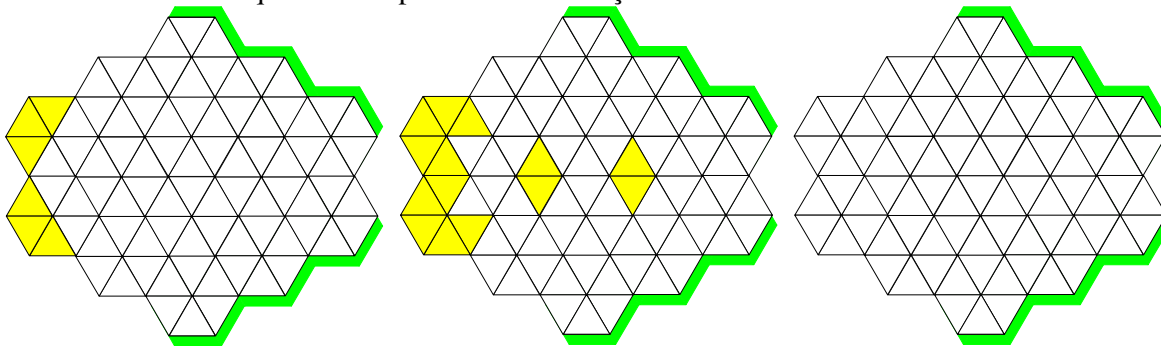
- Cada uma das quatro fichas (losangos) poderão ser colocadas nos tabuleiros com seu eixo maior na posição vertical ou inclinada – de acordo com o exemplo a seguir onde as cores foram levemente alteradas para caracterizar cada uma das posições – vertical: nas cores reais e inclinadas: em cores mais claras;

Posições do eixo maior do losango

vertical **inclinada**

- As fichas devem ser colocadas de forma a sempre estarem ligadas pelas suas respectivas laterais, não se admitindo jogadas em que as fichas estejam apenas ligadas pelos vértices;
- Uma ficha não pode estar ‘solta’ no tabuleiro, ou ela tem pelo menos uma de suas laterais encostada seja na lateral direita e/ou na lateral superior e/ou na lateral inferior do tabuleiro (que apresentam uma *faixa na cor verde*) *ou então* terá que ter pelo menos uma de suas laterais colada à lateral das fichas que já figurem no tabuleiro
- Adiante o leitor verá que muitas das regras acima podem ser mudadas, mas antes é bom que ele pratique com os diversos tabuleiros sugeridos aqui e construa os seus próprios tabuleiros, para somente então adotar as novas regras e o tabuleiro que sugerimos no item 23.4., localizado bem no final deste texto.

17.2.- Os Tabuleiros

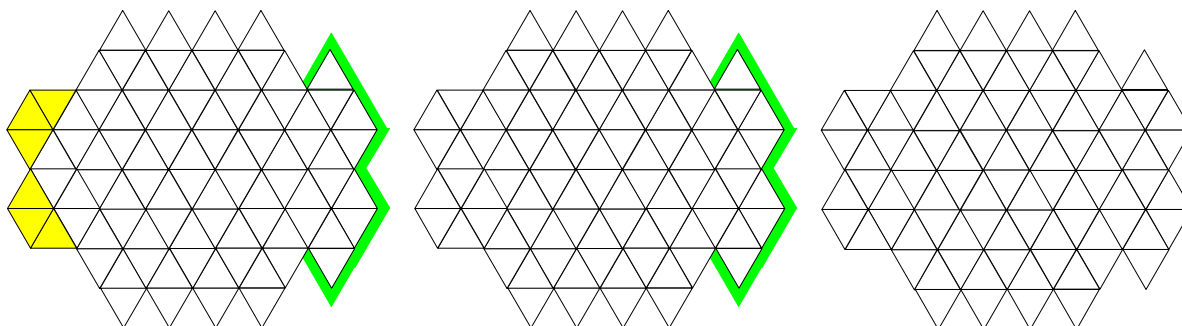
Como se afirmou anteriormente, contamos com cinco tabuleiros para os Jogos dos Diamantes, sendo três deles de um modelo e dois outros de um modelo distinto do anterior.

17.2.1.- Um 1º Modelo de Tabuleiro

São três os tabuleiros do primeiro modelo. Dois destes tabuleiros já possuem as regiões vedadas à alocação de fichas já desenhadas neles, ou seja, nestes dois tabuleiros já figuram os *triângulos amarelos* – locais em que não são permitidas colocações de fichas.

O primeiro tabuleiro tem 6 triângulos amarelos, e o segundo tem 14 triângulos amarelos, sendo que, o último deles não apresenta nenhum triângulo amarelo, o que possibilitará que os jogadores possam escolher, mediante acordo, quais dos triângulos desejam pintar de amarelo.

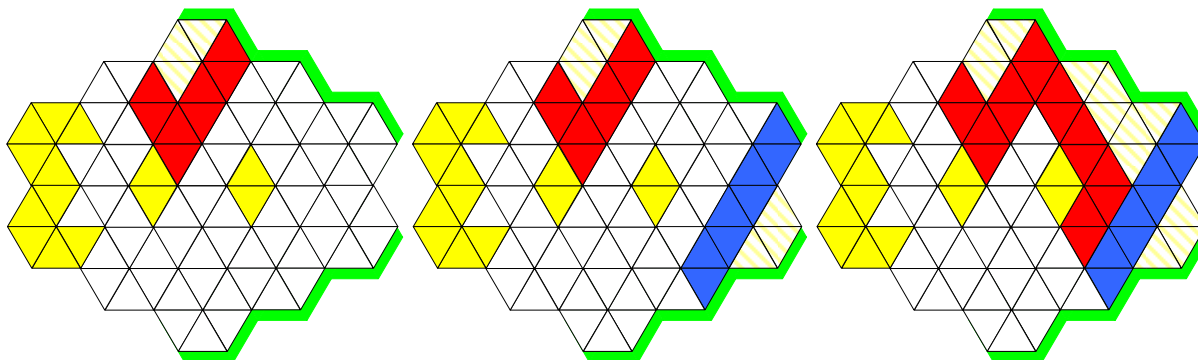
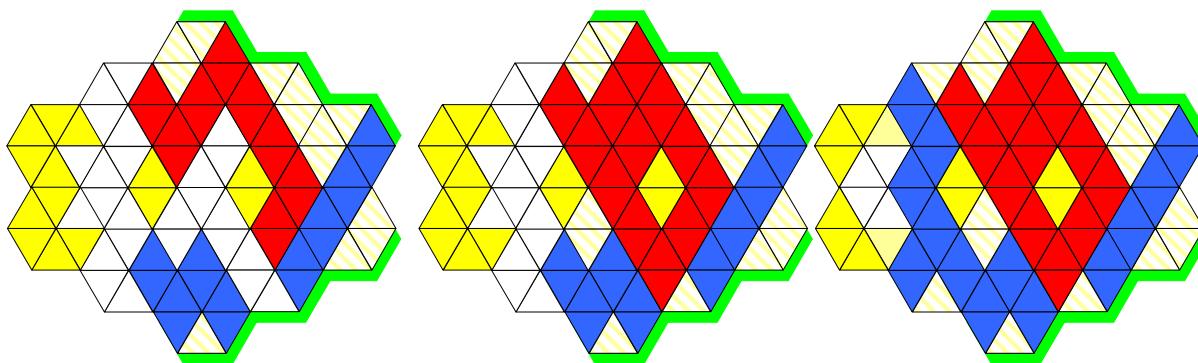
Um fato bastante curioso sobre este modelo de tabuleiro, é que alguns triângulos, mesmo não estando pintados de amarelo, são triângulos desprovidos de função. E além disto, as bordas verdes se estendem por triângulo onde não será permitida a alocação de fichas. Verifique estas ocorrências.

17.2.2.- O 2º Modelo de Tabuleiro

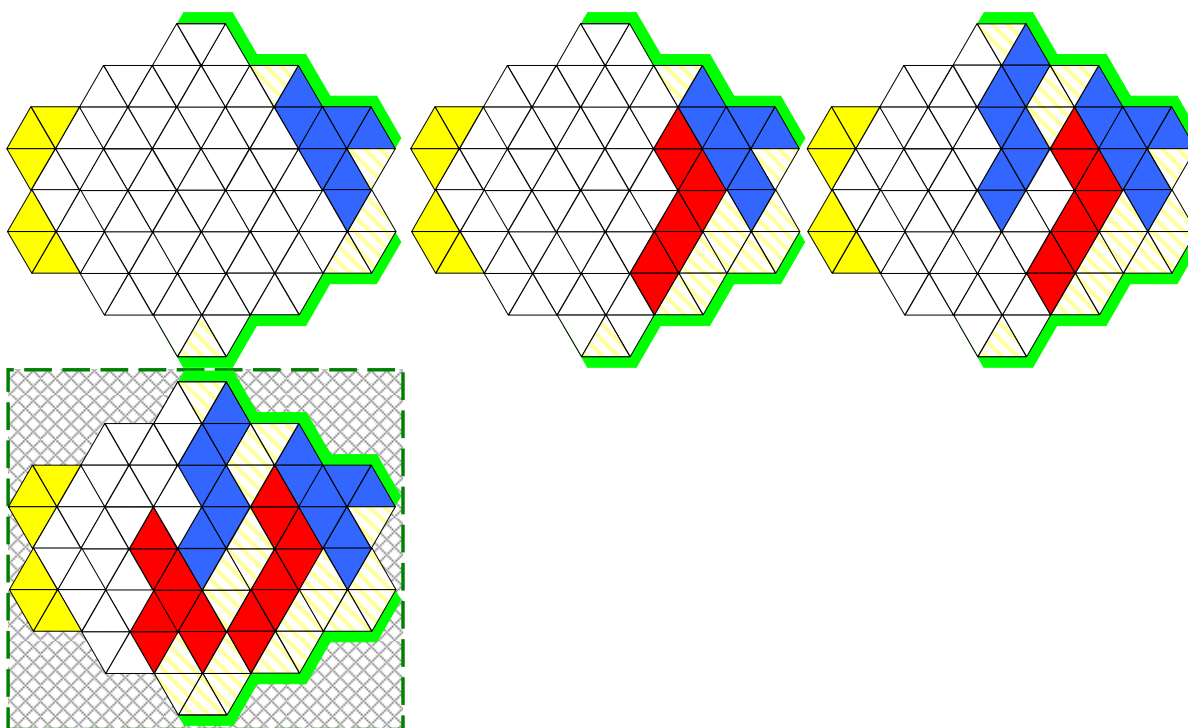
O segundo modelo de tabuleiro é um pouco mais amplo que o primeiro modelo. Os desenhos a seguir mostram os três tabuleiros deste segundo modelo.

O primeiro tabuleiro apresenta 6 regiões pintadas de amarelo, e todos os triângulos que nele figuram permitem a alocação de fichas – ou seja, neste tabuleiro não existem triângulos desprovidos de função, já o segundo tabuleiro, aparece totalmente sem triângulos amarelos, onde o leitor poderá criar a sua própria estrutura de *triângulos proibidos* pintando de amarelo os triângulos que desejar. No terceiro tabuleiro dever-se-á acrescentar não somente os triângulos amarelos mas a borda verde, o que ficará por conta do que os jogadores combinarem entre si, ou segundo as intenções do leitor, segundo ele queira dificultar ou facilitar o jogo.

17.3.- Exemplos de Jogadas em Duas Partidas

Utilizaremos para exemplificar a primeira partida do Jogo dos Diamantes o tabuleiro com 14 triângulos amarelos, isto é, o segundo tabuleiro, do 1º modelo acima apresentado.
Na segunda partida, utilizamos o primeiro dos tabuleiros do 1º modelo – aquele com apenas 6 triângulos amarelos –, para mostrarmos duas possibilidades de finais em uma partida do Jogo dos Diamantes: uma em que o 'vermelho' ganha e a outra em que o 'azul', utilizando-se de uma *estratégia* acertada, acaba vencendo.

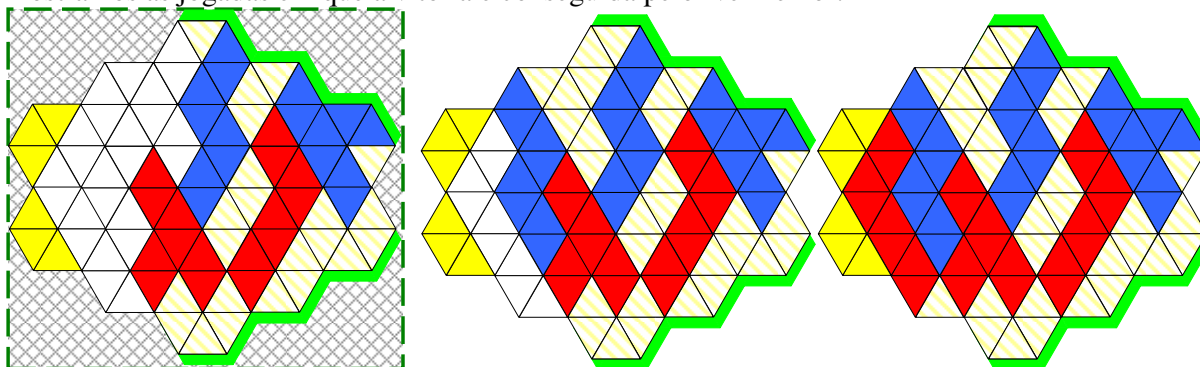
17.3.1.- Uma 1ª Partida do Jogo dos Diamantes

No exemplo acima, o 'vermelho' perdeu o jogo pois foi 'empurrado' na direção dos triângulos amarelos, ou seja, a única possibilidade de alocar as suas 4 fichas será invadindo a região amarela, o que é, exatamente, o objetivo final do seu oponente: *ganhar o jogo, ou seja, fazê-lo perder o jogo*.

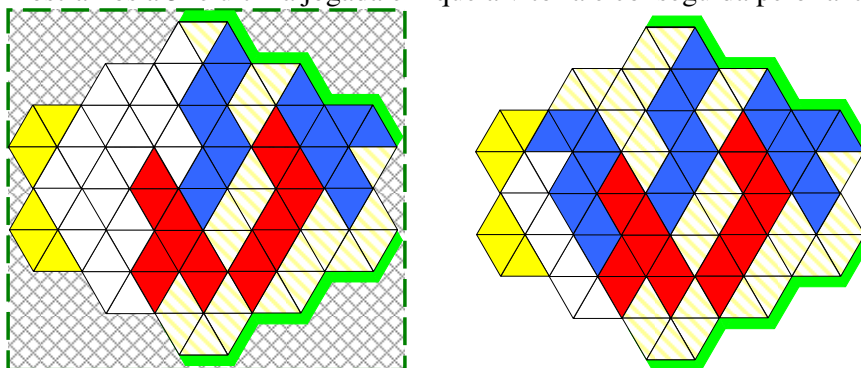
Outra observação interessante fica por conta da posição escolhida para a alocação das fichas no tabuleiro – todas elas foram dispostas com o eixo maior do losango na posição vertical.

17.3.2.- Uma 2ª Partida do Jogo dos Diamantes

A 2ª partida acima, foi interrompida na 4ª jogada – que aparece emoldurada por um quadrado com bordas tracejadas, na cor verde escuro –, poderá ter finais distintos, dependendo da habilidade dos jogadores nela envolvidos, isto é, poderá vencer tanto jogador que detém as fichas vermelhas ou o que detém as fichas azuis.

A seguir, a título de exemplo, são apresentados dois dos finais possíveis para a para a partida anteriormente apresentada a partir da jogada interrompida: a quarta jogada é repetida, e a partir dela, o jogo continua. Confira a seguir.

17.3.2.1.- 2ª Partida – 1º Final

Nos desenhos a seguir reproduzimos esta 4ª jogada da segunda partida e, em seguidas, mostramos as jogadas em que a vitória é conseguida pelo 'vermelho'.

17.3.2.2.- 2ª Partida – 2º Final

Nos desenhos a seguir reproduzimos esta 4ª jogada da segunda partida e, em seguidas, mostramos a 5ª e última jogada em que a vitória é conseguida pelo 'azul'.

17.4.- Sugestões Interessantes

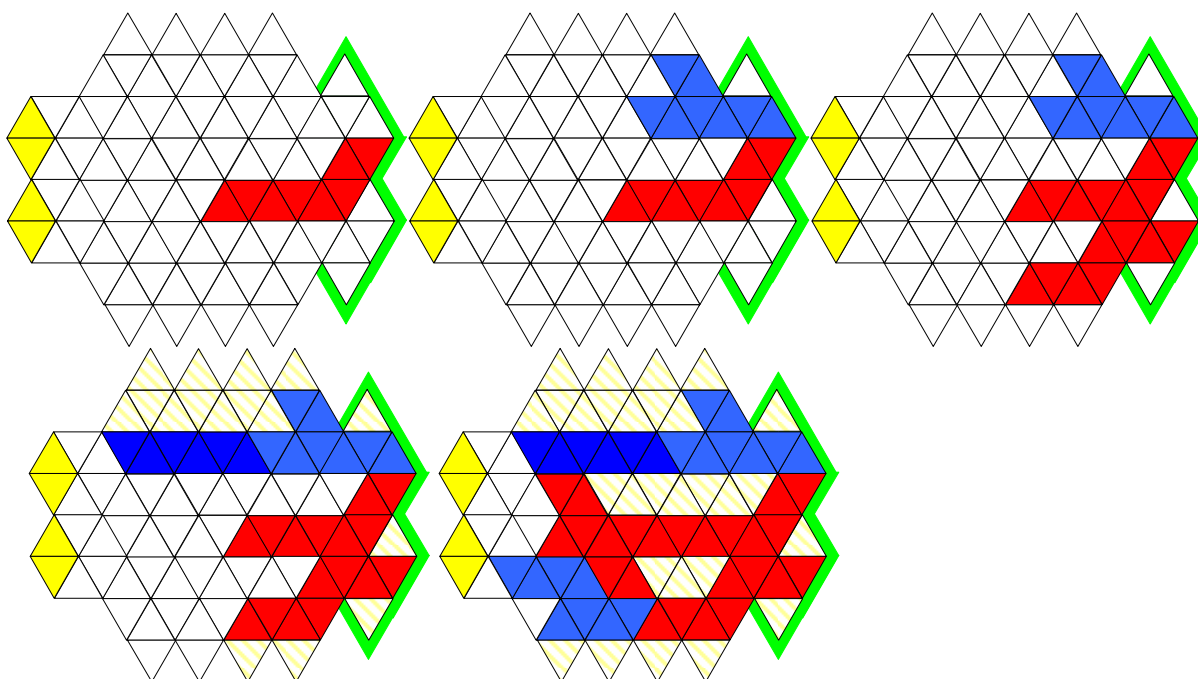
Como todos os jogos apresentados neste livro, o *Jogo dos Diamantes* pode ter suas regras recriadas ou modificadas pelo leitor, como por exemplo:

- A exigência da alocação de quatro fichas, a cada jogada, pode ser alterada para 3, 2, ou 1, ou mesmo pode ser alterada para 5 fichas. Também se pode utilizar um dado tetraédrico (com 4 faces) ou um dado hexaédrico (6 faces) para 'sortear', a cada vez, a quantidade de fichas a ser jogada por aquele jogador. Assim, um jogo de estratégia, passaria a exigir não somente a adoção de estratégias, mas seria dependente da sorte dos jogadores. Creio que isto tornaria o jogo ainda mais fascinante.
- No tocante aos 6 modelos tabuleiros até aqui apresentados, eles também podem ser modificados, bastando ao leitor imprimir alguns tabuleiros a mais (vide a pasta 'JLOGC#17 do CD-R que acompanha o livro), recortá-los, e recompô-los mediante a justaposição e a colagem destas partes.
- No tocante à alocação das fichas quanto às posições do eixo maior do losango – vertical ou inclinada –, pode-se impor regras em que, das quatro fichas a serem jogadas, duas estejam na vertical e duas inclinadas. Ou ainda, poder-se-ia combinar antecipadamente que todas as fichas devam ser jogadas sempre inclinadas, o que pareceria mais difícil.
- Outra modificação a ser tentada nas regras do jogo é a introdução da possibilidade de que as fichas não precisem ter uma de suas laterais

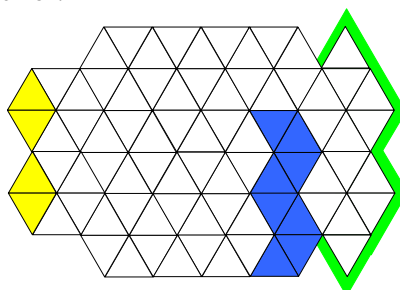
encostadas na faixa verde do tabuleiro, bastando ter apenas um de seus vértices tocando aquela faixa; mas neste caso, se um de seus vértices tocar o espaço amarelo, o jogador perderá o jogo.

17.4.1.- Um Exemplo de Partida Com algumas Regras Modificadas

Na uma partida do Jogo dos Diamantes, a seguir, adotaremos algumas novas regras:

- o tabuleiro apresenta apenas 4 triângulos amarelos – representando áreas onde não serão permitidas a colocação de fichas;
- todos os cartões (4 de cada vez por jogador) devem ser alocados no tabuleiro na posição inclinada;
- o início o final da partida ocorrem pelo simples toque de um dos vértices, respectivamente, na faixa verde e num triângulo amarelo.

O jogador que jogou com as peças azuis perdeu o jogo, pois um vértice de um de seus diamantes tocou a região amarela.

17.4.2.- Uma Observação Final

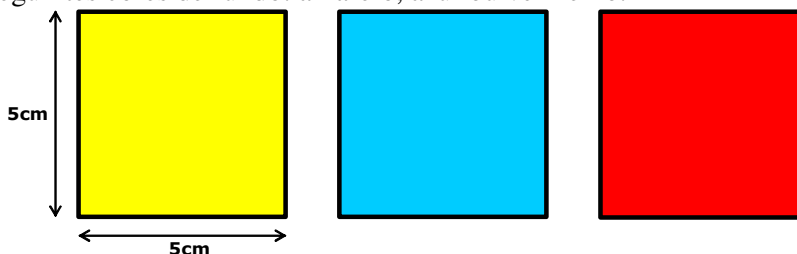
Veja o início de um jogo cujo tabuleiro é, praticamente, o mesmo que o anterior – do qual foram eliminadas algumas das regiões impróprias para o jogo – e as regras jogo são exatamente as mesmas estabelecidas para o exemplo anterior.

Note que a primeira peça do jogo foi alocada no tabuleiro na posição correta (inclinada), mas com apenas um vértice tocando a faixa verde.

JLOGC#18 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 18

JOGO DAS MALHAS AXADREZADAS

Os cartões denominados malhas (ou matrizes) axadrezadas têm diversos atributos[11]*, tais como: malhas quadriculadas com 4, 6 ou 9 celas, dispostas respectivamente nos formatos 2×2, 2×3 e 3×3; cores de fundo (amarelo, azul e vermelho) que permite identificar respectivamente a quantidade das celas nas malhas; quantidades e distribuição de veladuras (na cor cinza) que permite contrastar as celas vazias das celas ocupadas. Pode-se jogar com estes cartões: Jogos Exploratórios denominados Jogos Livres ou Jogos das Descobertas; o Jogo da Complementação; o Jogo da Identidade; o Jogo da Inclusão ('contido em' e 'contém'); o Dominó das Diferenças.*

18.1.- Os Cartões

Os cartões do *Jogo das Malhas Axadrezadas* medem 5 cm × 5cm e se apresentam, como o mostrado abaixo, com as seguintes cores de fundo: amarelo, azul ou vermelho.

18.1.1.- Sobre as Matrizes a Serem Estampadas nos Cartões

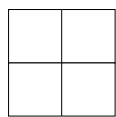
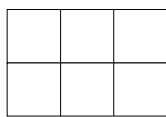
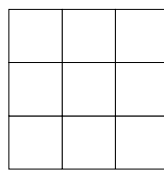
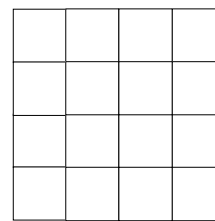
Cada um dos cartões do deste jogo irá trazer estampada uma *malha quadriculada – denominada* ***matriz*** – contendo m × n *quadrículas* dispostas em ***m linhas*** e ***n colunas***, medindo cada quadrícula 1,5 cm × 1,5 cm. As ***quadrículas*** são também denominadas ***celas***.
As ***matrizes*** são entes matemáticos que, quanto ao número de linhas (m) e colunas (n) podem ser classificadas como sendo:

- ***matriz retangular*** são aquelas em que m ≠ n, ou seja, a quantidade de linhas for diferente da quantidade de colunas;
- ***matriz quadrada*** são aquelas em que m = n, ou seja, – a quantidade de linhas for igual à quantidade de colunas.

18.1.1.1.- Exemplos de matrizes Quadradas e Retangulares

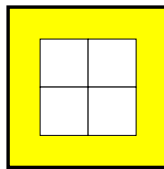
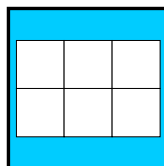
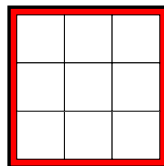
As matrizes apresentadas nos exemplos a seguir podem ser classificadas, quanto ao tipo – quanto ao número de linhas e colunas –, como: (a) 2×2 é uma matriz quadrada; (b) 2×3 é retangular; (c) 3×3 é quadrada (d) 4×4 é quadrada:

---

[11] Atributo: aspecto, qualitativo ou quantitativo, que distingue um integrante de um conjunto observado.

Não há limitação para a quantidade de linhas e colunas em uma matriz. Neste JLOGC#18 iremos trabalhar apenas as três matrizes do exemplo acima: (a), (b) e (c).

18.1.2.- Os Cartões-Padrão Classificados Quanto ao Tipo

Normalmente, em cada uma das posições (no nosso caso: celas ou quadrículas) de uma matriz podem ser distribuídos: números, letras, figuras ou objetos – que são os seus ‘elementos’. No caso dos cartões *do Jogo das Malhas Axadrezadas,* as celas poderão ser *preenchidas, ou não,* por uma veladura[12] *(na cor cinza)* que permite contrastar as celas vazias das celas ocupadas. Os cartões a seguir apresentados são os três ***tipos*** de cartões-padrão em que iremos *distribuir as veladuras que variam, do* ***zero****, até à* **quantidade total** *de* **celas** *da matriz.*

1. Matriz 2×2 ou *matriz quadrada* de ordem 2 (com 4 celas) – moldura amarela:

2. Matriz 2×3 ou *matriz retangular* 2×3 (com 6 celas) – moldura azul:

3. Matriz 3×3 ou *matriz quadrada* de ordem 3 (com 9 celas) – moldura vermelha:

18.1.3.- Sobre a Adoção de Matrizes Com mais Celas

Na verdade, como se afirmou anteriormente, não deveria existir uma limitação para a escolha das dimensões destas matrizes que poderiam ter indiferentemente qualquer quantidade de linhas ou de colunas, como por exemplo: 3×4 (12 celas), 4×4 (16 celas), 4×5 (20 celas), e assim por diante. No entanto, a única limitação para adoção de tipos mais amplos de matrizes, além daqueles três que adotamos, é o aumento da complexidade do processo de geração destes tipos de *matrizes axadrezadas* – o controle da correta distribuição das veladuras, em matrizes com muitas celas, se torna muitíssimo complicado.

---

[12] *Veladura: ato ou efeito de velar, encobrir. Velar: tornar escuro, escurecer.*

18.2.- Classificando as Matrizes Axadrezadas

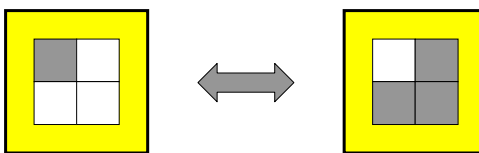
As matrizes axadrezadas podem ser classificadas, como vimos até aqui, ***pelo tipo***, ou seja, quanto à quantidade de linhas e colunas (ou de acordo com a cor da moldura dos cartões, que são formas distintas para um mesmo tipo de classificação): 2×2 = moldura amarela; 3×2 = moldura azul; 3×3 = moldura vermelha.
Além desta classificação bastante simples e de identificação imediata, outras duas, mais complexas, são possíveis:

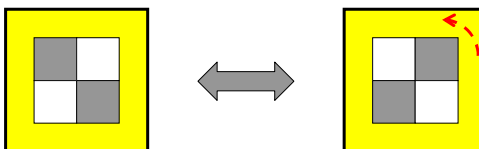
- Quanto à *quantidade de veladuras*;
- Quanto ao *índice de multiplicidade,*

cujas definições e exemplos serão vistos, imediatamente a seguir.

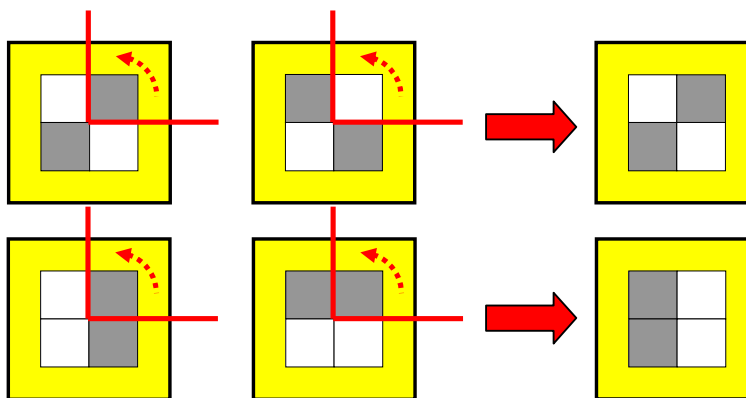
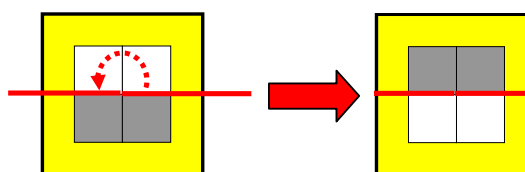
18.2.1.- Classificação Quanto à Quantidade de Veladuras

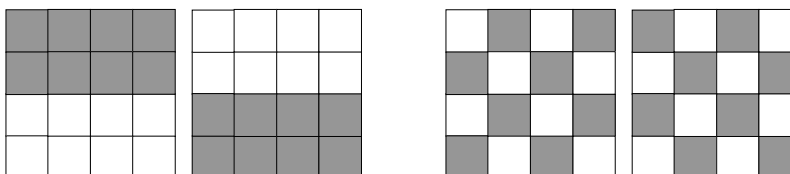
Quanto à quantidade de veladuras em uma matriz axadrezada, há dois subtipos a serem considerados:

- ***Duas Matrizes Axadrezadas são Complementares Distintas*** quando cada uma de suas veladuras corresponde às celas em branco na outra matriz, e vice-versa. As ***Matrizes Axadrezadas Complementares Distintas*** sempre possuem uma figura complementar distinta dela mesma, como mostradas na figura a seguir.

No exemplo acima, a matriz e a sua complementar são distintas entre si – as celas em branco da primeira correspondem às celas veladas da segunda matriz.

- As ***Matrizes Axadrezadas Autocomplementares*** são aquelas em que o seu complemento é ela mesma. No caso de ***Matrizes Axadrezadas Autocomplementares***, tanto a matriz como sua complementar são exatamente as mesmas – para verificar isto, basta girar a segunda delas, no plano, conforme pode ser visto na figura abaixo, de um ângulo de 90º (e em alguns casos de um ângulo de 180º), conforme mostrado no item 18.2.1.1. a seguir.

18.2.1.1.- Matrizes Autocomplementares – Girar 90º ou 180º?

Há casos que, para obtermos a figura autocomplementar de uma dada matriz, não basta girar o cartão de apenas 90º, mas sim, é necessário fazê-lo com 180º. Há dois casos para a comprovação de que uma matriz é *autocomplementar*:

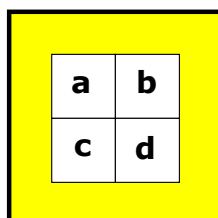
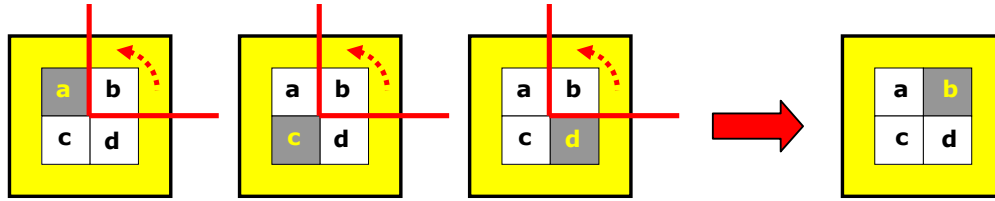
- **1º Caso:** *girando duas vezes a figura inicial de um ângulo de 90º (que é o mesmo que girá-la de 180º) algumas malhas voltam à posição original, sendo que outras se apresentam como simétricas à figura original:*

- ***2º Caso:*** *Girando apenas uma vez a figura inicial de um ângulo de 180º a figura obtida é complementar da original:*

18.2.1.1.- Casos de Malhas que não Produzem Matrizes Autocomplementares

As Matrizes Autocomplementares somente ocorrem quando a quantidade de celas de uma malha é um número par: 4, 6, 8, 12, 14, 16, por exemplo. No caso das matrizes com uma quantidade ímpar de celas, como no caso que iremos apresentar a seguir, nas matrizes 3×3 que tem 9 celas, não há como gerar Matrizes Autocomplementares.
Veja nos exemplos a seguir matrizes Autocomplementares quando a malha é 4×4, ou seja, há nela 16 celas.

No nosso caso específico, como iremos trabalhar apenas com matrizes com 4, 6 e 9 celas, respectivamente nas medidas 2×2, 2×3 e 3×3, somente nos dois primeiros casos irão ocorrer as matrizes autocomplementares, as demais serão matrizes básicas cujas matrizes complementares serão a elas distintas.

18.2.2.- Classificação Quanto ao __Índice de Multiplicidade__

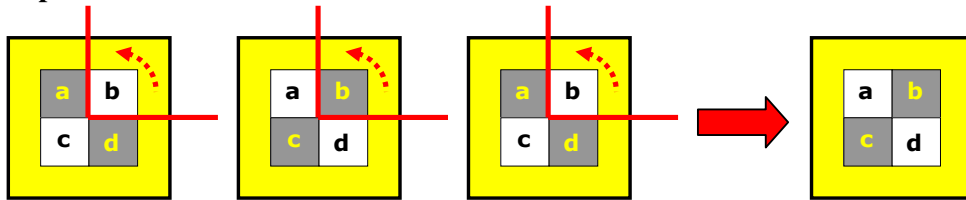
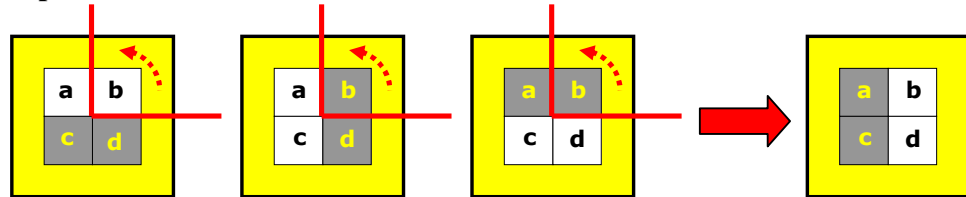
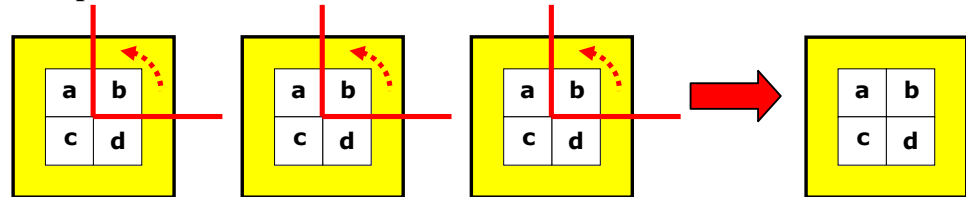
Ao girarmos, sobre o plano, um cartão contendo uma *matriz com a malha axadrezada* nós podemos calcular o ***__índice de multiplicidade__*** desta matriz.

Vejamos como isto funciona:

- Seja considerar a matriz 2 × 2 a seguir, onde cada cela será referida por uma letra: a, b, c ou d, exatamente como aparece na figura:

- Vamos tomar um cartão cuja veladura esteja na ***cela a*** na matriz acima. Vamos girar este cartão 4 vezes e observar o que ocorre giro por giro: (1º giro) a veladura que figurava na ***cela a*** passará a ocupar a posição da ***cela c;*** (2º giro) ***cela d;*** (3º giro) ***cela b***, (4º giro) a veladura retornará à posição inicial, à ***cela a***.

- Estas 4 posições relativas das veladuras de uma mesma matriz denominaremos: ***índice de multiplicidade*** de uma Matriz Axadrezada. No caso do exemplo acima temos para aquela matriz um ***índice de multiplicidade = 4***.

18.2.2.1.- Obtenção dos Índices de Multiplicidade - Exemplos

A seguir, são mostrados alguns exemplos do cálculo dos *índices de multiplicidade* de algumas matrizes 2×2:

→ **Posições das veladura:** (a,d), (b,c), (a,d), (b,c); temos aqui um **índice de multiplicidade = 2**

→ **Posições das veladura:** (c,d), (b,d), (a,b), (a,c); temos neste exemplo um **índice de multiplicidade = 4**

→ **Posições das veladura:** quando não há veladuras no cartão, veremos que o cartão mesmo que girado de 90º, várias vezes, continua sendo o mesmo; assim o seu **índice de multiplicidade = 1**

18.2.3.- Cálculo da Quantidade de Matrizes Segundo as Veladuras

Sabido quais são os modelos de cartões que podem ser gerados: aqueles contendo *as* M*atrizes Complementares Distintas e as Matrizes Autocomplementares,* vamos propor uma fórmula matemática para o cálculo 'bruto' da quantidade de matrizes básicas:

$$Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{n,p} = \frac{A_{n,p}}{P_p}$$, para p = n, n −1, n −2, ..., 2, 1

a fórmula acima é a das Combinações Simples de n elementos tomados p a p, com p variando de n até 1, onde ***n é a quantidade de celas*** de um cartão e ***p a quantidade de celas não veladas (celas em branco)***, calculas para p variando de forma decrescente, de 1 em 1, desde n até 0.

Este cálculo da quantidade de cartões básicos pode ser denominado 'bruto' *porque estarão sendo nele computados:*

(1) a multiplicidade das Matrizes Axadrezadas Complementares Distintas – até 4 cartões idênticos, ou seja, a quantidade $C_{n,p}$ inclui: os cartões tantas vezes quanto for a sua multiplicidade,

(2) a multiplicidade das Matrizes Axadrezadas Autocomplementares, tantas vezes quanto for a sua multiplicidade.

18.3.- Propondo uma Heurística para a Obtenção dos Cartões

Esta será uma tarefa bastante complicada que envolverá:

- Calcular a quantidade de matrizes básicas;
- Gerar todos os cartões;
- Eliminar aqueles cartões que são repetidos;
- Gerar os cartões complementares para cada um dos cartões básicos;
- Duplicar os cartões de autocomplementação.

18.3.1.- Sobre os Modelos Distintos de Matrizes

Estamos prontos para estabelecer a nossa heurística para a elaboração de nossos cartões contendo as matrizes axadrezadas. No entanto, seria bom lembrar que na elaboração de nossa heurística teremos que levar em conta que há modelos distintos de matrizes axadrezadas.

- *Quanto às dimensões/cores das molduras:* 2×2 = amarelo; 2×3 = azul e 3×3 = vermelho.
- *Quanto à quantidade de veladuras:* calculada por $C_{n,p}$, onde n será a quantidade de quadrículas (4, 6 ou 9 quadrículas), e p será uma quantia que variará a cada cálculo, de forma decrescente de n até a parte inteira de n/2, ou em notação simbólica matemática: Int(n/2) que representa a quantidade de celas sem veladuras.
- *Quanto à distribuição das veladuras:*
    - *Matrizes Complementares Distintas – também denominados cartões complementares, ou seja, cartões automaticamente gerados no processo de cálculo e elaboração e que se complementam: cada uma de suas veladuras corresponde às celas em branco na outra matriz, e vice-versa;*
    - *Matrizes Axadrezadas Autocomplementares – também denominados cartões autocomplementares, ou seja, aquelas que são complementadas por elas mesmas, e por isto, no jogo elas devem figurar duas vezes – devem ser duplicadas.*

18.3.2.- Sobre os Passos do Processo Heurístico

A seguir iremos expor um conjunto de passos contendo regras e métodos que conduzirão à resolução do problema ora apresentado: *calcular a quantidade bruta de matrizes que se pode obter dada uma quantidade p de veladuras, gerar todos eles e eliminar, deste conjunto, os cartões repetidos e, finalmente gerar os cartões complementares dos cartões básicos e duplicar os cartões autocomplementares.*

- ***Primeiro Passo – Cálculo da Quantidade 'Bruta' de Cartões Básicos***:

Calcular a quantidade ‘bruta’ de cartões básicos ($Q_{\text{de cartões básicos}}$) pela fórmula a seguir onde p, a quantidade de *celas em branco* (***celas não veladas***), varia de de 1 em 1 desde n até 0:

$$Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{n,p} = \frac{A_{n,p}}{P_p}$$

- ***Segundo Passo – Geração dos Cartões por Tentativas:***

  Sabida a quantidade de cartões que podem ser gerados, deve-se *gerá-los por tentativas*;

- ***Terceiro Passo – Eliminação dos Cartões Repetidos:***

  Eliminar os cartões idênticos, deixando apenas os *cartões contendo as matrizes distintas entre si*, pois para cada valor de p no cálculo $C_{n,p}$, estarão incluídos *a totalidade dos cartões básicos que podem ser gerados*, sendo computados neste valor: a multiplicidade dos cartões idênticos.

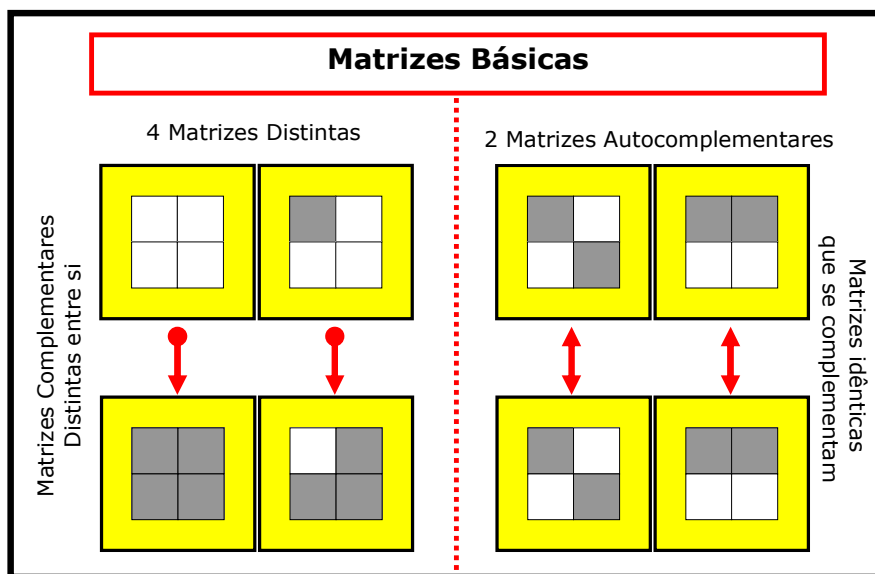
- ***Quarto Passo – Geração dos cartões que faltam:***

  Gerar os *cartões contendo as matrizes complementares* dos cartões básicos e duplicar os cartões autocomplementares para obter o conjunto total de cartões.

18.4.- Gerando Cartões com as Matrizes Axadrezadas

A seguir, para cada um dos casos: 2×2, 2×3 e 3×3, mostramos primeiramente o conjunto total de matrizes do tipo $m \times n$, para somente então mostrar como elas foram obtidas através da utilização dos quatro passos da heurística proposta por nós no item 24.3.

18.4.1.- Gerando As Matrizes 2×2

Há *seis matrizes axadrezadas* 2×2 *completamente distintas, a saber:* 2 matrizes básicas, 2 matrizes complementares a elas e 2 matrizes autocomplementares. Assim, o conjunto de todas as matrizes terá 8 elementos, assim distribuídos: 2 matrizes básicas mais suas 2 matrizes complementares; 2 matrizes autocomplementares e suas 2 duplicatas. Confira a seguir.

A seguir, vamos mostrar como foram obtidos os cartões acima, através da distribuição de celas em branco e celas veladas nos cartões 2 × 2, destacando-se o cartão e o seu complementar e justificando-se a duplicação dos cartões autocomplementares.

O que o leitor irá verificar no caso das matrizes 2 × 2 é que os cálculos não precisam ser feitos para n = 4 com p=4; p=3; p =2, p=1 e p=0, mas podem ser feitos somente para os seguintes valores de p: 4, 3 e 2, pois ao gerarmos a matrizes com 4 celas em branco, poderemos automaticamente gerar a sua matriz complementar, que terá todas as celas veladas; o mesmo pode ser feito com a matriz com 3 casas em branco e aquela que a complementa, com 3 celas veladas, e ainda teremos o caso em que para 2 casas em branco haverá uma matriz com duas celas veladas – são matrizes Autocomplementares.

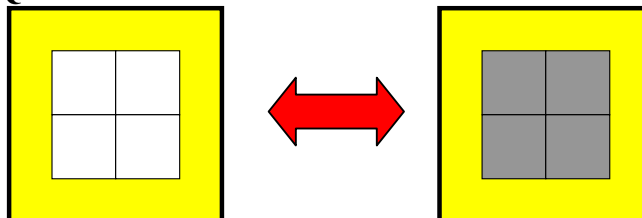
Vejamos tudo isto a seguir.

18.4.1.1.- Gerando os Cartões com 4 celas em branco × 4 celas veladas

Cálculo dos cartões básicos com 4 celas em branco: $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{4,4} = \dfrac{A_{4,4}}{P_4} = \dfrac{4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1} = 1$.

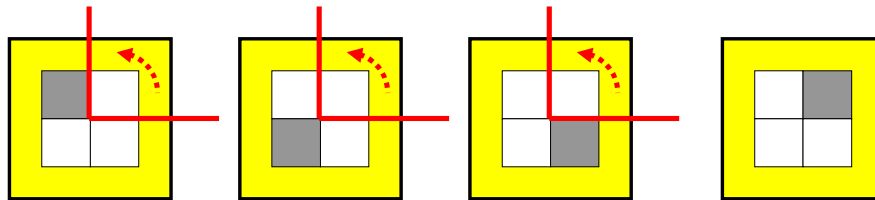
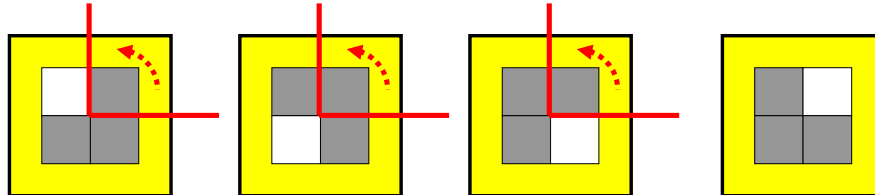
Note que este cartão tem multiplicidade 1 (vide acima: item 18.2.2.1.)

→ **NOTA IMPORTANTÍSSIMA:** *Note que não precisaremos calcular a quantidade de cartões com 4 celas veladas, bastando entender que ele é o cartão complementar daquele com 4 celas em branco. Assim, é imediato que nós já possamos gerar estes dois cartões distintos: um cartão básico e seu complementar, como mostrado na figura a seguir, ambos com multiplicidade 1.*

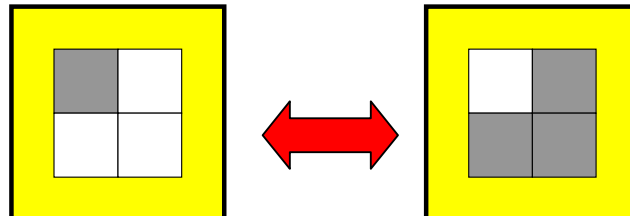
Quantidade de cartões utilizáveis: 2 cartões básicos.

18.4.1.2.- Gerando os Cartões com 3 celas em branco × 3 celas veladas

Cálculo dos cartões básicos com 3 celas em branco: $Q_{de\ cartões\ \text{básicos}} = C_{4,3} = \dfrac{A_{4,3}}{P_3} = \dfrac{4\times3\times2}{3\times2\times1} = 4$.

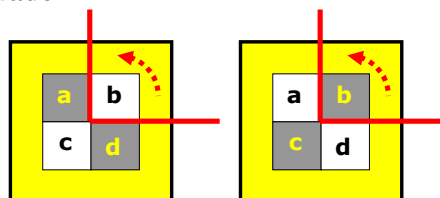
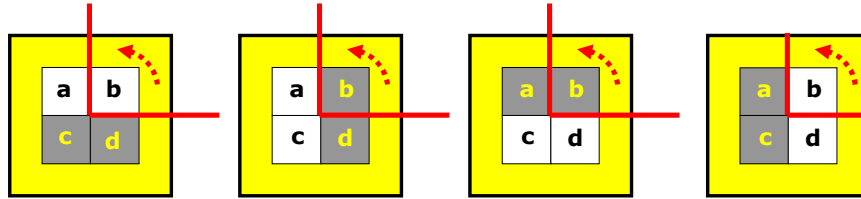
Neste cálculo está incluída a multiplicidade do cartão que é 4, ou seja, estes 4 cartões obtidos no

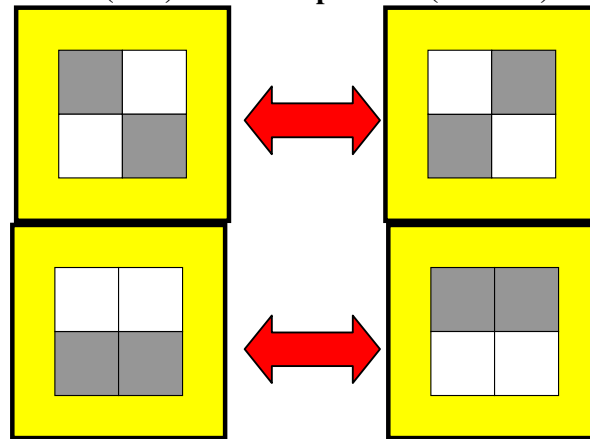
cálculo acima, são o mesmo cartão, bastando girá-lo a cada vez de 90º (veja figura a seguir). Por isto a quantidade final de cartões distintos é dada por: $Q_{cartões\ \text{distintos}} = \frac{4}{4} = 1$.

Os cartões complementares para cada uma das posições dadas acima podem ser conseguidos, também, por um único cartão girado de 90º a cada vez. Observe isto na figura a seguir.

Concluindo: o cálculo da quantidade de cartões básicos leva em conta a multiplicidade do cartão, assim precisamos eliminar esta multiplicidade, e a maneira de fazê-lo é através de uma divisão, ou seja, basta dividir a quantidade total de cartões pela sua multiplicidade.

Resultado final:
A partir de $Q_{\text{de cartões básicos}} = 4$, deveríamos ter 8 cartões contando-se os cartões e seus complementares, no entanto este valor deve ser dividido por 4, que é a multiplicidade tanto dos cartões com 3 celas em branco como os com 3 celas com veladuras.

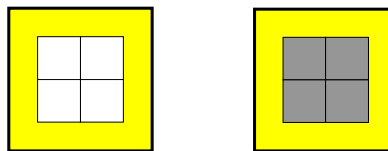
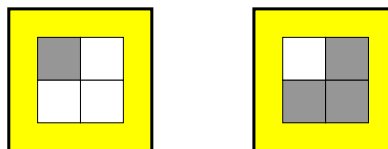
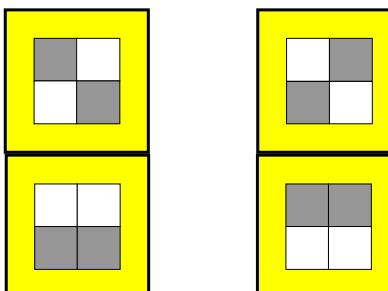
Quantidade de cartões utilizáveis: 2 cartões básicos

18.4.1.3.- Gerando os Cartões com 2 celas em branco × 2 celas veladas

Aqui temos: $Q_{\text{de cartões básicos}} = C_{4,2} = \frac{A_{4,2}}{P_2} = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ sendo que, estes 6 cartões, podem ser conseguidos apenas por 2 cartões bastando girá-lo a cada vez de 90º (veja figura a seguir).

Cartão com multiplicidade = 2

Cartão com multiplicidade = 4

Por isto a quantidade final de cartões é dada por: $Q_{\text{de cartões básicos}} = 2$. No entanto, por se tratarem de dois cartões autocomplementares, os seus complementares serão eles mesmo, isto implicará no seguinte: eles deverão ser reproduzidos duas vezes no conjunto de malhas axadrezadas 2 × 2, porque se isto não for feito eles ficarão sem cartões complementares naquele conjunto de cartões (naquele micromundo).

Quantidade de cartões básicos: 4 (quatro) cartões
- 2 (dois) cartões duplicados (confira!)

18.4.1.4.- Todas as Matrizes 2 X 2

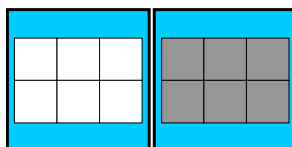
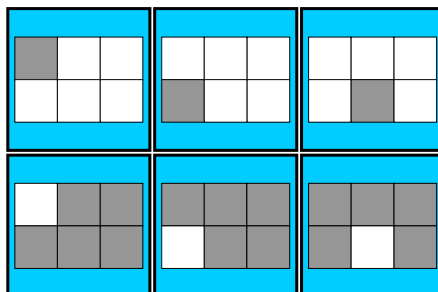
A seguir apresentamos o conjunto das 8 matrizes axadrezadas 2 × 2: 4 delas são Complementares Distintas e 4 delas Autocomplementares, sendo que estas últimas foram duplicadas.

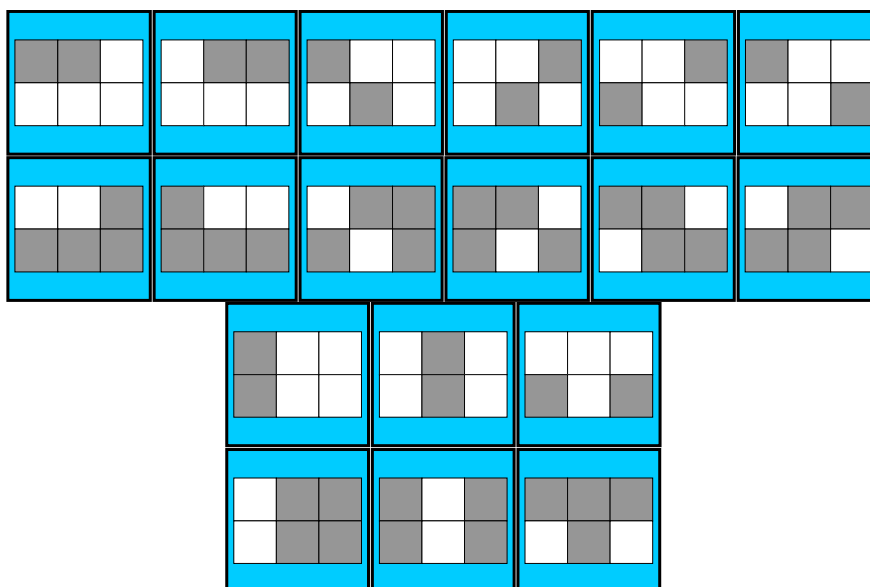
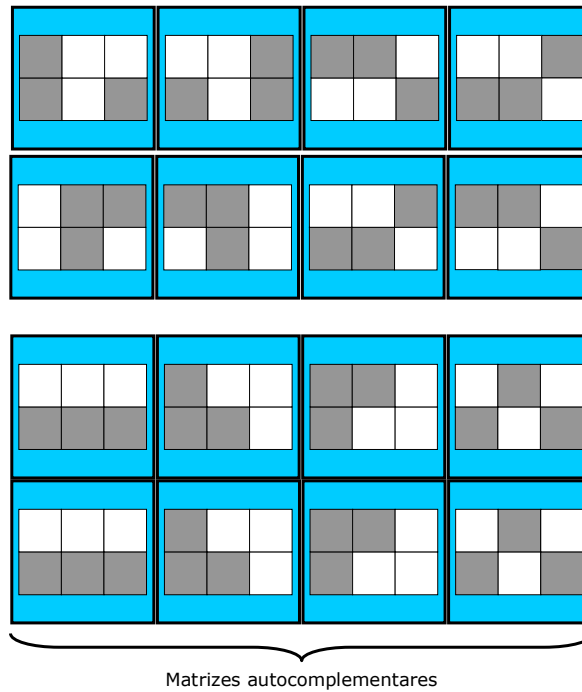
A) Cartões com 4 celas em branco × 4 celas veladas:

B) Cartões com 3 celas em branco × 3 celas veladas:

C) Cartões com 2 celas em branco × 2 celas veladas:

18.4.2.- As Matrizes 2 × 3

Há 42 (quarenta e duas) matrizes axadrezadas 2 × 3. Destas matrizes, 34 são ***Matrizes Axadrezadas Complementares Distintas*** e das 8 matrizes restantes, 4 são ***Matrizes Axadrezadas Autocomplementares***, ou como já se afirmou anteriormente, elas são complementadas por elas mesmas, e por isto, no conjunto dos cartões mostrado abaixo, elas aparecem duas vezes – são duplicadas (confira isto na última das figuras abaixo).

O método de obtenção deste conjunto de cartões – baseada no índice de multiplicidade dos cartões – será mostrada logo após.

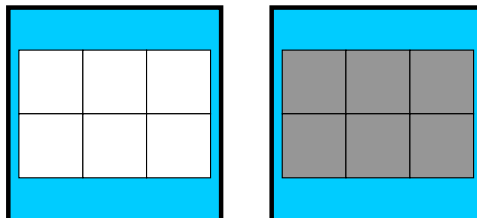
18.4.2.1.- Todas as Matrizes 2X3

A) Cartões com 6 celas em branco × 6 celas veladas

B) Cartões com 5 celas em branco × 5 celas veladas

C) Cartões com 4 celas em branco × 4 celas veladas

D) Cartões com 3 celas em branco × 3 celas veladas

Matrizes autocomplementares

A seguir vamos mostrar como foram obtidos os cartões acima através da distribuição de celas em branco e de celas veladas nos cartões básicos 2 × 3. Iremos gerar a partir destes, os seus respectivos cartões complementares, como fizemos para os cartões com malhas 2 × 2.
O leitor deve estar atento às figuras mostradas a seguir, onde o raciocínio e a ordenação do pensamento se fazem de formas variadas, no que tange à forma de apresentação dos cartões e dos seus complementares, bem como dos cartões autocomplementares.
Para facilitar, a classificação das matrizes quanto ao índice de multiplicidade observaremos a seguinte a distribuição das letras no seguinte modelo:

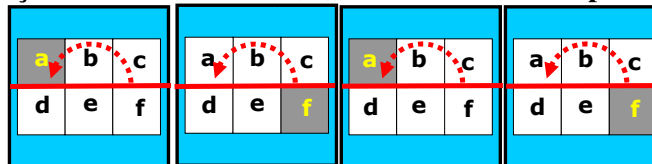
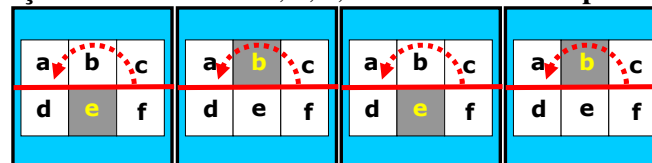
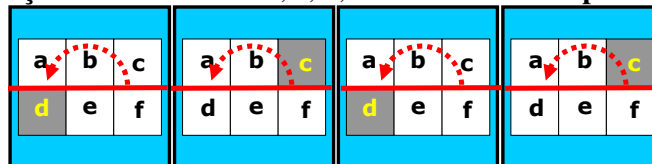
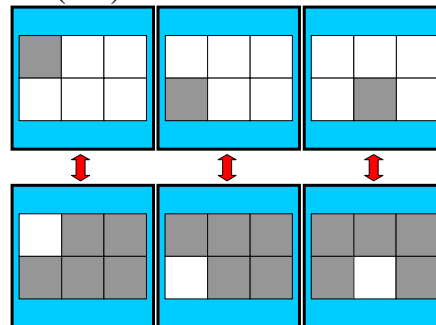
18.4.2.1.- Gerando os Cartões com 6 celas em branco × 6 celas veladas

Quantidade de Cartões: $Q_{\text{bruta de cartões}} = C_{6,6} = \dfrac{A_{6,6}}{P_6} = \dfrac{6\times5\times4\times3\times2\times1}{6\times5\times4\times3\times2\times1} = 1$.

Quantidade de cartões distintos: 2 (dois) cartões

18.4.2.2.- Gerando os Cartões com 5 celas em branco × 5 celas veladas

Quantidade de Cartões básicos: $Q_{\text{cartões básicos}} = C_{6,5} = \dfrac{A_{6,5}}{P_5} = \dfrac{6\times5\times4\times3\times2}{5\times4\times3\times2\times1} = 6$

Dentre estes 6 cartões, cada 2 destes cartões, são o mesmo cartão, bastando girá-lo a cada vez de 90º (veja as figuras a seguir), ou seja, os *índices de multiplicidade* de todas estas matrizes axadrezadas é igual a 2. Por isto a quantidade final de cartões é dada por: $Q_{\text{cartões básicos}} = \dfrac{6}{2} = 3$. Confira a seguir:

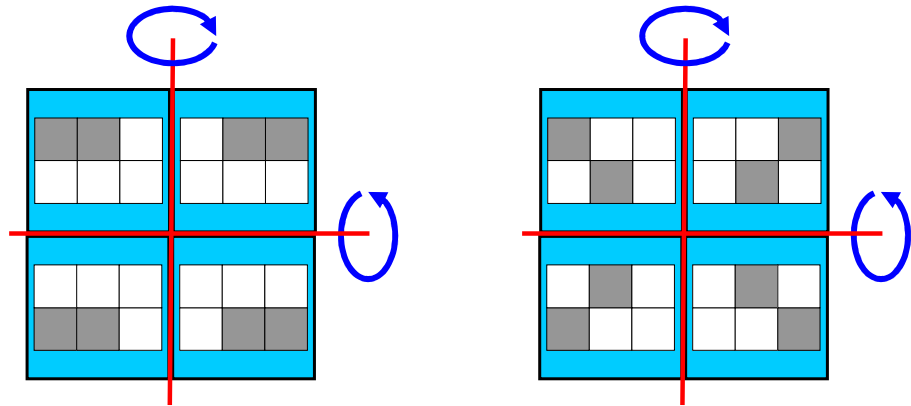
→ **Posições das veladura:** a, f, a, f - **índice de multiplicidade = 2**

→ **Posições das veladura:** e, b, e, b - **índice de multiplicidade = 2**

→ **Posições das veladura:** d, c, d, c - **índice de multiplicidade = 2**

Quantidade de cartões obtidos: 6 (seis) cartões – 3 cartões distintos e 3 complementares

18.4.2.3.- Gerando os Cartões com 4 celas em branco × 4 celas veladas

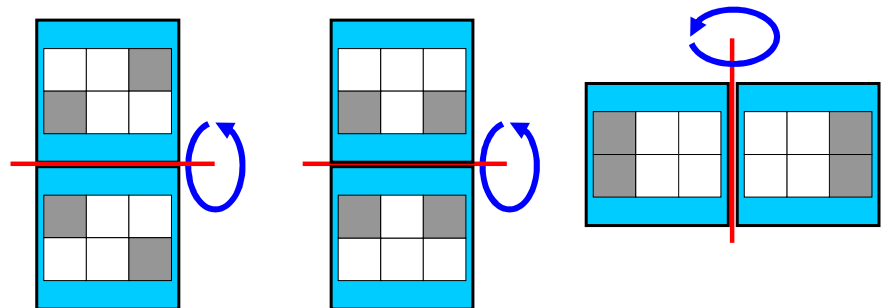
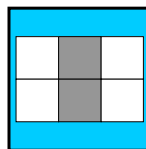
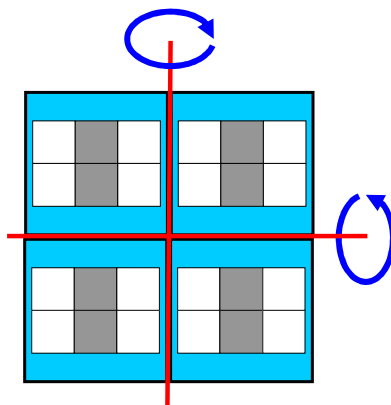
Aqui utilizaremos, de forma ordenada e rigorosa – passo a passo –, a heurística proposta no item 18.3, acima.

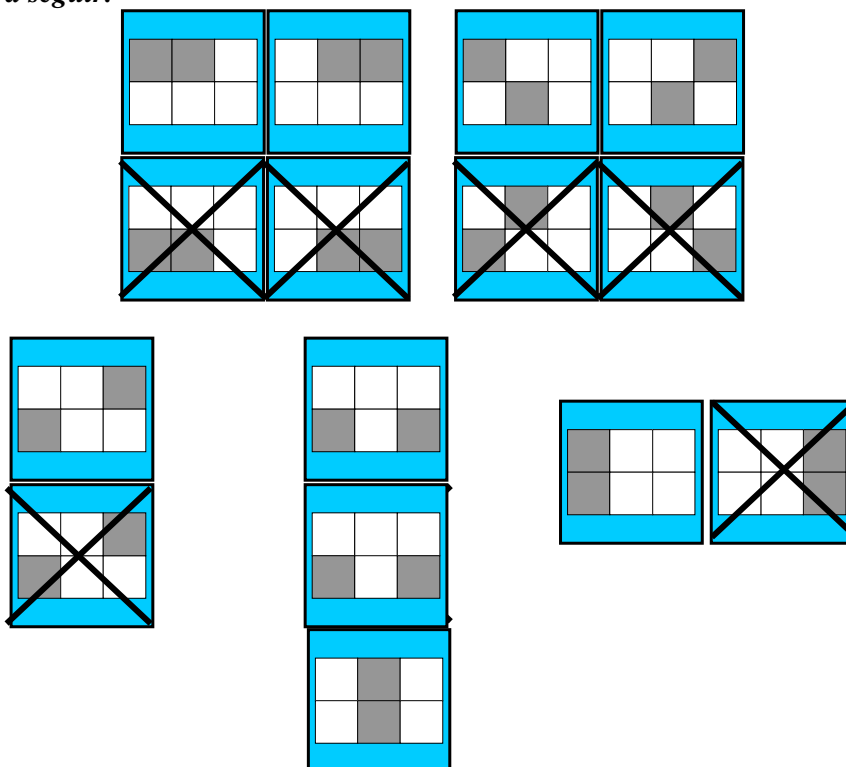
- ***Primeiro Passo:*** Calcular a quantidade bruta de cartões:

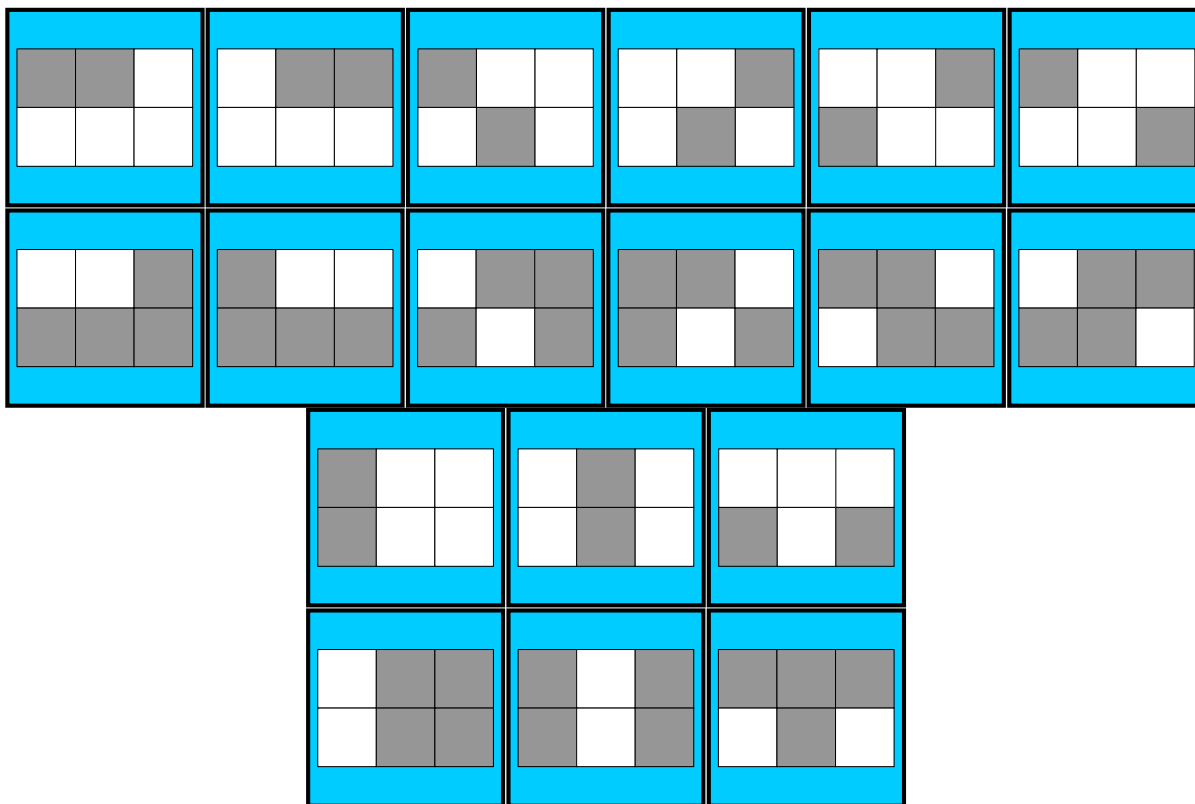
$$Q_{de\ cartões\ \text{básicos}} = C_{6,4} = \frac{A_{6,4}}{P_4} = \frac{6\times5\times4\times3}{4\times3\times2\times1} = 15$$

- ***Segundo Passo:*** Gerar, ***por tentativas***, estes 15 cartões:
    - Os 8 cartões mostrados na figura a seguir foram gerados por reflexão sobre um eixo vertical e sobre um eixo horizontal. ***Eles são 8 cartões distintos entre si, logo todos eles, bem como os seus complementares, deverão fazer parte do conjunto de cartões!***

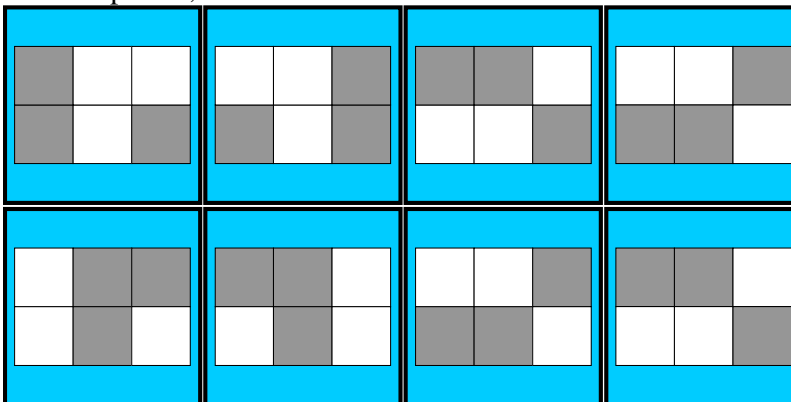
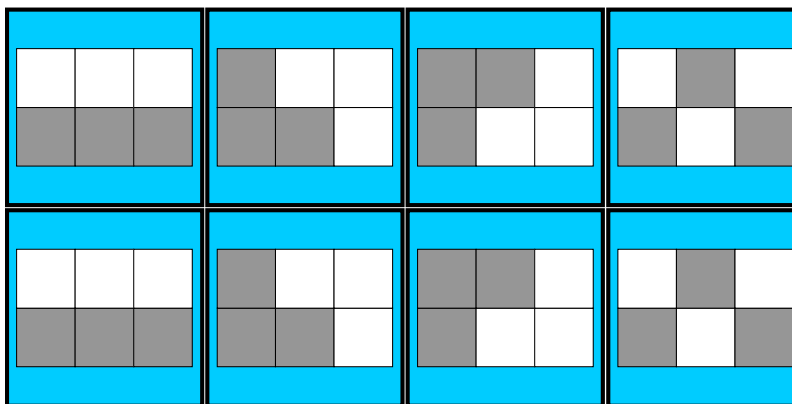
→***Note que todos eles têm índice de multiplicidade igual a 2.***

- Os 6 cartões mostrados nas duas figuras a seguir 4 deles foram gerados pela reflexão sobre um eixo horizontal, os outros 2 foram gerados pela reflexão sobre um eixo vertical. ***Eles são 6 cartões distintos entre si, logo todos eles, bem como os seus complementares, deverão fazer parte do conjunto de cartões!***

→***Aqui também todos eles terão um índice de multiplicidade igual a 2.***

- Para inteirar os 15 cartões, só falta um deles. Veja-o a seguir.

- No entanto, pode-se verificar que ele, refletido horizontalmente ou verticalmente, acabará sempre sendo o mesmo. Ele é destes, o único cartão que apresenta uma matriz de índice de multiplicidade 1.

- ***Terceiro Passo:*** Eliminar os cartões idênticos, deixando apenas os cartões básicos:

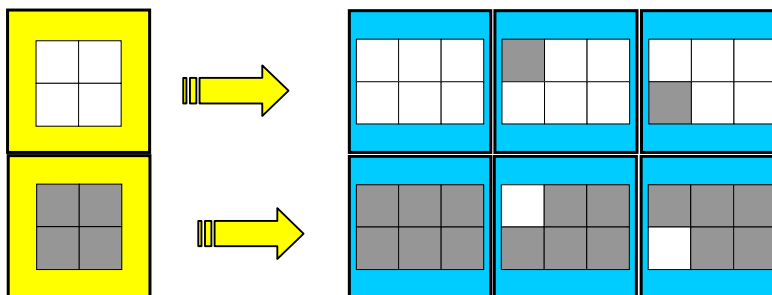
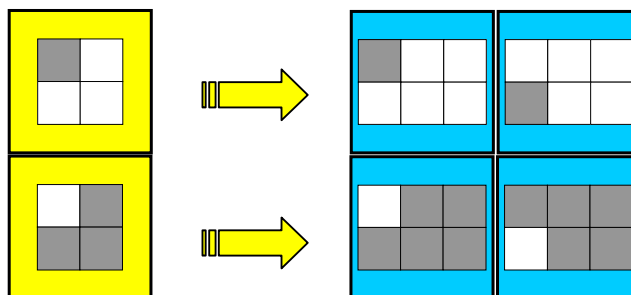
Neste caso devemos eliminar um dos cartões cujo índice de multiplicidade é 2, conforme mostramos a seguir.

Observação: esta eliminação deixou de resto apenas 9 cartões distintos.

- ***Quarto Passo:*** gerar os cartões complementares:

18.4.2.4.- Gerando os Cartões com 3 celas em branco × 3 celas veladas

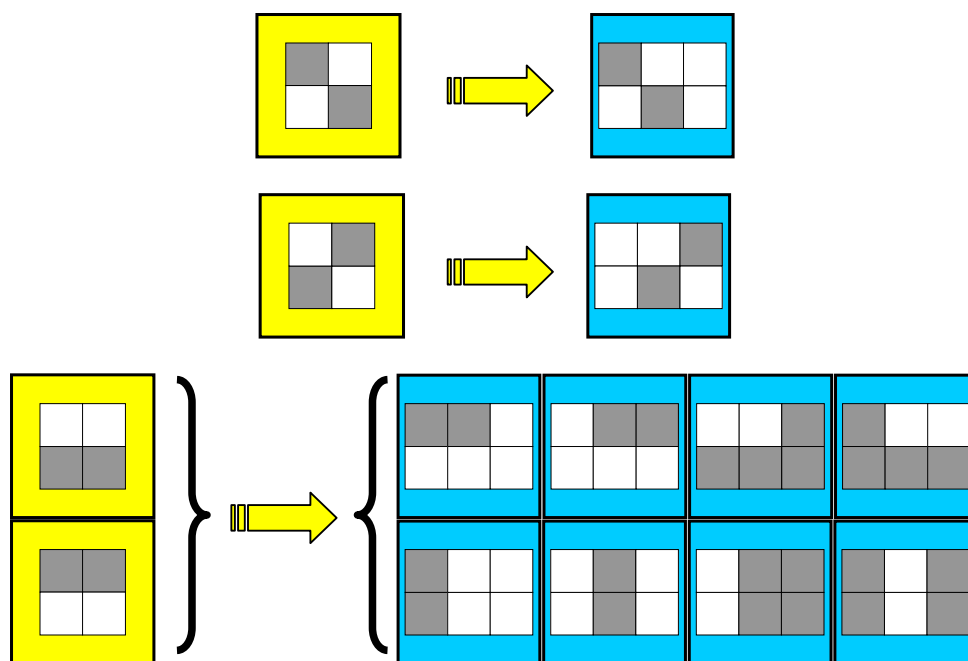
Primeiro Passo: Calcular a quantidade bruta de cartões: $Q_{de\ cartões\ \text{básicos}} = C_{6,3} = \dfrac{A_{6,3}}{P_3} = \dfrac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$.

Segundo,Terceiro e Quarto Passos: Gerar, por tentativas, estes 20 cartões *e escolher apenas os cartões distintos*. *G*erar os cartões Complementares Distintos e duplicar os Autocomplementares. Considerados todos estes passos, obteremos:

Os 4 primeiros cartões são de ***Matrizes Complementares*** que exigiram a geração de matrizes que os complementem.

Estes 4 últimos, são cartões com ***Matrizes Autocomplementares*** e foram duplicados. Verifique isto voltando ao item 18.4.2.- D!

18.4.3.- Encaixando Matrizes 2X2 em Matrizes 3X3

Um dos jogos que proporemos utilizando as *Matrizes Axadrezadas* é o jogo da inserção de matrizes umas nas outras: quais das matrizes 2×2 são encaixáveis nas matrizes 2×3 e, destas quais as encaixáveis nas matrizes 3×3. Vamos verificar a seguir como isto para as matrizes 2×2 e 2×3, a seguir.
A nossa intenção é mostrar pelo método da exaustão (é um método de prova) que ***é possível encaixar todas as matrizes 2×2 em matrizes 3×3***. Assim, nós tomaremos ***todas*** as 8 matrizes distintas 2×2, para encaixa-las nas matrizes 2×3. Para isto não necessitamos tomar todas as matrizes 2×3, mas tão somente 20 daquelas matrizes (dentre as 42 matrizes 2×3), o que se mostrou suficiente para o nosso intento. Cremos que fica implícito que há ainda muitas outras possibilidades de encaixes de matrizes 2×2 nas matrizes 2×3.

1º Caso:

2º Caso:

3º Caso:

18.4.3.1.- Um Jogo Para o Pensamento Lógico

Propomos aqui, para o leitor mais dedicado, um Jogo Para o Pensamento Lógico:

- Imprima, plastifique e recorte todas as matrizes 2×2 e 2×3 que são encontradas na pasta do JLOGC#18 no CD-R que acompanha este livro;
- Imprima o conteúdo das páginas referentes ao item 18.4.2.1. (paginas que contém as matrizes 2 × 3) – que estão no CD-R;
- No conjunto de todas as matrizes 2×2, escolha as 6 matrizes que são distintas entre si (descarte cada uma das matrizes autocompementares que aparecem duplicadas);
- Tente 'inserir' cada uma das 6 matrizes 2×2, uma de cada vez, em todas as matrizes 2×3, classificando estas matrizes como possíveis e impossíveis quanto à inserção.

18.5.- As Matrizes 3 X 3

A geração de todo o conjunto de matrizes 3×3 é uma tarefa monumental. Os cálculos a seguir mostram a dificuldade de resolver este problema.

- $Q_{de\ cartões\ \text{básicos}} = C_{9,9} = 1;$
- $Q_{de\ \text{cartões básicos}} = C_{9,8} = 9;$
- $Q_{\text{de}\ cartões\ \text{básicos}} = C_{9,7} = 36;$
- $Q_{\text{de}\ cartões\ \text{básicos}} = C_{9,6} = 84;$
- $\underline{Q_{\text{de}\ cartões\ \text{básicos}} = C_{9,5} = 126};$

$$Total\,/\,Q_{\text{de}\ cartões\ \text{básicos}} = 1 + 9 + 36 + 84 + 126 = 256$$

Vamos supor que estes 256 cartões a serem gerados sejam todos eles de multiplicidade 4. Dividindo-se o número 256 por 4 iremos obter a quantidade de cartões distintos entre si. Considerando que esta matriz tem 9 celas, não haverá a ocorrência de matrizes Autocomplementares (veja a justificativa no item 18.2.1.1., acima), e considerando que dos cartões com 5 celas em branco sairão os cartões com 4 celas em branco, que são cartões a eles

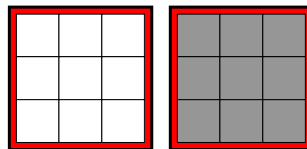
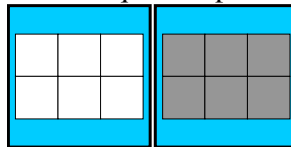
complementares, cujo cálculo seria dado por $Q_{\text{de } cartões \text{ básicos}} = C_{9,4} = 126$, mas que não deve ser incluído na nova soma que faremos envolvendo os cartões básicos e os seus complementares, teremos:

$$Total\,/\,Q_{\text{de } cartões \text{ básicos } 3X3} = 1+1+9+9+36+36+84+84+126 = 366 .$$

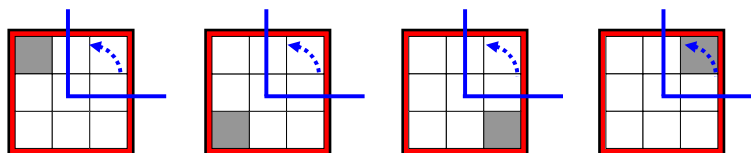
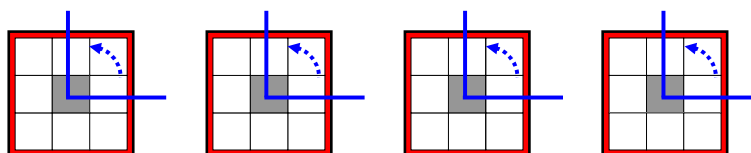
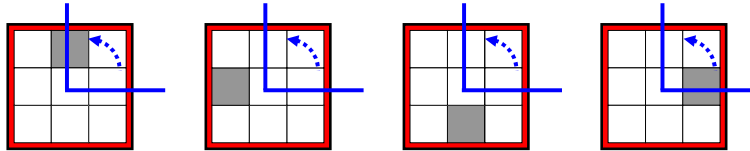
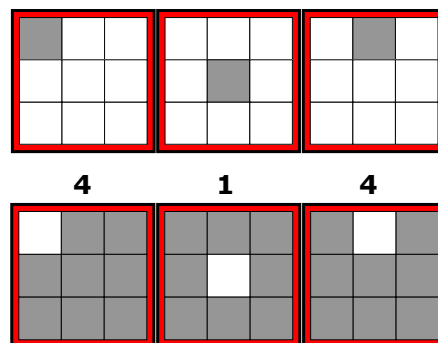
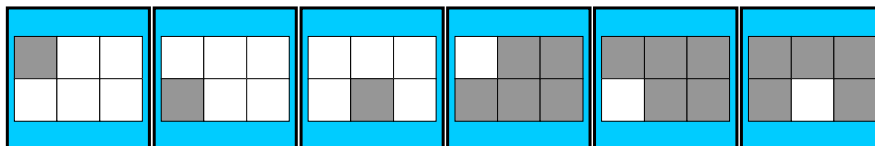
Dividindo-se 366 por 4 iremos obter '91,5' , ou seja, 91 cartões de multiplicidade 4 e pelo menos 1 de multiplicidade 2. Ora, o leitor irá ver a seguir que foram gerados mais do que simplesmente 1 cartão de multiplicidade 2, assim, não estaria errado estimarmos a quantidade de cartões constantes do Micromundo das Matrizes Axadrezadas 3×3 exatamente distintos, como sendo bem mais do que 100.

Na verdade ao final do processo de geração de cartões veremos que a quantidade exata de cartões é: 138 (cento e trinta e oito).

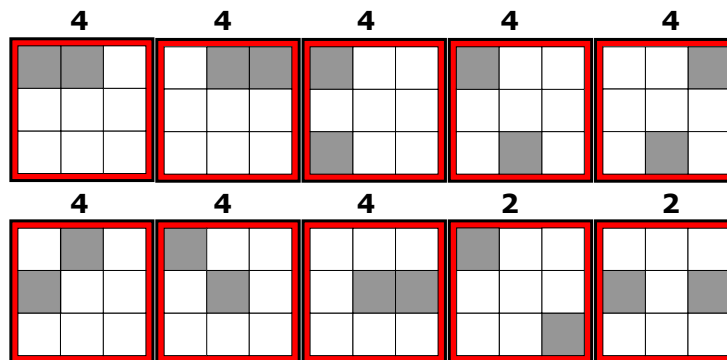
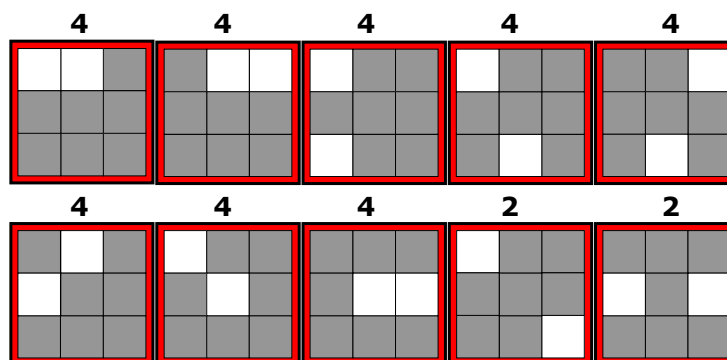
18.5.1.- Figuras Complementares: 9 celas em branco × 9 celas veladas

A partir do cálculo: $Q_{de\ cartões \text{ básicos}} = C_{9,9} = 1$, é muito fácil a obtenção da matriz básica e da sua matriz complementar.

A idéia de tentar incluir as matrizes 2×3 nestas duas matrizes 3×3, ou seja, verificar quais das seguintes matrizes são subconjuntos, respectivamente de cada uma daquelas outras, parece que está dando certo! Mas é bom que o leitor verifique isto por si mesmo.

18.5.2.- Figuras Complementares: 8 celas em branco × 8 celas veladas

Das 9 matrizes que deveriam satisfazer ao cálculo: $Q_{de\, cartões \text{ básicos}} = C_{9,8} = 9$, apenas 3 delas, como mostra a figura a seguir, apresentam-se com veladuras que podem ocupar, respectivamente, na medida em que se gira a figura de 90º: 4, 1 e 4 posições, o que é o bastante para satisfazer o valor calculado, ou seja, $Q_{de\, cartões \text{ básicos}} = 9$.

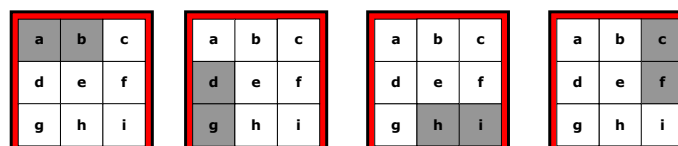
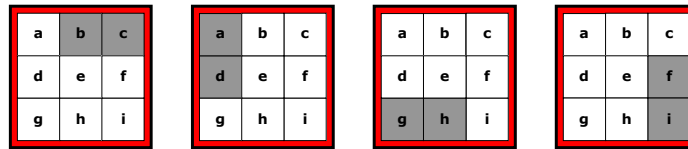
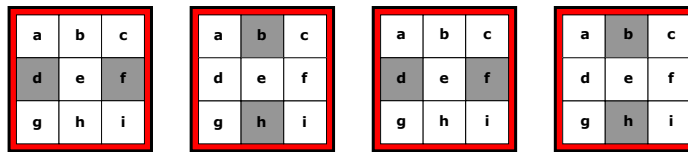
- Uma *mesma matriz cuja veladura pode 'aparecer' em 4 posições distintas* ao se girar o cartão de 90º:

- Uma matriz cuja veladura *'só pode aparecer em uma única posição'* mesmo que o cartão seja girado várias vezes de 90º:

- Uma *mesma matriz cuja veladura pode 'aparecer' em 4 posições distintas* ao se girar o cartão de 90º:

A seguir são apresentadas os cartões contendo as matrizes básicas com 8 celas em branco e suas complementares com 8 celas veladas. Os números alocados abaixo de cada uma das matrizes básicas e acima de suas complementares indicam a multiplicidade de cada uma delas, de acordo com o que foi dito e mostrado logo acima. Estes valores, como se sabe (vide item 18.2.2.) são denominados *índice de multiplicidade da matriz*.

Por sorte, a nossa técnica de tentar incluir as matrizes 2×3 nestas seis matrizes, parece que continua a dar certo! O leitor deve conferir isto utilizando os conjuntos de matrizes abaixo.

18.5.3.- Gerando os Cartões com 7 celas em branco × 7 celas veladas

Verifique na figura a seguir, que ao adicionarmos os índices de multiplicidade de cada uma das matrizes a seguir, anotados acima das mesmas, se consegue obter o valor 36, que é o exato valor fornecido pelo cálculo: $Q_{cartões\ \text{básicos}} = C_{9,7} = 36$.

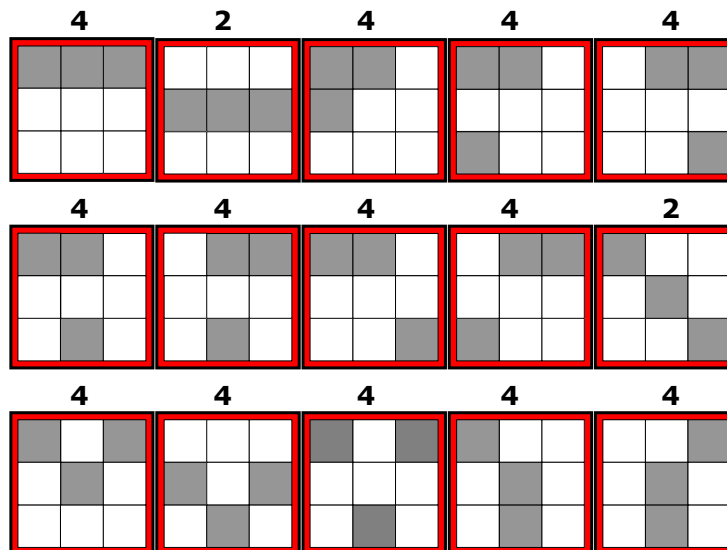
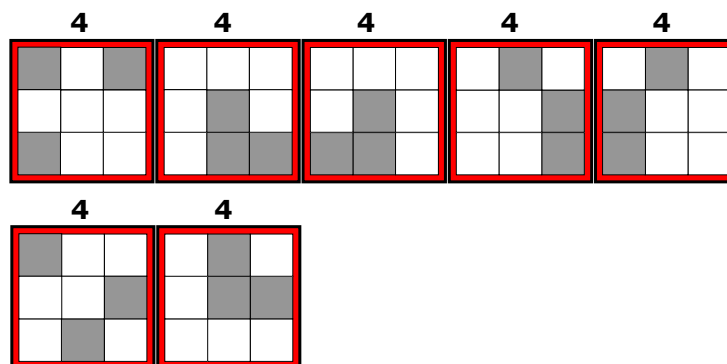
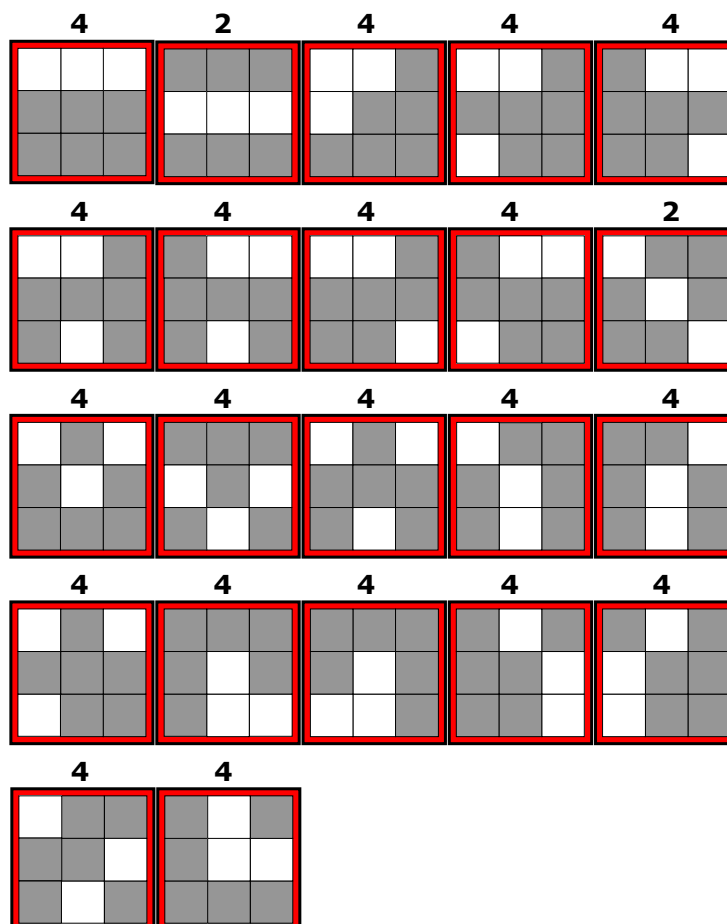
- **7 celas em branco – 10 matrizes**

- **7 celas em cinza – 10 matrizes**

18.5.4.- Técnica de Cálculo do Índice de Multiplicidade em Matrizes 3X3

Acreditamos que a estratégia de geração dos cartões contendo matrizes 3×3, a partir daqui, deva ser auxiliado por outro artifício que irá se mostrar bastante útil. Vamos calcular o índice de multiplicidade das matrizes 3×3, adotando a seguinte a distribuição de letras na matriz.

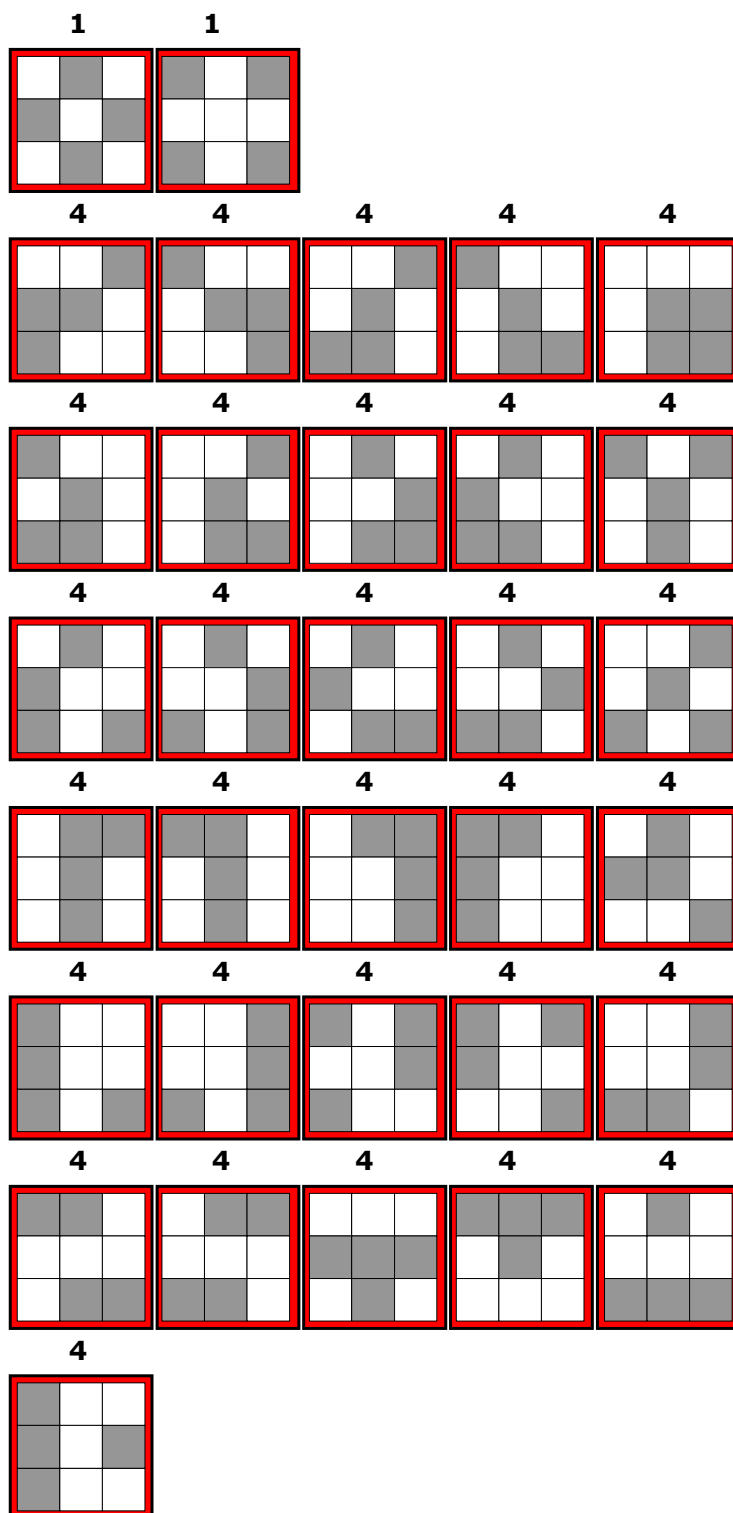
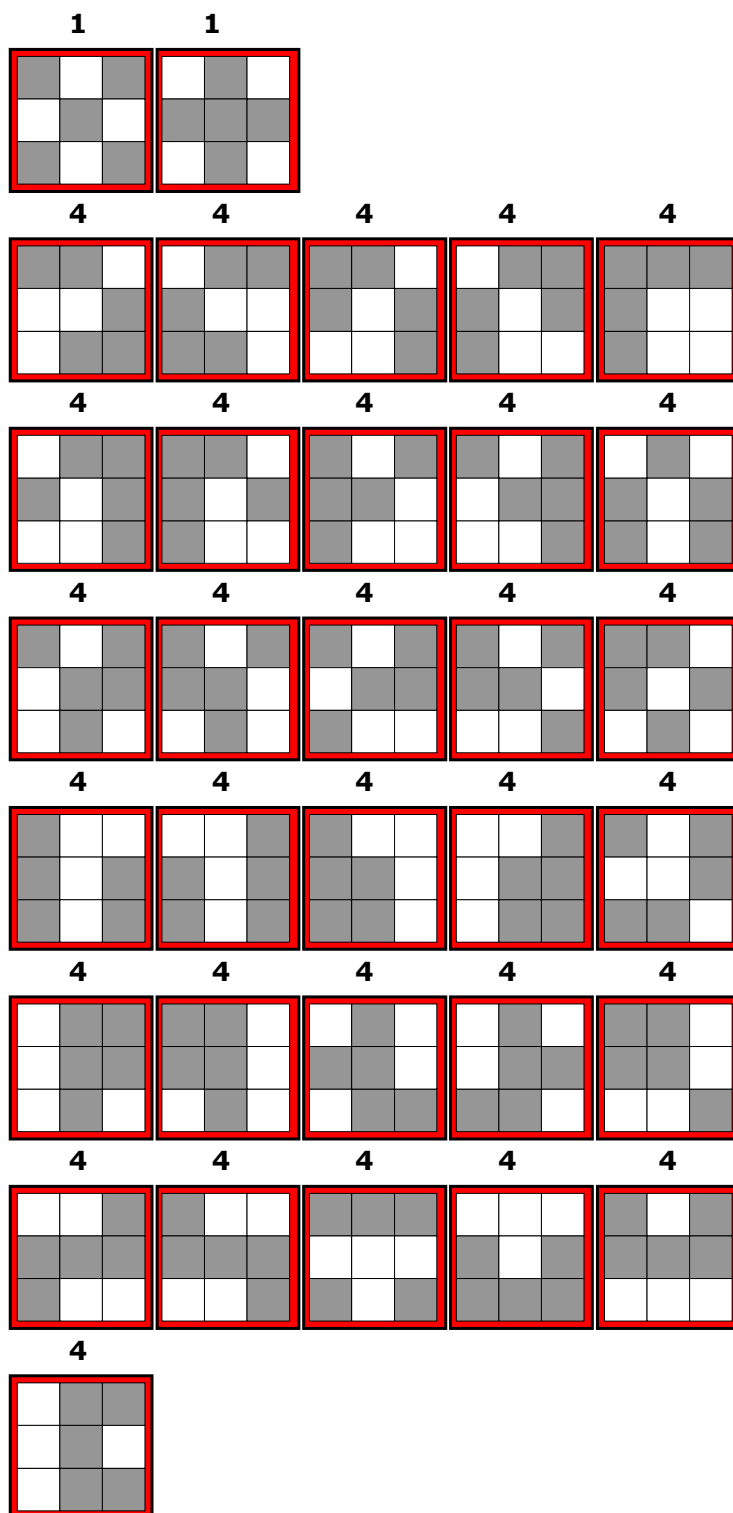
Mantendo fixa a disposição das letras, ao deslocarmos somente as veladuras através de giros de um ângulo de 90º poderemos verificar com facilidade o valor do índice de multiplicidade da matriz. Veja a seguir três exemplos onde mostramos como validar os índices de multiplicidade com o uso desta técnica, com matrizes básicas 3×3, que têm 7 celas em branco, escolhidas dentre as 10 matrizes mostradas anteriormente.

- Na matriz abaixo *as veladuras podem 'aparecer' em quatro 4 posições distintas* ao se girar a matriz de 90º:

- Nesta outra matriz – distinta da anterior (verifique!) – *as veladuras podem 'aparecer' em 4 posições distintas* ao se girar o cartão de 90º:

- Nesta outra *matriz as veladuras podem 'aparecer' em somente em 2 posições distintas* ao se girar o cartão de 90º:

18.5.5.- Gerando os Cartões com 6 celas em branco × 6 celas veladas

Temos agora o nosso primeiro problema na geração das nossas matrizes 3×3 com 6 celas em branco que é a quantidade de elementos dado pelo cálculo: $Q_{cartões\ \text{básicos}} = C_{9,6} = 84$. O número 84 é divisível por 4, resultando 21, o que significa que teremos pelo menos 21 matrizes, isto se todas elas tiverem como índice de multiplicidade o valor 4.

- **6 celas em branco – 22 matrizes (soma das multiplicidades = 84)**

- **6 celas em cinza – 22 matrizes (soma das multiplicidades = 84)**

18.5.6.- Gerando os Cartões com 5 celas em branco × 5 celas veladas

Temos aqui que $Q_{\text{de } \textit{cartões} \text{ básicos}} = C_{9,5} = 126$, onde os cartões distintos entre os 126 gerados, como se verá adiante serão obtidos calculando-se 126 :4 = 31,5, sendo que 2 deles terão matrizes de multiplicidade 1 e os demais 31 apresentarão matrizes com multiplicidade 4.

- **5 celas em branco – 33 matrizes (soma das multiplicidades = 126)**

2. O Jogo da Complementação;
3. O Jogo das Identidades;
4. O Jogo da Inclusão;
5. O Dominó das Diferenças.

18.6.1.- Jogos Livres ou Jogo das Descobertas – Cartões Azuis

Deve-se iniciar este jogo com a exploração dos 42 cartões que possuem os fundos azuis. Neste jogo espera-se que os jogadores descubram muitos dos atributos destas matrizes, tais como:

- A quantidade de veladuras – onde se descobre, nas matrizes 2×3, a existência de 1, 2, 3, 4, 5, 6 ou nenhuma cela com veladuras.
- A quantidade de veladuras versus a quantidade de celas em branco.
- Os cartões cujas matrizes são complementares uma com relação à outra – são matrizes complementares, cujas veladuras se complementam mostrando 6 veladuras quando compostas.
- Os cartões simétricos – aqueles que apesar de se apresentarem com as mesmas quantidades de veladuras e serem muito semelhantes, apresentam disposições de veladuras que são imagens espelhadas uma das outras.
- Os cartões Complementares e Autocomplementares.

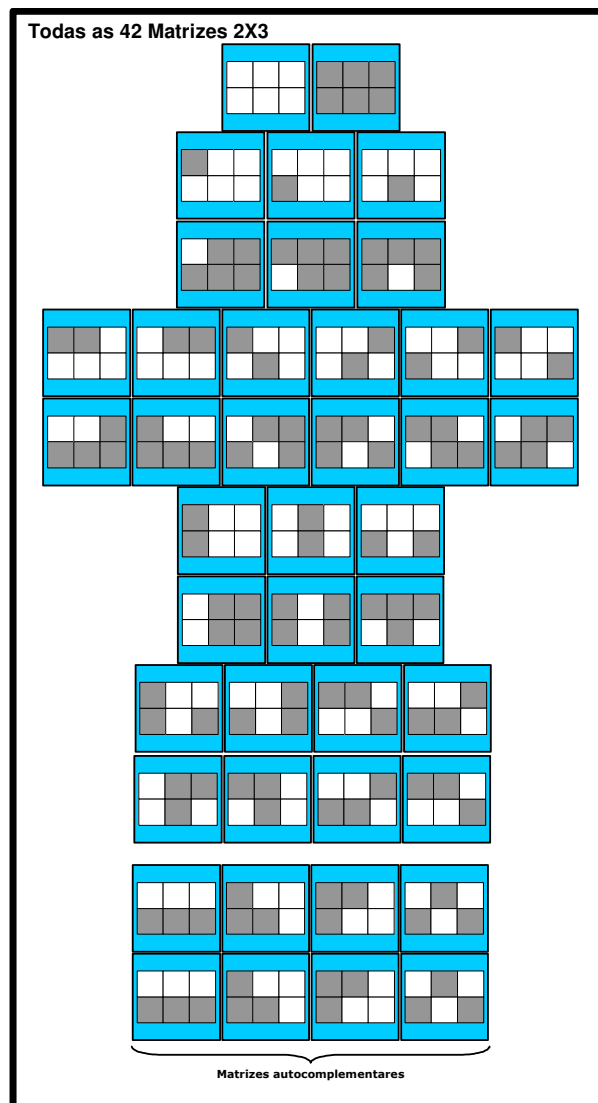
18.6.1.1.- Observações

O aplicador, quando necessário, deve ajudar os jogadores nesta exploração, chamando a atenção para aqueles atributos que eles ainda não descobriram.

18.6.2.- Jogos Livres ou Jogo das Descobertas – Todos os Cartões

Os mesmos passos do Jogo Exploratório feito com os cartões azuis (42 cartões) devem agora ser estendidos aos outros dois tipos de cartões: os cartões de fundo amarelo (8 cartões) e aos cartões de fundo vermelho (138 cartões).

18.6.2.- Jogo da Complementação

Este é um jogo para dois jogadores. Deve-se utilizar numa primeira fase os cartões azuis até que todos entendam bem as regras do jogo, para somente então substituir-se os cartões azuis pelos vermelhos. Deve-se analisar detidamente o conjunto de 42 cartões apresentados na seguinte figura, que poderá ser impressa a partir do CD-R que acompanha o livro, com a finalidade de se verificar quais são os cartões complementares e os autocomplementares.

As regras do *Jogo da Complementação* são as seguintes:

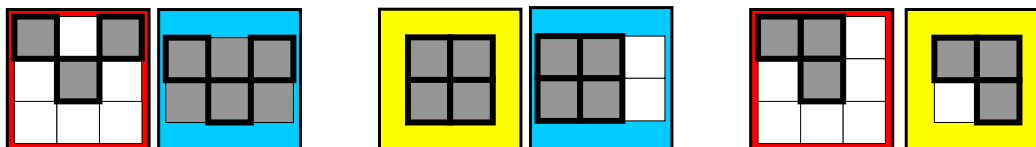
- Embaralhar bem os 42 cartões azuis e distribuir de 6 a 8 cartões para cada jogador;
- Os cartões restantes devem ser alocados sobre a mesa do jogo em dois 'montes' (dois 'mortos' com as faces (as matrizes) voltadas para cima;
- Cada jogador deve agrupar à sua frente os cartões complementares ou autocomplementares que ele conseguiu emparelhar;
- Os jogadores, cada um na sua vez de jogar, devem comprar um cartão: ou dentre aqueles descartados que estão sobre o centro da mesa ou de um dos mortos; devendo em seguida descartar um de seus cartões;
- A partida termina quando um dos jogadores 'bater', isto é, descartar a sua última carta ou não tiver mais nenhuma carta para descartar.
- Ganha o jogador que conseguiu emparelhar o maior número de cartões.

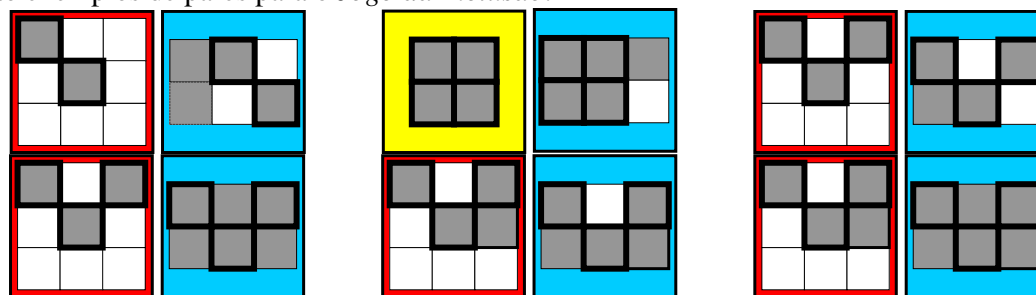
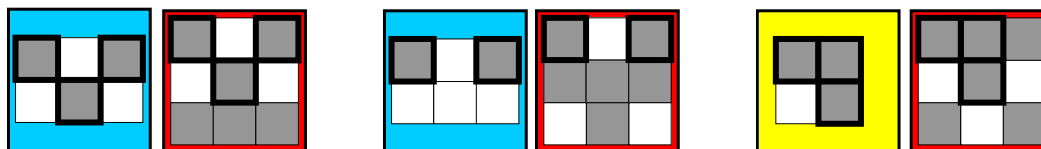
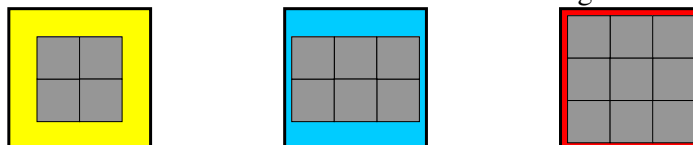
18.6.2.1.- Observações

No caso do jogo ser realizado com os cartões vermelhos (138 cartões) a quantidade de jogadores poderá passar de dois para até seis jogadores.

18.6.3.- Jogo da Identidade

Joga-se aqui com todos os cartões – os amarelos, os azuis e os vermelhos. Os jogadores seguem as mesmas regras do jogo anterior, o *Jogo da Complementação,* somente que:

- Após embaralhar os 192 cartões, deve-se distribuir de 10 a 12 cartões para cada jogador;
- Cada uma das figuras veladas de uma matriz deve ser exatamente a contida na outra matriz, para que elas possam ser consideradas como um par, ou seja, uma matriz deve ter uma figura que se encaixa exatamente sobre a figura da outra matriz.

18.6.4.- Jogo da Inclusão

Os pares de dominós que possuem veladuras idênticas deverão naturalmente ser computados como pares de dominós em que o conjunto de veladuras esteja contido no outro, ou seja, duas veladuras idênticas estarão contidas um na outra. Assim, todos os exemplos dados acima para o *Jogo da Identidade* são exemplos de pares para o *Jogo da Inclusão*.

Cabe aqui a observação de que as matrizes mostradas a seguir são 'matrizes-coringa' no *Jogo da Inclusão*. Todas as matrizes amarelas estão incluídas em qualquer uma das duas seguintes; todas as matrizes azuis estarão incluídas na matriz-coringa azul e na matriz-coringa vermelha mostradas abaixo; todas as matrizes vermelhas estarão contidas na matriz-coringa vermelha.

18.6.5.- Dominó das Diferenças – Algumas Sugestões

O Dominó das Diferenças é um jogo que vem sendo apresentado em vários dos JLOG deste livro. Por isto deixamos aos leitores a preocupação de estabelecer o que seja uma, duas, três diferenças ou mais entre uma matriz axadrezada e outra, bem como deixamos a responsabilidade de verificar as possibilidades e os limites quando se joga com matrizes axadrezadas.
Sugerimos que este jogo seja inicialmente tentado com matrizes de um mesmo tipo – se necessário imprimindo o conjunto de matrizes, duas ou mais vezes –, para somente então fazê-lo com dois conjuntos de tipos distintos de matriz:

- 2×2 e 2×3;
- 2×2 e 3×3;
- 2×3 e 3×3,

Pode-se tentar ainda jogar-se com os três tipos de matrizes, o que seria quase impossível pela quantidade de peças envolvidas no jogo. Para contornar o problema da quantidade de matrizes envolvidas no jogo, pode-se previamente estabelecer uma quantidade limite de matrizes de cada tipo a serem utilizadas naquela partida: 8 matrizes de cada tipo escolhidas aleatoriamente.

Outra idéia é o jogo do Dominó das Diferenças em que as diferenças de uma matriz axadrezada para outra seja decidida pelo lançamento de um dado: tetraédrico; hexagonal; ocotogonal; dodecagonal ou icosagonal, que possuem respectivamente: 4, 6, 8, 12 ou 20 faces.

Note que tudo isto se apresenta como um vasto campo experimental que deve ser tomado como um excelente Jogo Para o Pensamento Lógico-Matemático em que deve-se procurar descobrir as possibilidades e impossibilidades. Mãos à obra.

JLOGC#19 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 19

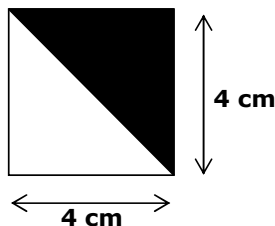
A GESTALT E OS CARTÕES GESTÁLTICOS

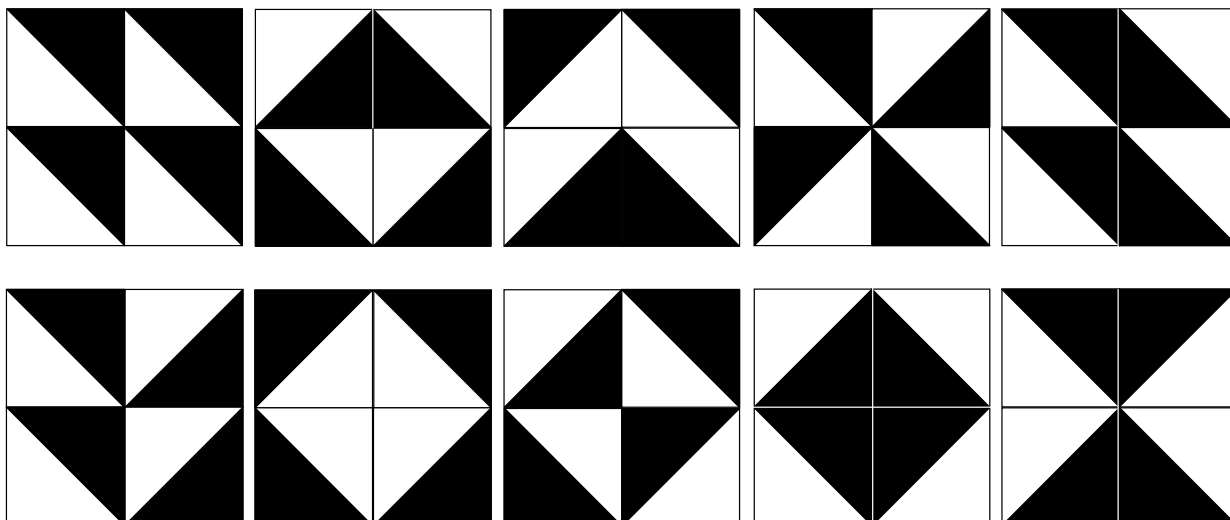
A Gestalt é uma Teoria Psicológica cujas concepções se ampliaram para dar origem, no campo da filosofia, à Teoria da Forma. O conceito de gestalt ('boa forma') e o de insight ('iluminação súbita') são aqui abordados. A partir de cartões logicamente neutros e idênticos – denominados cartões gestálticos –, são dados alguns exemplos de conjuntos 'bem formados' (gestalts) obtidos pela justaposição destes cartões. O leitor ainda será convidado a empreender jogos de paciência, utilizando vários modelos de cartões gestálticos, a fim escolher a melhor gestalt dentre as que ele mesmo produziu.

19.1.- Os Cartões Gestálticos

A palavra 'gestalt' (pronunciar: '*gues-tal-te*') é de origem alemã podendo ser traduzida como 'forma', 'formato' ou 'configuração', mas um significado melhor para esta palavra seria conseguido ao adotarmos com o significado de 'boa-forma'. Esta idéia, a de uma 'boa forma', será conseguida por elementos isolados, sem características marcantes, que quando agrupados, passam a fornecer uma 'boa forma' ou uma forma 'esteticamente sensível', como se verá em vários exemplos a seguir. Os elementos isolados que poderão ser agrupados visando à obtenção de 'boas formas' fazem parte de um conjunto de cartões, todos idênticos entre si – denominados *cartões gestálticos,*
Os cartões gestálticos são cartões logicamente neutros, mas que permitem, ao serem agrupados convenientemente, a obtenção de 'configurações' que nos causa uma 'boa impressão estética', como será mostrado nos exemplos a seguir.

19.1.1.- Exemplos de 'Configurações' Esteticamente Interessantes

O cartão a seguir, medindo 4cm × 4cm é um dos muitos modelos de cartão gestáltico possíveis – o leitor interessado encontrará no final deste texto uma série de outros modelos de *cartões gestálticos*.

Note que este cartão pode ser classificado como sendo um cartão logicamente neutro. Utilizando quatro destes cartões, iremos mostrar a seguir, alguns dos possíveis agrupamentos de cartões gestálticos (matrizes gestálticas 2×2), que passam a se constituir 'configurações' com 'algum' tipo de significado estético[13].

[13] Estética: estudo racional do belo, tanto quanto à possibilidade da sua conceituação, quanto à diversidade de emoções e sentimentos que ele suscita no ser humano. Segundo o criador do termo, o filósofo alemão Alexander Baumgarten (1714-1762), *ciência das faculdades sensitivas humanas*, investigadas em sua função cognitiva particular, que tem a finalidade de captar a beleza das formas sensíveis ou artísticas. (Adaptado dos Dicionários Aurélio e Houaiss)

18.2.- Sobre a Teoria da Gestalt

A Teoria da Gestalt, formulada no final do século XIX na Alemanha e na Áustria, é uma teoria psicológica concebida pelos psicólogos alemães Max Wertheimer (1880-1943), Kurt Koffka (1886-1941) e Wolfgang Köhler (1887-1967). A Gestalt foi concebida como sendo um protesto contra a concepção de se analisar as experiências humanas de forma atomística ou pontual, ou seja, pela divisão do todo em partes.

A Teoria da Gestalt propunha que uma análise das partes, em separado, nunca poderia proporcionar a compreensão do todo, uma vez que o todo é definido pela interação e interdependência entre as partes. Para os gestaltistas, as partes de uma *gestalt* (uma 'boa forma') não mantêm sua identidade, quando estão separadas do contexto, bem como de sua função naquele todo. Isto é bem visível nos exemplos acima apresentados.

Assim é que, a Gestalt é uma teoria que considera os fenômenos psicológicos como totalidades organizadas, indivisíveis, articuladas, isto é, como conjuntos constituídos por unidades autônomas, mas dotadas quando agrupadas, de coesão e capazes de suscitar percepções ou sensações estéticas. Inicialmente, uma teoria psicológica, a *Gestalt* extrapolou esta área a ponto de ser também considerada uma filosofia quando, então, é chamada *Teoria da Forma*.

19.2.1.- O Insight

Vejamos como esta idéia, a de *insight* aparece definida em dois importantes dicionários:

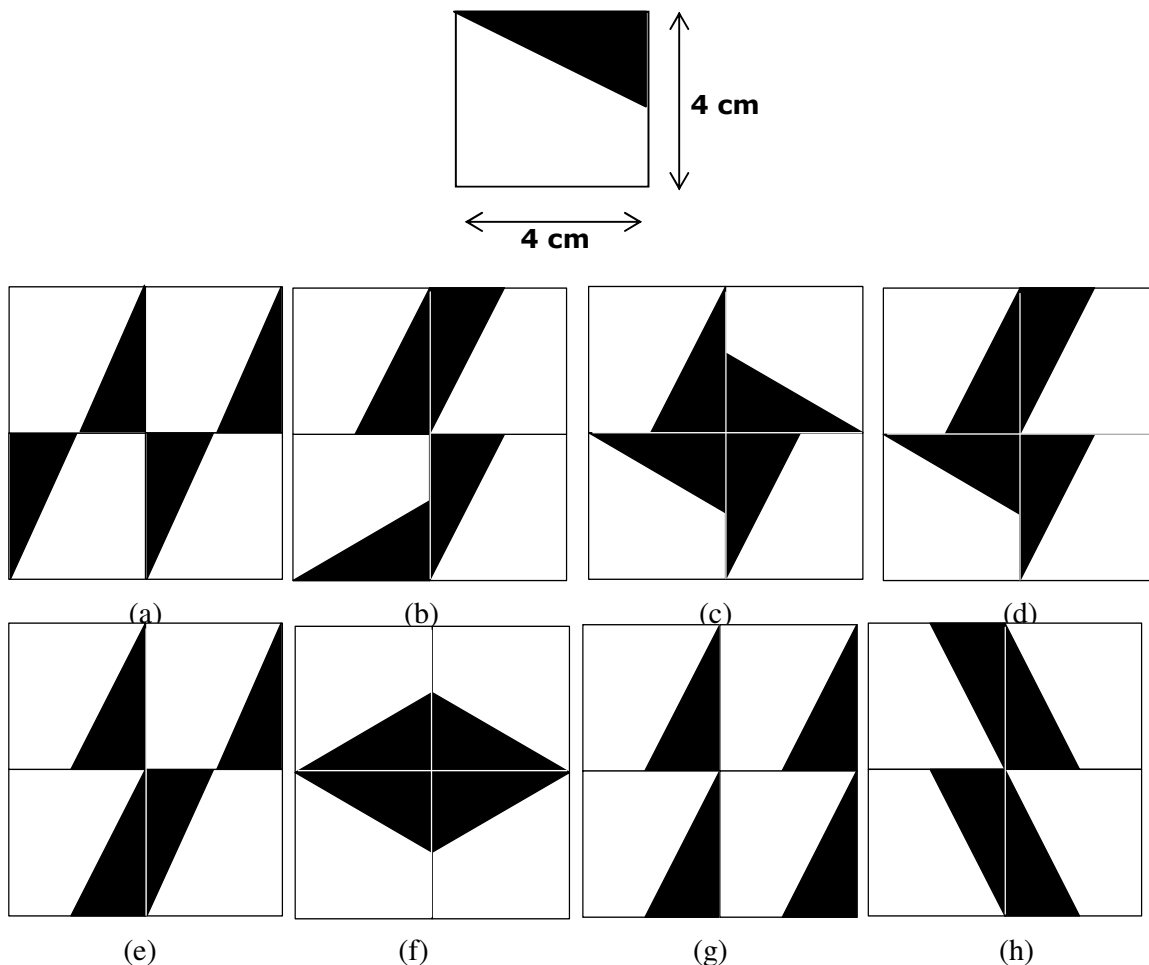
- **No dicionário Houaiss – versão eletrônica de 2009 –, esta palavra aparece com as seguintes acepções:** [1] *clareza súbita na mente, no intelecto de um indivíduo; iluminação, estalo, luz*; na rubrica psicologia: [2] *compreensão ou solução de um problema pela súbita captação mental dos elementos e relações adequados*; [3*] nova reação que aparece subitamente, não baseada em experiências anteriores, segundo as teorias da Gestalt.*
- **No American Heritage Dictionary of English Language de 2000 – 4th edition – pode-se ler:** "insight - noun: 1. The capacity to discern the true nature of a situation; penetration; 2. The act or outcome of grasping the inward or hidden nature of things or of perceiving in an intuitive manner.", ou seja, traduzindo para o

> português: "insight - substantivo: A capacidade de discernir a verdadeira natureza de uma situação; penetração. 2. O ato ou resultado de compreender a natureza interna ou oculta das coisas ou, de percebê-la, uma maneira intuitiva"

O que podemos acrescentar ao que foi encontrado nestes dois dicionários, é o seguinte: a aprendizagem humana, na maioria das vezes, se dá através da resolução de problemas ou de situações-problema, e normalmente se caracteriza por envolver fenômenos não inteiramente abertos à consciência do indivíduo. Estes fenômenos que acompanham o processo de resolução de problemas, frequentemente ocorrem de forma súbita em regiões da mente não acessáveis pela consciência.

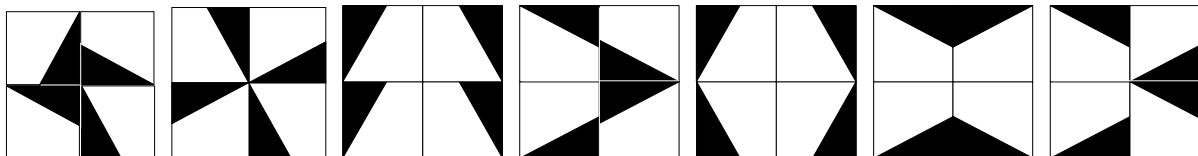
Em resumo: os seres humanos raciocinam deliberadamente e conscientemente mas, por algum fato inexplicável, as soluções de alguns problemas ocorrem de forma súbita e indescritível, como vindas de algum lugar não detectável de suas mentes. A este tipo de *iluminação repentina* é que se dá o nome de *insight*.

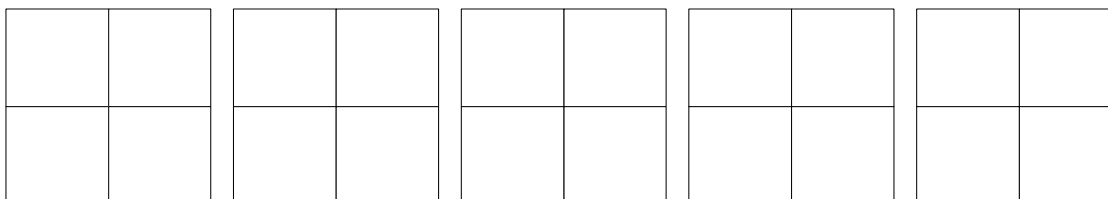
19.2.2.- Em busca de 'Boas Formas' ou de 'Insights'

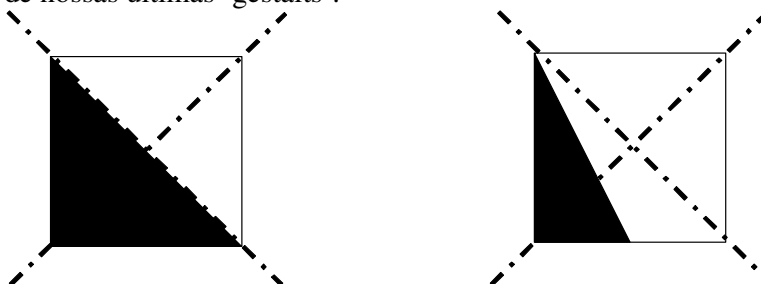
Vejamos a seguir, mais alguns exemplos, em que um outro tipo de módulo – um outro cartão gestáltico, distinto do anteriormente apresentado – permitirá a elaboração de interessantes configurações (matrizes gestálticas 2×2) produtoras de diversos insights.

19.2.3.- Um Jogo Para O Pensamento Lógico

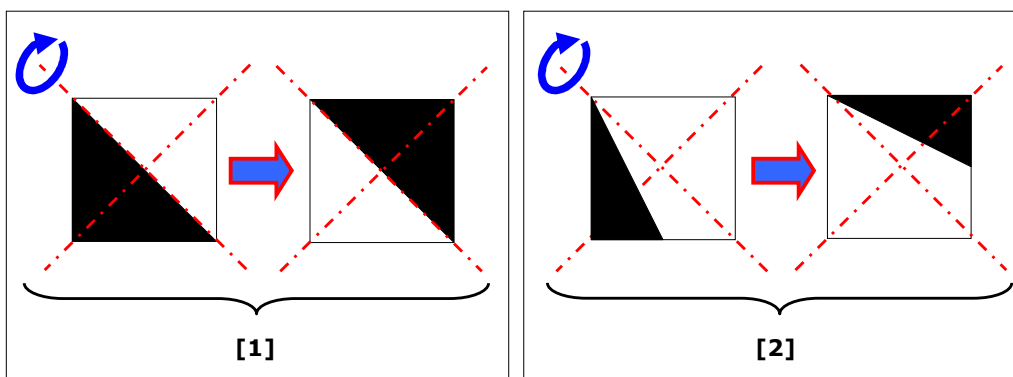
O que se propõe aqui, como um Jogo Para o Pensamento Lógico, é verificar, quais das figuras acima apresentam uma "melhor" 'boa forma' ou uma "melhor" gestalt que a outra?

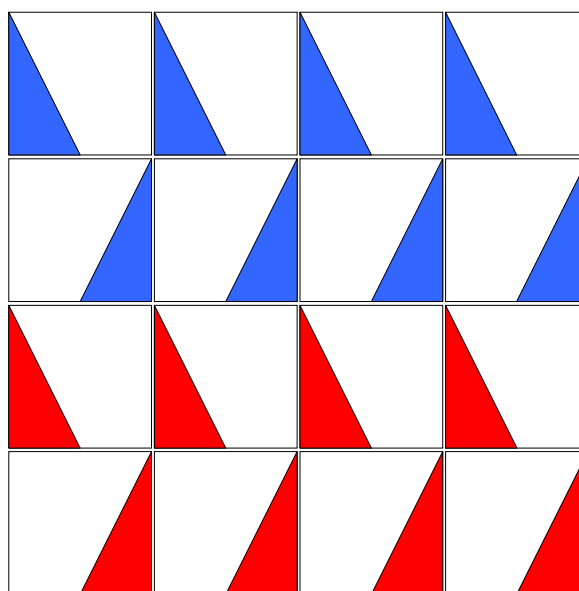
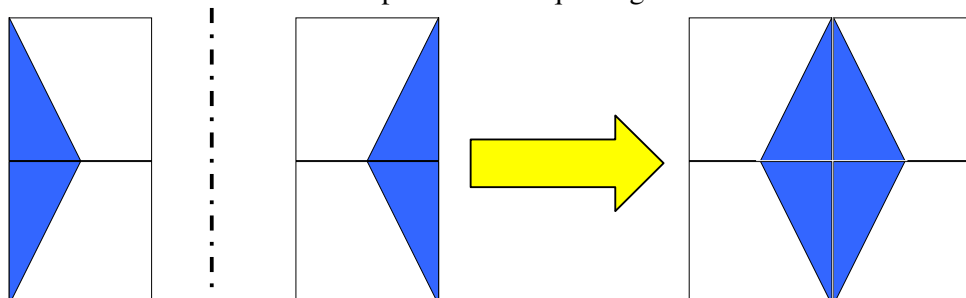
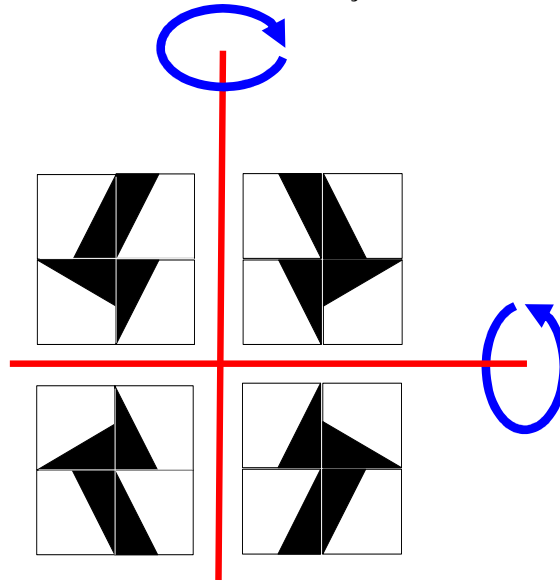
Um outro Jogo Para o Pensamento Lógico é tentar num jogo solitário, utilizando um mesmo modelo de cartão gestáltico, 'formar' a maior quantidade possível de configurações.

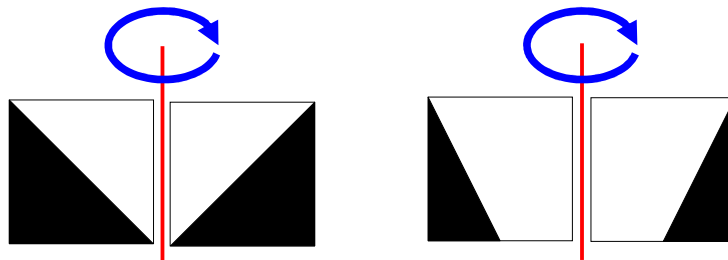
Veja a seguir, mais algumas configurações que podem ser conseguidas com o módulo anterior.

18.2.3.1.- Propondo um Jogo Para o Pensamento Lógico

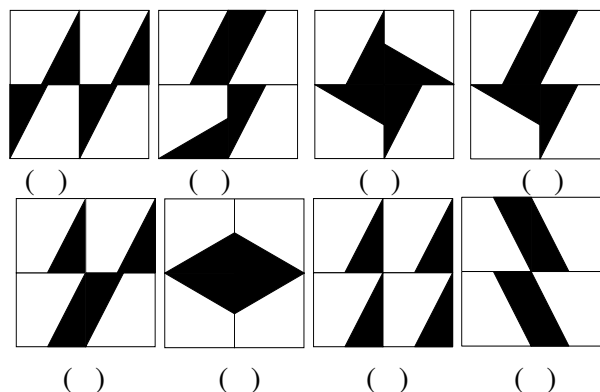
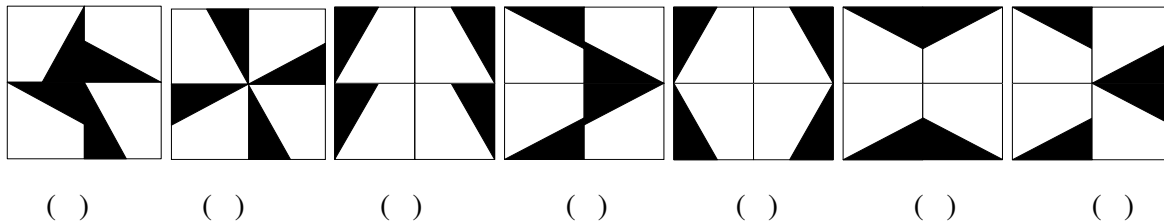
Analise todas as configurações anteriormente obtidas e tente criar mais algumas, desde que, distintas das anteriores. Para isto você pode utilizar as quadrículas apresentadas a seguir, pintando-as convenientemente.

19.3.- Sobre a Simetria e Não-Simetria dos Cartões Gestálticos

O leitor pode não ter notado um fenômeno bastante interessante que diferencia os cartões utilizados para a elaboração de nossas últimas 'gestalts'.

Ao compararmos os dois módulos que foram por nós utilizados nos primeiros exemplos de gestalts dados até aqui, iremos notar que o primeiro daqueles módulos é simétrico com relação às diagonais do cartão (que é um quadrado). Já o segundo módulo não é simétrico com relação a nenhuma das diagonais do quadrado. Mas o que isto quer dizer?

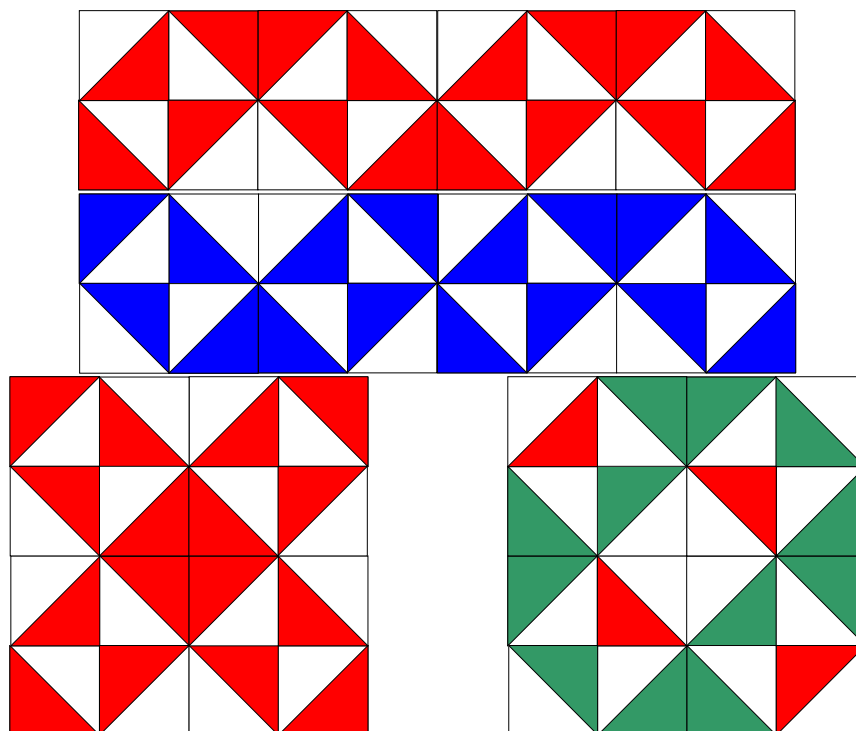
Note que no caso [1] mostrado na figura a seguir, ao refletirmos o desenho de um dos módulos ele se torna idêntico ao anterior, bastando girá-lo em torno do centro do cartão para verificarmos isto. No entanto, o mesmo não acontece com o módulo mostrado no caso [2], aplicando uma rotação ao segundo cartão, não vamos obter o cartão anterior.

Isto quer dizer que no caso de módulos simétricos (cartões com desenhos simétricos) ele é único (vide figura [1] acima), enquanto os módulos não-simétricos (vide figura [2] acima) permitirão que, através de uma reflexão, obtenhamos outro cartão gestáltico, muito semelhante com o cartão original, mas não idêntico. Diz-se que um destes cartões é o simétrico do outro, no entanto, quando tomados individualmente, eles são não-simétricos.

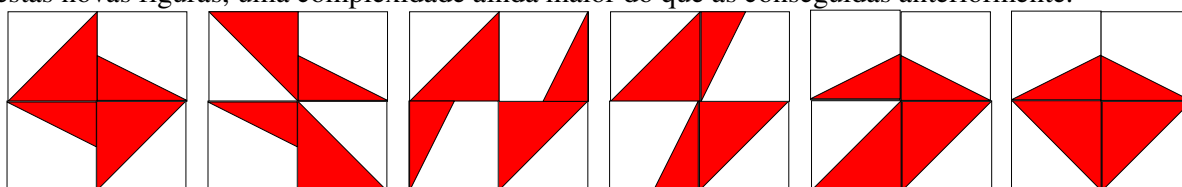
Para que o leitor possa elaborar os seus próprios jogos envolvendo simetrias entre as gestalts, fornecemos no CD-R que acompanha este livro alguns cartões gestálticos assimétricos acompanhados de suas respectivas simetrias, como os dos exemplos a seguir.

No exemplo a seguir o leitor irá verificar que: na primeira figura, a imagem da direita é uma imagem espectral da imagem à esquerda, isto é, a figuras é vista como a figura propriamente dita e a sua imagem em um espelho. Na segunda figura o leitor irá verificar que tivemos que utilizar o módulo básico bem como suas simetrias para montar aquela 'gestalt'.

Ainda, nas configurações a seguir, o leitor poderá verificar com facilidade que as duas configurações ali apresentadas são simétricas, uma com relação às outra.

19.3.1.- Propondo Um Jogo Para o Pensamento Lógico

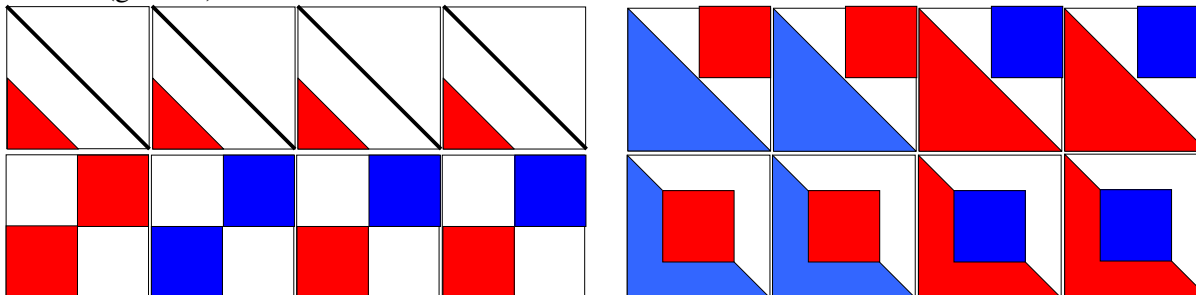
A idéia de simetria nos faz pensar, com toda a certeza, nas configurações apresentadas anteriormente, como exemplos de gestalt, e fica no ar a pergunta: *Será que todas elas foram construídas apenas com um só tipo de módulo ou utilizamos, para construí-las, módulos simétricos?*

Fica para o leitor o seguinte Jogo Para o Pensamento Lógico:

Verifique se as figuras (gestalts) a seguir foram elaboradas apenas com um dos módulos ou com os dois indiferentemente. Ou em outras palavras, faça um teste de configuração das seguintes gestalts, e assinale, com um 'X' entre os parêntesis, aquelas em que ocorrem tipos de módulos distintos – em caso de dúvida tente construí-las com os cartões gestálticos que estão na pasta JLOGC#19 que figura no CD-R que acompanha este livro.

19.4.- Elaborando Configurações Mais Complexas

As 'configurações' mais amplas (ou mais complexas) a serem apresentadas a seguir, é que nos permitirão introduzir a seguir, no JLOGC#21, o conceito de *Matrizes Gestálticas* e propor, com a utilização das mesmas, um Jogo Para o Pensamento Lógico bastante interessante. Ainda no caso do JLOGC#21 o leitor irá se deparar com o emprego de figuras não-simétricas e de suas respectivas simetrias na elaboração das matrizes gestálticas.

As configurações dos exemplos até aqui exibidos foram criadas utilizando-se 4 cartões gestálticos idênticos, dispostos com o objetivo de formar um quadrado com 8 cm de lado (um quadrado de 8 cm × 8 cm), mas nada nos impede que o façamos com um conjunto maior de cartões, sejam eles coloridos ou não, formando quadrados ou retângulos, como no caso dos conjuntos mostrados a seguir.

19.4.1.- Elaborando Configurações Com Tipos Distintos de Cartões

Nas configurações a seguir iremos utilizar cartões gestálticos distintos entre si, visando incorporar a estas novas figuras, uma complexidade ainda maior do que as conseguidas anteriormente.

19.5.- Alguns Outros Modelos de Cartões Gestálticos

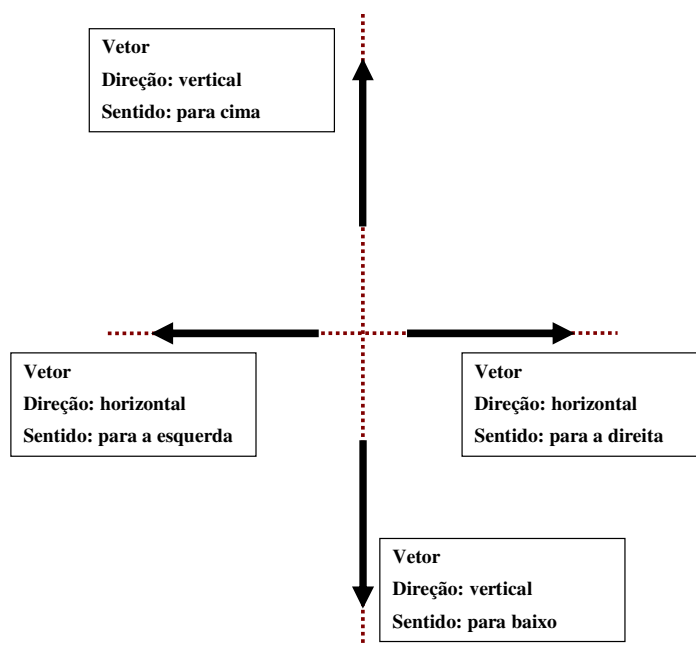
A seguir mostramos alguns novos tipos de cartões gestálticos que nos fornecerão meios de elaborarmos gestalts cada vez mais complexas. Vá até a pasta JLOGC#19 no CD-R que acompanha este livro, imprima estes modelos de cartões, recorte-os e jogue tentando formar novas 'boas formas' (gestalts).

JLOGC#20 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 20

JOGOS COM CARTÕES VETORIAIS

Vamos apresentar aqui uma aplicação bastante interessante dos cartões gestálticos. Eles serão utilizados como vetores – indicativos de direção e sentido – a serem utilizados na fase de pré-alfabetização, como será mostrado.

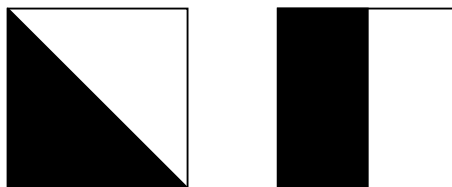
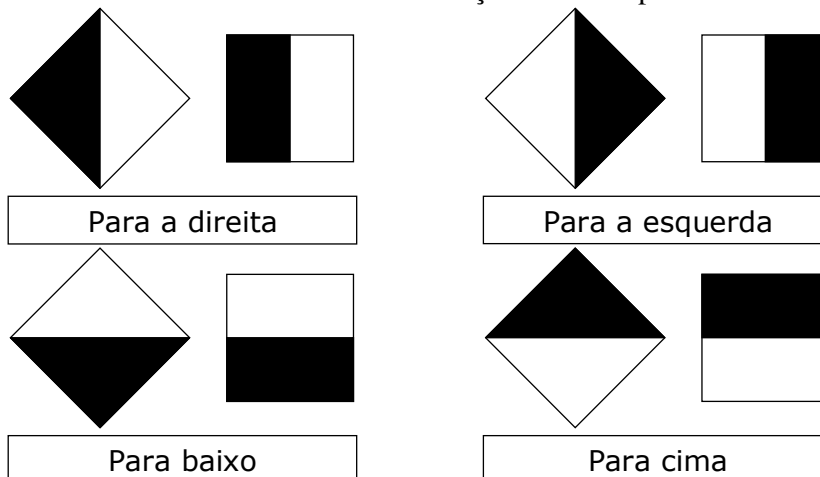
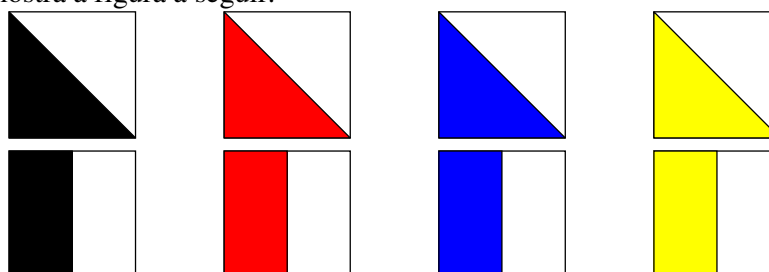
20.1.- O Que São os Vetores?

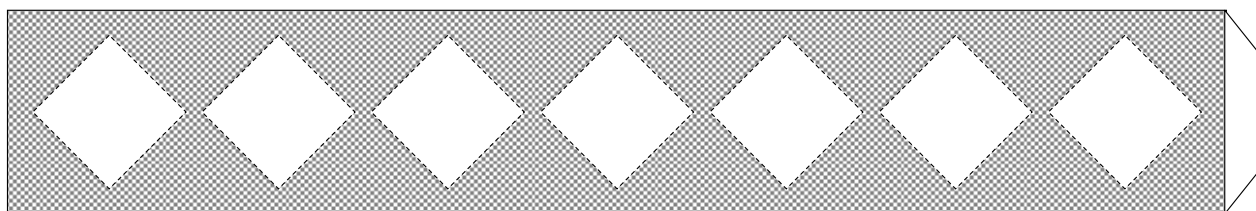
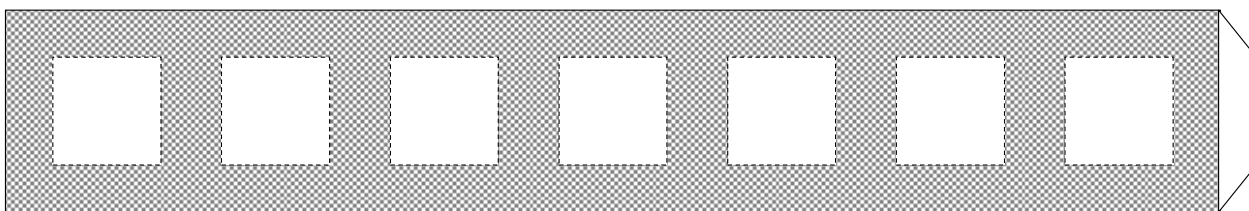
Um vetor é uma entidade matemática que representa completamente uma quantidade (ou intensidade) diferente de zero, especificada pela direção e sentido, que é representado por um segmento orientado. No nosso caso, especificamente, os vetores somente terão duas direções, como mostrado na figura a seguir, a saber: horizontal ou vertical.

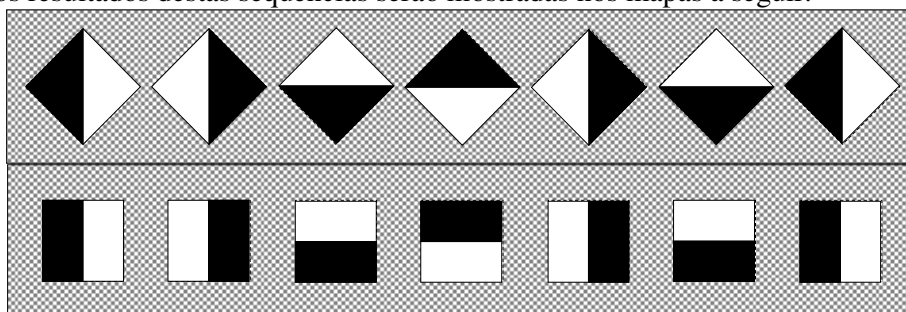
- Se na direção horizontal, o vetor somente poderá ter um dos dois sentidos: 'para a direita' ou 'para a esquerda'.
- Se na direção vertical, o vetor somente poderá ter um dos dois sentidos: 'para cima' ou 'para baixo'.

No nosso caso, utilizaremos apenas vetores cuja intensidade é igual à unidade (valem 1), ou seja, vetores unitários.
Cabe lembrar aqui, que os vetores podem ocupar quaisquer direções no plano ou no espaço, bem como, nestas direções ocupar dois sentidos.

20.1.2.- Modelos de Cartões Vetoriais

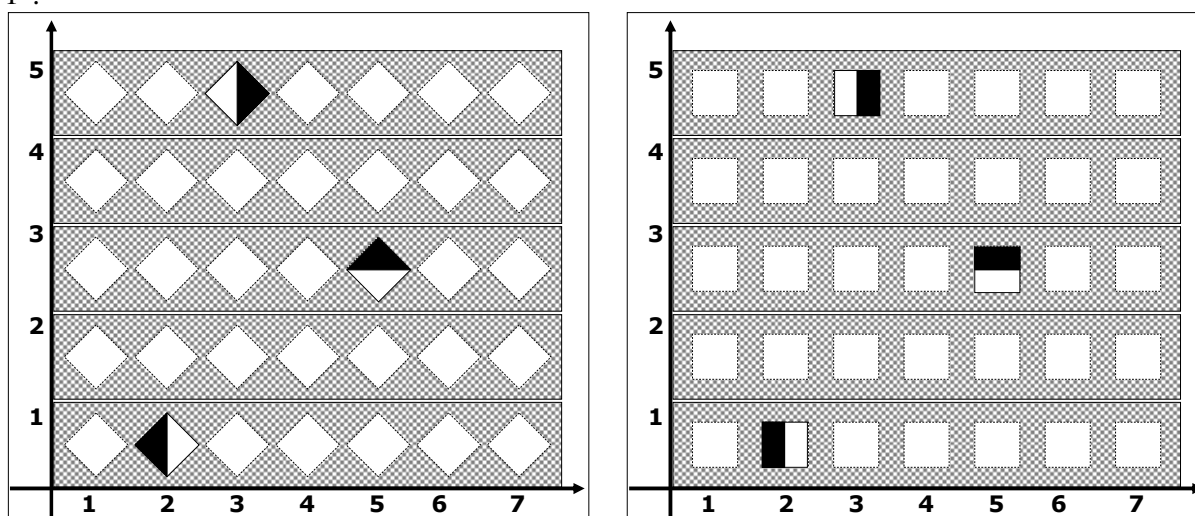
Dois serão os modelos de cartões gestálticos a serem utilizados como vetores (ambos vetores unitários – representados por um quadrado), um cuja a indicação de direção e sentido será

determinado por um triângulo pintado de preto e outro cuja direção e sentido será indicado por um retângulo pintado de preto.

Vejamos como isto funciona em termos de direção e sentido para cada um dos casos:

Em alguns casos, como mostraremos a seguir, seria interessante que os nossos 'vetores' tivessem a área indicativas de direção pintadas de outras cores: vermelho, amarelo ou azul por exemplo, como mostra a figura a seguir.

20.2.- Mapas Lineares

A seguir apresentamos dois dos mapas a serem utilizados para os ditados, isto é, o aplicador deve indicar verbalmente a direção dos vetores e os 'jogadores' deverão preenchê-lo de acordo com estas orientações. A aba à direita do mapa serve para aqueles que queiram ampliar o mapa o cole em outro mapa, dando sequência ao primeiro destes mapas.

20.2.1.- Exemplos de Ditados

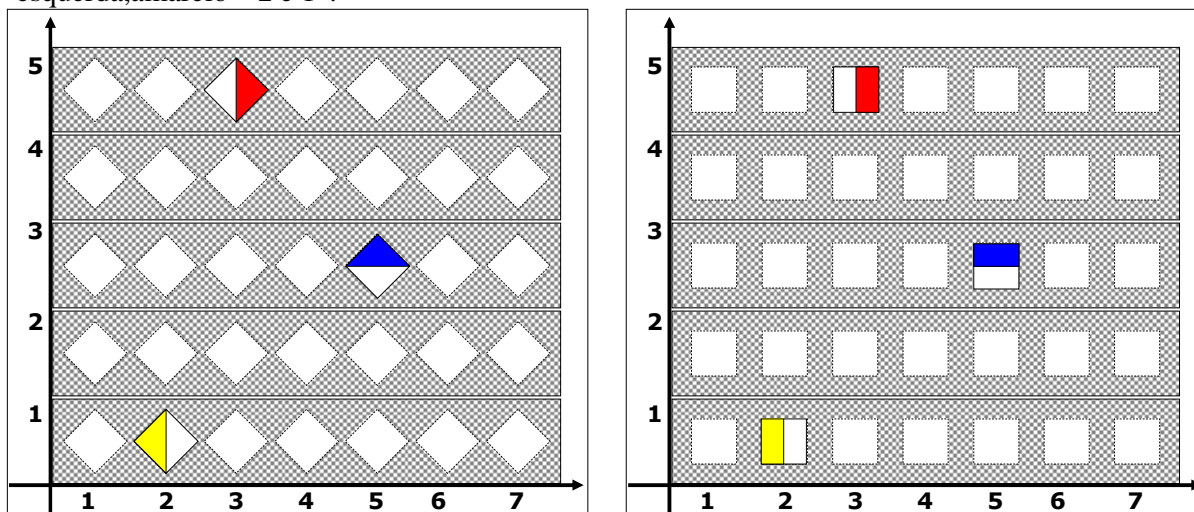
Vamos supor que o aplicador deste jogo vá ditando pausadamente a seguinte sequência de direções: "Para a esquerda; Para a direita; Para baixo; Para cima; Para a direita; Para a baixo; Para a esquerda", os resultados destas sequências serão mostradas nos mapas a seguir.

Fica claro que à medida que os jogadores compreenderem as regras do jogo a sequência poderia ser simplificada para: "esquerda; direita, para baixo (inferior); para acima (superior); para baixo (inferior); esquerda".

20.3.- Mapas com Coordenadas

Com o mapa a seguir propomos introduzir a noção de coordenadas cartesianas de uma forma bastante natural, ou seja, o ditado agora irá incluir além dos sentidos o local onde os vetores deverão se posicionados, como por exemplo: "direita, – 3 e 5", onde 3 será a coordenada a ser selecionada no eixo horizontal e 5 a coordenada a ser selecionado no eixo vertical, como mostrado no mapa a seguir. Há ainda outros dois vetores cujos dados são: "cima, – 5 e 3" e "esquerda, – 2 e 1".

Os Mapas com Coordenadas devem ser confeccionados pelo aplicador utilizando-se tesoura e cola – antes de plastificá-lo - com o material disponível no CD-R que acompanha este livro. Recomenda-se que o Mapa com Coordenadas possua no máximo sete colunas e sete linhas. Os numerais

disponíveis no CD-R vão de 1 até 7. Possivelmente o ideal seria cinco colunas e cinco linhas, o que seria conseguido recortando-se convenientemente o material.

20.3.1.- Cores, Direções e Coordenadas

Como se sugeriu anteriormente no item 20.1.2. os cartões poderiam ser coloridos, e isto irá acrescentar no nosso ditado além da direção também a cor, como no exemplo a seguir em que também se levam em conta as coordenadas: : “direita, vermelho – 3 e 5”, “cima, azul – 5 e 3” e “esquerda,amarelo – 2 e 1”.

20.4.- Utilizando Códigos

O aplicador poderá combinar com os jogadores códigos de especificação para cada vetor, sendo que as sequências ou a distribuição dos vetores, que ao invés de serem fornecidos verbalmente, serão fornecidos por escrito. Os códigos a serem adotados podem ser os seguinte:

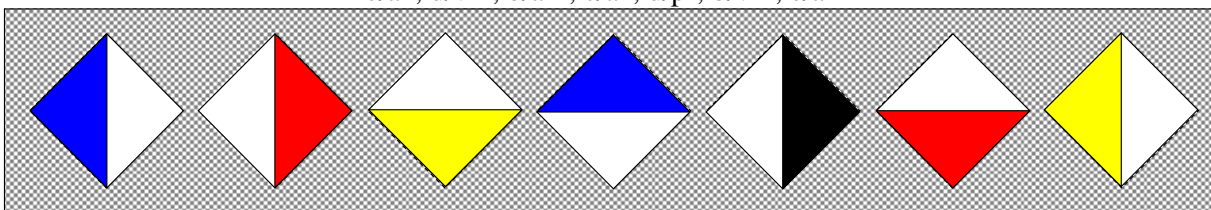
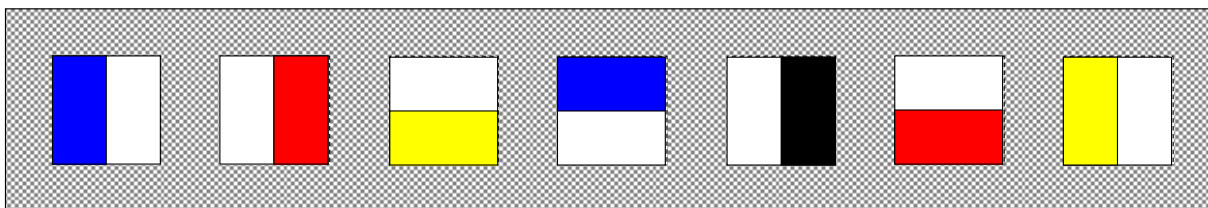
- Para os sentidos: d , e, c, b respectivamente representando: ‘direita’, ‘esquerda’, ‘para cima’, para baixo.
- Para as cores: vm, az, am, pr, respectivamente: ‘vermelho’, ‘azul’, ‘amarelo’, preto.
- Para as coordenadas: (h,v) onde ‘h’ corresponde a um número selecionado na horizontal – que irá numerar a coluna–, e ‘v’ corresponde a um número selecionado na vertical – que irá numerar a linha–, coluna e linha estas onde deverá ser posicionado o vetor.

A notação genérica para cada posição será dada usando os símbolos acima nas seguintes posições: ***sentido/cor/(coordenada horizontal, coordenada vertical)***

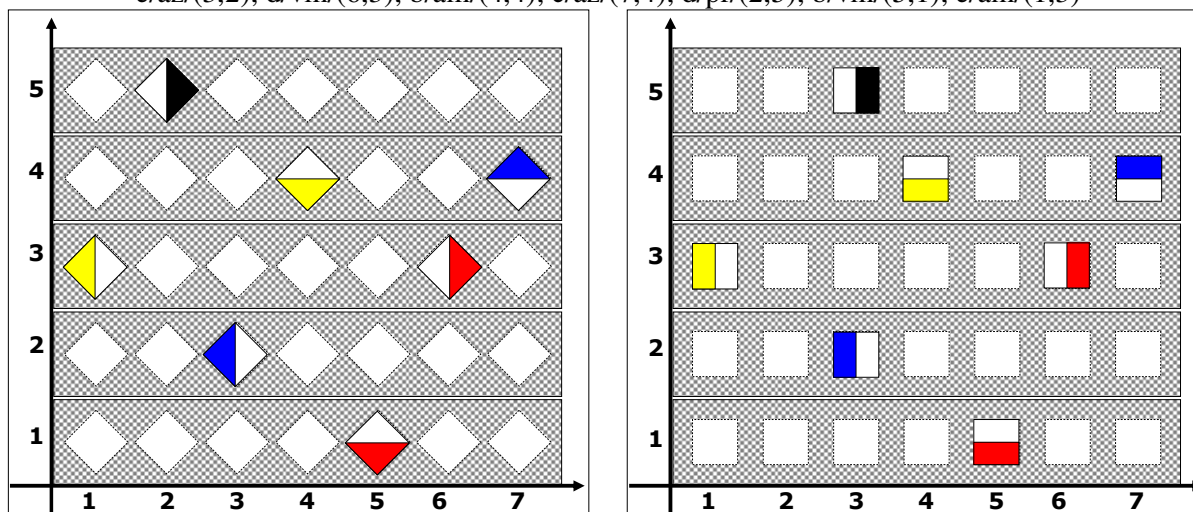
20.4.1.- Alguns Exemplos do Uso dos Códigos

20.4.1.1.- 1º Exemplo- Sequência em um Mapa Linear

Veja na figura a seguir o resultado para a sequências:

“e/az; d/vm; b/am; c/az; d/pr; b/vm; e/am”

20.4.1.2.- 2º Exemplo- Sequência em um Mapa com Coordenadas

Veja na figura a seguir o resultado para a sequências:

"e/az/(3,2); d/vm/(6,3); b/am/(4,4); c/az/(7,4); d/pr/(2,5); b/vm/(5,1); e/am/(1,3)"

20.4.1.- Modificando alguns Códigos

Com jogadores mais avançados, o código correspondentes aos sentidos: d, e, c, b poderá ser substituído respectivamente por: H+ (horizontal positivo = direita); H– (horizontal negativo = esquerda); V+ (vertical positivo = para cima); V– (vertical negativo = para baixo).

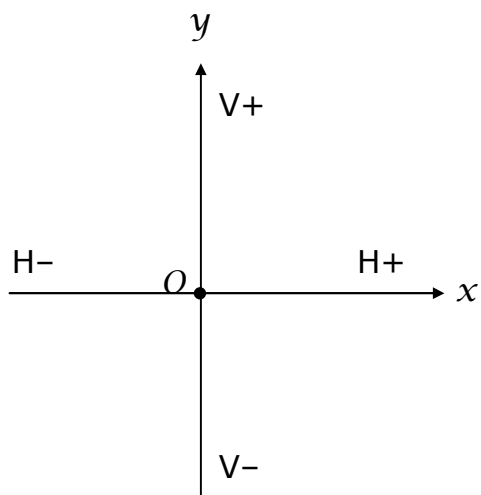
Compre a seguir a sequência anterior reescrita com este novo código:

"e/az/(3,2); d/vm/(6,3); b/am/(4,4); c/az/(7,4); d/pr/(2,5); b/vm/(5,1); e/am/(1,3)"

"H– /az/(3,2); H+ /vm/(6,3); V– /am/(4,4); V+ /az/(7,4); H+/pr/(2,5); V– /vm/(5,1); H– /am/(1,3)"

20.5.- Observações Importantes

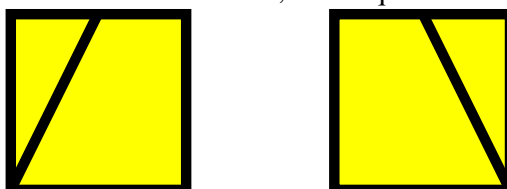
As idéias até aqui introduzidas estão diretamente relacionadas ao estudo do Plano cartesiano e suas coordenadas, onde Ox – o eixo horizontal – é denominado eixo das abscissas, e o eixo Ou – o eixo vertical – é denominado eixo das ordenadas. Na figura, o ponto O é denominado origem do plano cartesiano, a partir de O, para a direita estão as abscissas positivas e para baixo as abscissas negativas; da mesma forma, a partir do ponto O, para cima estão as ordenadas positivas e para baixo os ordenadas negativas. Os valores utilizados para a graduação dos dois eixos cartesianos Ox e Oy são os números reais (R) sendo que a origem 'O' corresponderá ao par ordenado cuja abscissa e ordenada são dadas por: O ≡ (x,y) = (h,v) = (0,0), onde o símbolo '≡' pode ser lido como 'corresponde'.

y
V+
H−
H+
O
x
V−

JLOGC#21 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 21

MATRIZES GESTÁLTICAS

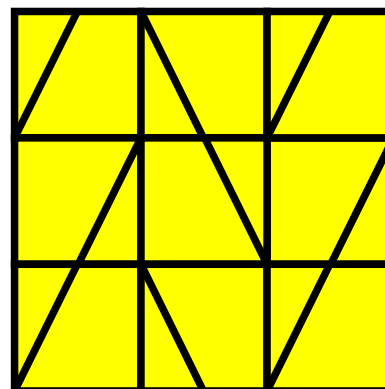
O material apresentado no JLOGC#19 – os cartões gestálticos – será utilizado aqui, para a elaboração de outros tipos de configurações (gestalts) muito mais complexas. Escolhido um módulo gestáltico, ele servirá para a elaboração de matrizes distintas entre si, construídas no tamanho de 3 cartões por 3 cartões, formando uma configuração bastante complexa, denominada: matriz gestáltica. As matrizes gestálticas se destinam a Jogos Para o Pensamento Lógico que envolvem o casamento de padrões.

21.1.- Introdução

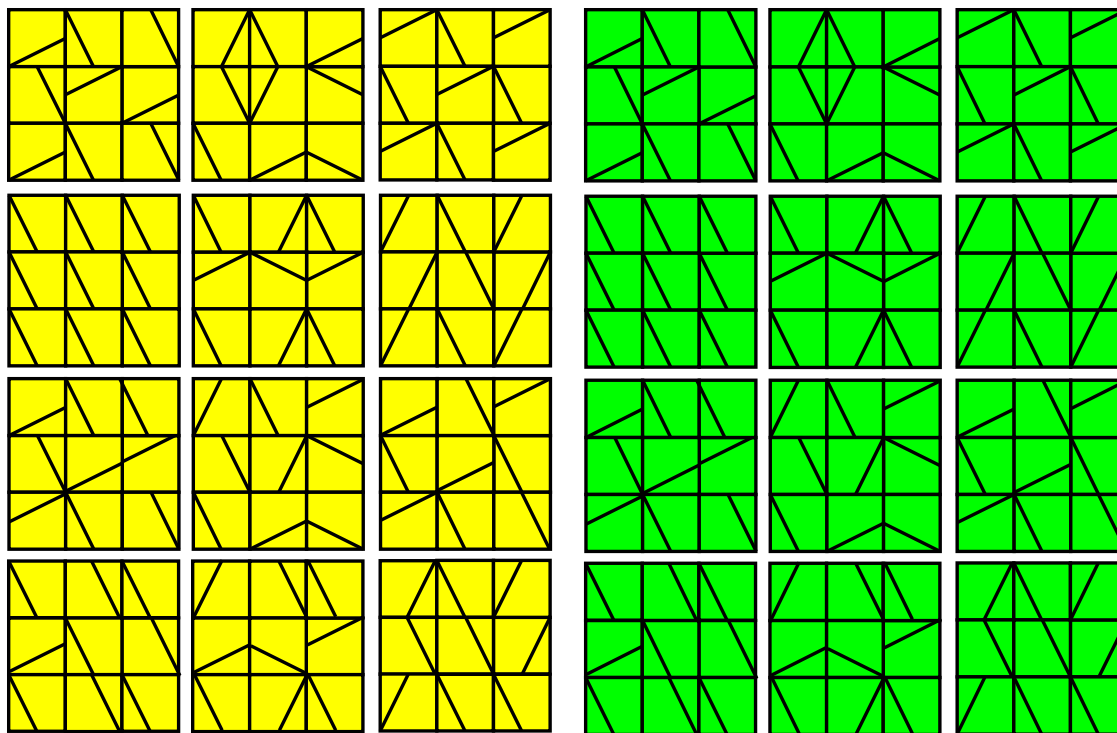
Os desenhos a seguir mostram dois cartões gestálticos – denominados módulos básicos –, apresentando um desenho em preto – um segmento de reta dentro de uma moldura quadrada –, num fundo amarelo, que será utilizado para a elaboração das matrizes gestálticas 3 × 3. O leitor deve notar que se tratam de dois cartões distintos entre si, sendo que um cartão é simétrico ao outro.

Note que os cartões gestálticos básicos podem assumir, cada um deles, 4 posições distintas, ou seja, um total de 8 posições distintas como as mostradas na figura a seguir.

Como no JLOGC#18, poderemos reproduzir várias vezes os cartões básicos, escolher aleatoriamente nove deles e, através da justaposição de três a três, iremos obter figuras bastante complexas, que denominaremos matrizes gestálticas.

21.1.1.- As Matrizes Gestálticas

Utilizando 9 quaisquer dos cartões gestáltico mostrados acima (9 cartões escolhidos aleatoriamente), e distribuídos em 3 linhas e 3 colunas, iremos montar as *matrizes gestálticas*. Estas disposições quadradas são denominadas *matrizes gestálticas 3 × 3 coloridas*, justamente por serem constituídas por cartões gestálticos coloridos associados. O desenho a seguir mostra uma destas matrizes.

Fica evidente que poderíamos ter matrizes quadradas ainda mais complexas, como por exemplo matrizes 4 × 4, ou até mesmo, matrizes retangulares, medindo 3 × 4, 3 × 5, e assim por diante, dependendo dos objetivos dos *Jogos Para o Pensamento Lógico* que queiramos criar.

21.2.- Conjuntos de Matrizes Idênticas com Cores Distintas

O desenho a seguir mostra dois conjuntos com 12 matrizes guestálticas 3×3 coloridas, com os fundos na cor amarela e verde, respectivamente.

As figuras estampadas nas matrizes com fundo amarelo estão em correspondência biunívoca com as figuras estampadas nas matrizes de cor verde, ou seja, os dois conjuntos de matrizes são idênticos a menos das cores do fundo.

Para os três jogos cujas regras são dadas a seguir (*Primeiro Modelo de Jogo da Identidade*, *Segundo Modelo de Jogo da Identidade* e *Jogo de Baralho*), devem ser reproduzidos seis conjuntos de das matrizes amarelas e dois conjuntos das matrizes verdes – vide o material a ser impresso no CD-R que acompanha este livro.

21.3.- Jogo da Identidade – 1º Modelo

Este é um jogo em que se joga contra o relógio onde devem ser utilizados *dois conjuntos de matrizes guestálticas de cores distintas* – um conjunto na cor amarela e um conjunto na cor verde.

São exigidos pelo menos três participantes: um juiz, um cronometrista que deverá fazer as anotações devidas, e pelo menos, um jogador – mas poderiam ser dois ou três, competindo entre si. O(s) jogador(es), o cronometrista e o juiz podem trocar de papel a cada rodada, de acordo com o que for combinado pelos participantes.

1. As matrizes (um conjunto de matrizes com fundo amarelo e um conjunto com fundo verde) devem ser embaralhadas pelo juiz, bem como, algumas das matrizes devem ser rotacionadas, antes de serem distribuídas para os jogadores.
2. Quando há mais de um jogador, deve-se imprimir a quantidade necessária dos dois conjuntos de matrizes, para que cada jogador receba os seus dois conjuntos de matrizes.
3. O jogo só deve começar ao sinal do cronometrista.
4. O jogador que recebeu as matrizes deve organizá-las em pares de cores distintas (uma amarela e uma verde) que sejam exatamente iguais (idênticas) e deve entregá-

las, no final, para que o juiz confira se o emparelhamento das matrizes, duas a duas, está correto.

5. As matrizes não idênticas não devem ser devolvidas pelo juiz, mas contadas no final da rodada, como pontos negativos (um ponto negativo para cada par de matrizes emparelhadas de forma errada, bem como para cada par de matrizes restantes, aquelas que não puderam ser emparelhadas).
6. Há duas formas de computar a vitória, no caso de dois ou mais jogadores:
   a. Se houver erros: ganha aquele com o menor número de erros;
   b. Se não houver erros: ganha aquele que realizou os emparelhamentos no menor tempo.
7. No caso de apenas um jogador, deve-se anotar o resultado e fazer o revezamento entre os participantes. Ganhará aquele que obtiver mais pontos ou que realizar os emparelhamentos no menor espaço de tempo.

21.4.- Jogo da Identidade – 2º Modelo

O *Jogo da Identidade* poderá ser tornado mais complexo na medida em que se distribua, para cada jogador, dois conjuntos de matrizes de uma mesma cor.
Note que, no caso de matrizes de cores distintas a separação inicial dos dois grupos se torna mais fácil, no caso de dois grupos de matrizes com a mesma cor, a identificação das matrizes irá ocorer dentro de um universo mais amplo.
Uma outra forma de aumentar a dificuldade do jogo será distribuir três, ou até mesmo quatro conjuntos de matrizes, exigindo-se a formação de ternos ou quádruplos de matrizes idênticas, respectivamente.

21.5.- Jogo de Baralho

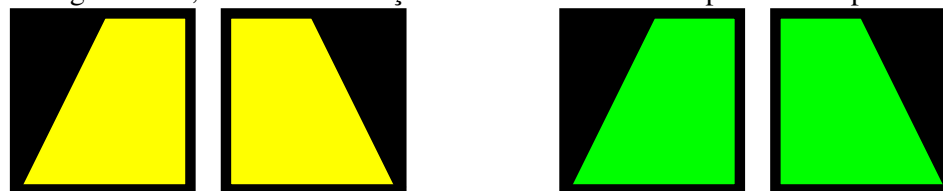
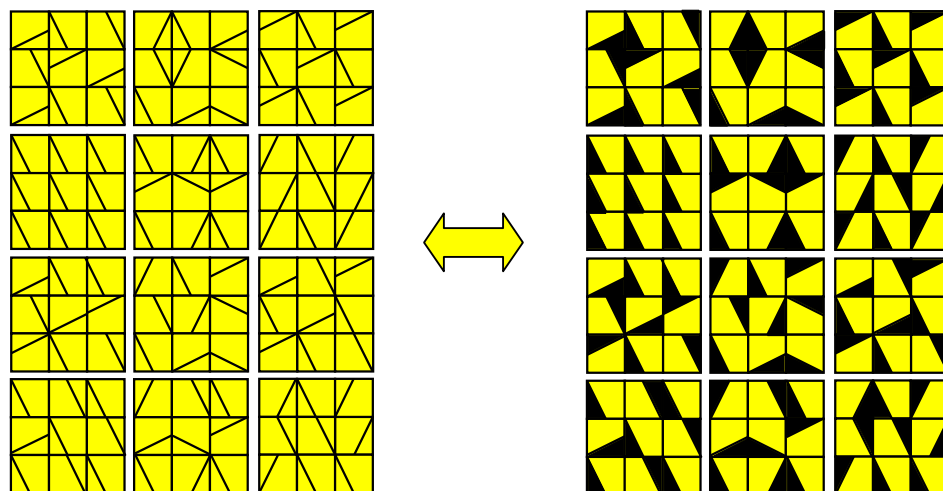
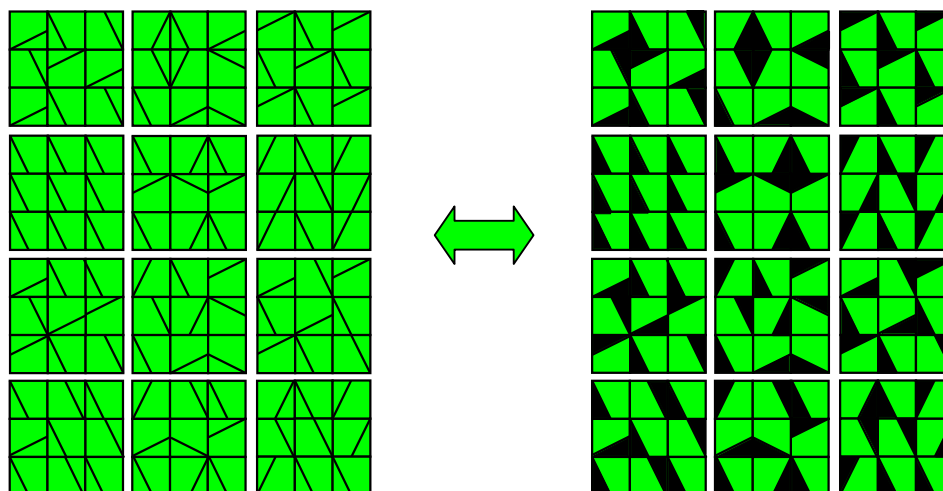
Este é um jogo de casamento de padrões a ser jogado como se faz com as "cartas" de um baralho comum. Podem jogar dois ou até quadro jogadores, individualmente ou em duplas.
Deve-se imprimir e recortar 6 conjuntos de *matrizes gestálticas* de uma mesma cor obtendo-se um total de 72 matrizes – que serão as "cartas".

1. Deve-se distribuir de 4 a 6 das 72 "cartas" para cada jogador.
2. As "cartas" restantes devem ser deixadas, voltadas para baixo, em um monte.
3. Deve-se sortear o jogador que inicia o jogo e estabelecer a ordem em que eles poderão jogar.
4. Os jogadores já podem formar pares de "cartas", logo que as recebam, no início do jogo. Eles devem separar para si os pares de matrizes idênticas, contando-os como pontos. Um ponto para cada par de "cartas".
5. O primeiro jogador 'compra' uma "carta" do monte e deve, descartar, em seguida uma de suas cartas, colocando-a com a face para cima no centro da mesa do jogo.
6. Os jogadores seguintes, na sua vez de jogar, poderão comprar toda a mesa, ou seja, comprar todas as cartas que figurem na mesa *ou* comprar uma carta do monte de cartas.
7. Quando as cartas do monte de cartas acabar, o jogador, na sua vez, é obrigado a comprar todas as cartas da mesa e a descartar uma de suas cartas

8. Quando as cartas do monte de cartas acabar e de não haver mais nenhuma carta na mesa,o jogador da vez deverá, então, descartar uma de suas cartas.
9. O jogo termina imediatamente, quando um dos jogadores ficar completamente sem cartas.
10. Vence aquele que formou o maior número de pares de matrizes idênticas.

21.7. – Mais um Modelo de Matrizes Gestálticas

Até aqui utilizamos dois módulos gestálticos – um módulo simétrico ao outro – para compor as matrizes gestálticas com a medida 3 × 3, cujo diferencial das matrizes, de um conjunto para outro, era apenas a cor de fundo. Cabe notar que os módulos apresentados a seguir, podem ser vistos como: *triângulo retângulo isósceles, com seus catetos apoiados nos lados de um quadrado, ou seja, um quadrado com um triângulo desenhado no seu interior*.

A seguir, iremos propor uma pequena modificação – por acréscimo – nos dois conjuntos de matrizes apresentados anteriormente cujo diferencial era apenas a cor dos fundos.
Os novos módulos irão conservar as mesmas cores de fundo – amarelo e verde –; irão conservar também os triângulos mas, com uma alteração: estes últimos estarão pintados de preto.

E ainda mais, nestas novas matrizes os triângulos manterão o mesmo posicionamento dos triângulos das matrizes anteriores. Vale a pena conferir nas figuras a seguir.

Para facilitar a nossa vida, poderíamos denominar estas matrizes como: *matrizes gestálticas com triângulos vazios* e *matrizes gestálticas com triângulos preenchidos*.

21.5.1.- Regras dos Jogos com as Novas Matrizes Gestálticas

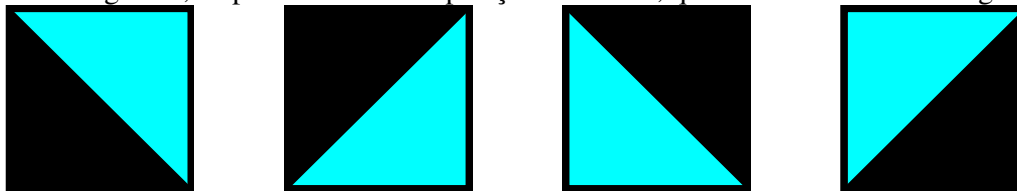
Os Jogos para o Pensamento Lógico anteriores podem ser agora repetidos utilizando-se estas novas matrizes gestálticas. Deve-se repetir o *Jogo da Identidade*, que passa agora, por motivos óbvios, a ser denominado *Jogo da Semelhança – pois não estaremos jogando com matrizes idênticas, mas apenas semelhantes –,* bem como poderemos jogar com mais ênfase em termos de dificuldade, o Jogo do Baralho.

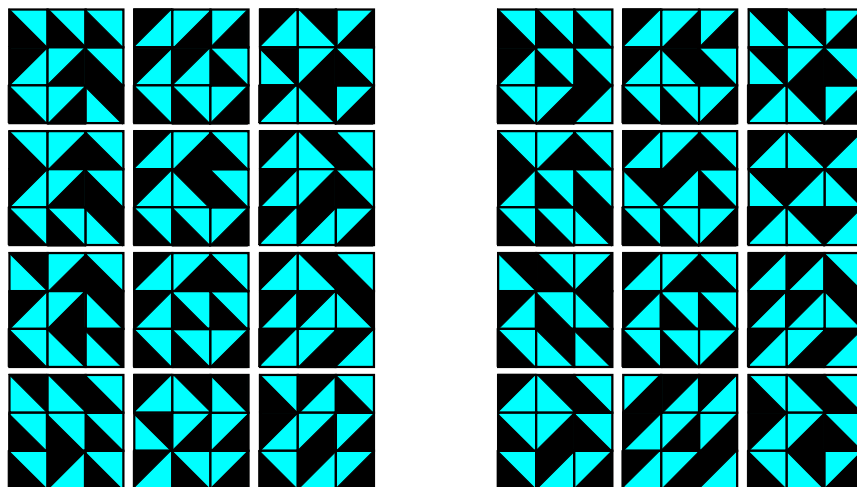
Chamamos a atenção para o seguinte: deve-se observar atentamente quais, e quantos, destes quatro conjuntos de matrizes deverão ser envolvidos nestes jogos:

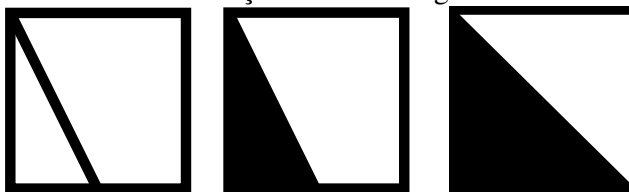
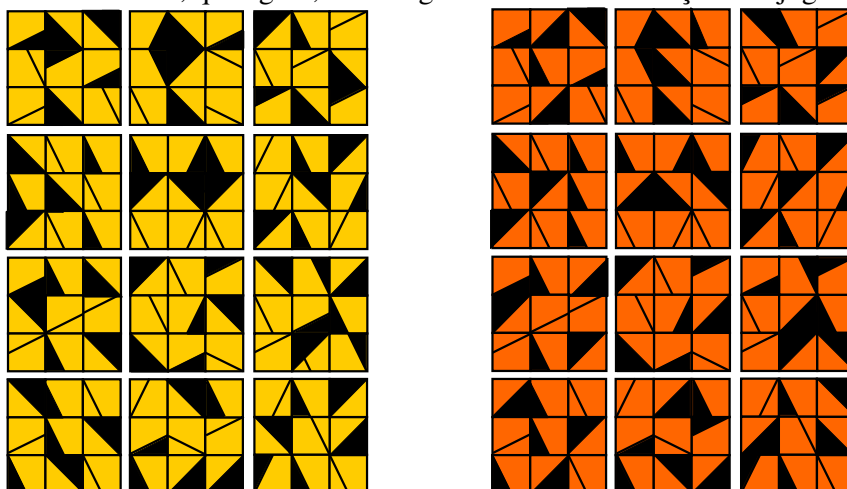
1. Matrizes com triângulos vazios com fundo amarelo
2. Matrizes com triângulos vazios com fundo verde
3. Matrizes com triângulos preenchidos com fundo amarelo
4. Matrizes com triângulos preenchidos com fundo verde

Devemos considerar ainda as possibilidades de termos um destes conjuntos de matrizes repetido: uma, duas ou mais vezes; bem como, dois, três ou quatro deles, repetidos, ou não, um número qualquer de vezes.

21.6.- Matrizes Gestálticas com Módulos Padrão

Vamos adotar agora um novo módulo básico – agora com fundo na cor azul para distingui-los dos anteriores – para construir nossas matrizes gestálticas. Ao contrário do módulo adotado anteriormente, que podia figuras em 8 posições distintas naquelas matrizes, este novo módulo gestáltico – aquele em que o quadrado é dividido exatamente ao meio tendo com linha divisória uma de suas diagonais, só poderá assumir 4 posições distintas, que são as mostradas a seguir:

A seguir mostramos um conjunto de matrizes gestálticas construídas com a utilização do módulo acima mostrado – de maneira aleatória, envolvendo em todas as posições possíveis.

Com este conjunto de 24 matrizes distintas entre si, os jogos apresentados nos itens 19.3., 19.4. e 19.5. podem ser repetidos.

21.7.- Matrizes Gestálticas com Módulos Mistos

As 24 matrizes apresentadas a seguir foram elaboradas utilizando-se três de cada um dos módulos apresentados a seguir, tendo sido escolhida as cores ouro e laranja para o fundo, que com isto, apresentam-se com um diferencial com relação às matrizes gestálticas anteriores.

Na elaboração destas novas matrizes procurou-se utilizar em cada uma delas 3 cada um destes cartões gestálticos. E ainda mais, o mesmo que se afirmou anteriormente a respeito às matrizes gestálticas apresentadas no item 19.6., pode-se afirmar para as matrizes elaboradas com os módulos mistos: com elas os jogos apresentados nos itens 19.3., 19.4. e 19.5. podem ser repetidos, e está bastante claro, que agora, eles exigirão muito mais atenção dos jogadores.

Estes conjuntos de matrizes são distintos entre si, o leitor deve imprimi-las duas vezes, obtendo 48 matrizes gestálticas 12 a 12 idênticas entre si.

JLOGC#22 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 22

JOGOS COM OS CARTÕES GESTÁLTICOS MULTICAMINHOS

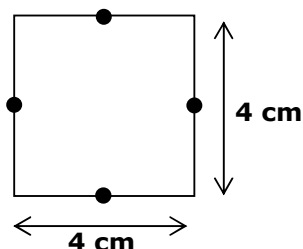
Cada uma das configurações obtidas no JLOGC#18 com o uso de cartões gestálticos envolvia a utilização de apenas um tipo destes cartões ou, no máximo, dois tipos de cartões distintos entre si. No entanto nada impede de utilizamos vários tipos de cartões, até bastante distintos, na busca da obtenção de boas formas (gestalts) como se verá que é possível ao se utilizar os cartões-multicaminhos com segmentos de reta e os com segmentos de circunferência.

22.1.- Propondo Novos Tipos de Cartões Gestálticos

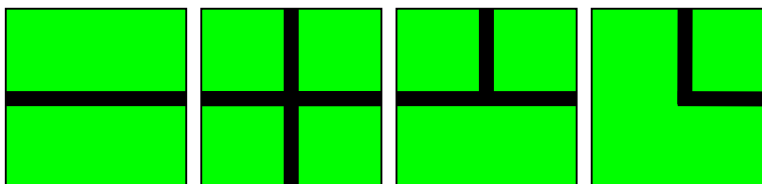
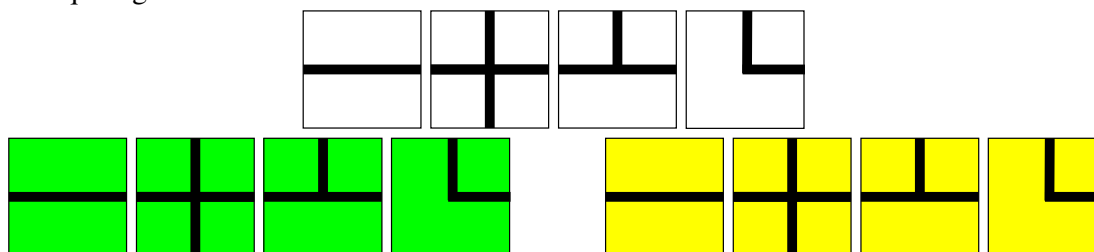
Conforme foi visto no JLOGC#19 (item 19.1) alguns tipos de cartões lógicos são denominados gestáltico quando eles são: "... *cartões logicamente neutros, mas que permitem, ao serem agrupados convenientemente, a obtenção de 'configurações' que nos causa uma boa impressão estética",* ou seja, as composições obtidas com estes cartões, por justaposição uns ao lado dos outros, normalmente acabam por se configurar como 'uma boa forma'(uma 'gestalt').
É usual que, para a elaboração destas configurações, seja utilizado apenas um mesmo tipo de cartão gestálticos, mas isto não é necessariamente uma imposição, pois como se viu no JLOGC#19 - item 19.3.2., os exemplos mostram a possibilidade de utilização de dois tipos distintos de cartões gestálticos.
O que iremos propor aqui é algo muito mais ousado. Nós iremos propor que se tente a busca de *gestalts* utilizando-se uma grande quantidade de cartões distintos entre si. Estes cartões por suas características peculiares serão denominados *cartões-multicaminhos*.

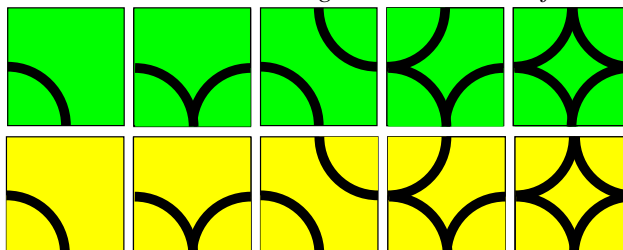
22.2.- Modelando os Cartões-Multicaminhos

Entre as *características desejáveis* em um cartão lógico, para que ele possa ser denominado *cartão-multicaminhos,* estão as seguintes:

- Os cartões devem ser quadrados de 4 cm por 4 cm;
- Deve existir neles, desenhos compostos por segmentos de reta e/ou por segmentos de circunferência, ligando as suas bordas;
- Os conjuntos de segmentos de reta e/ou de circunferência que formam os 'caminhos' dentro de um mesmo cartão devem possuir, pelo menos, duas de suas extremidades coincidindo com um dos pontos médios dos lados do quadrado que emoldura o cartão, como mostrado na figura a seguir;

- Quando justapostos, os cartões, devem permitir a visualização de 'caminhos' ou rotas, com pelo menos um 'início' e um 'fim'.

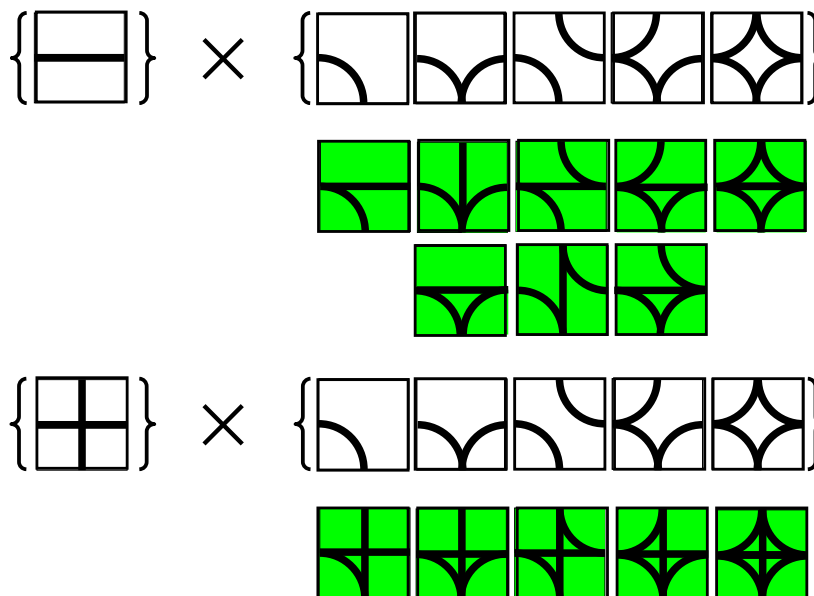
22.2.1.- Os Cartões-Multicaminhos com Segmentos de Reta

Todos os possíveis 'caminhos' formados por segmentos de reta que podem unir pelo menos dois dos quatro pontos médios dos lados de um quadrado aparecem desenhados nos cartões a seguir. Vamos denominar estes cartões como: cartões *segmentos-de-reta*.

Note que a cor de fundo nestes cartões é de suma importância, pois a cor dos cartões visa realçar o desenho dos caminhos, em preto. Compare os conjuntos de cartões *segmentos-de-reta* com fundo incolor e com os fundos coloridos nas figuras a seguir e veja que a cor do fundo se destina a realçar as linhas que figuram nos cartões.

22.2.2.- Os Cartões-Multicaminhos com Segmentos de Circunferência

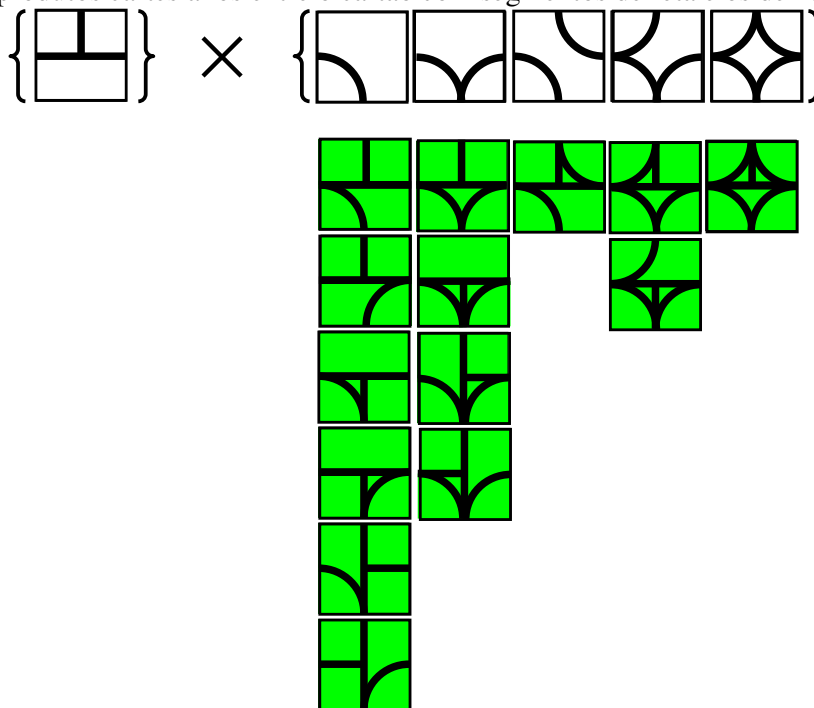
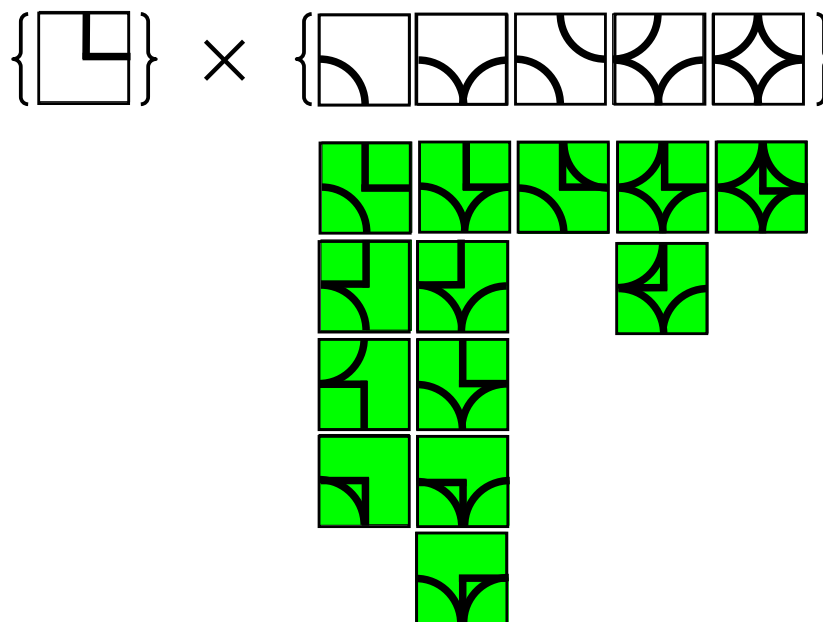
Os cartões a seguir são os denominados cartões *segmentos-de-circunferência*.

22.2.3.- Os Cartões-Multicaminhos Mistos

Modelar os cartões com um único tipo de segmento (de reta ou de circunferência) é bastante fácil. No entanto, as composições possíveis visando a obtenção de novos cartões, mediante a simples sobreposição de imagens de dois cartões é mais difícil e exige o estabelecimento de uma heurística confiável.

A heurística que iremos adotar será a seguinte: compor de todas as maneiras possíveis um dado cartão do tipo *segmentos-de-reta* com todos os demais cartões *segmentos-de-circunferência*. Esta heurística requer que façamos o uso de uma operação emprestada da Teoria dos Conjuntos – o *produto cartesiano* – com alguma adaptação: ao invés de obtermos pares ordenados, propomos a criação de novos cartões pela sobreposição de um cartão *segmentos-de-reta* com todos os demais cartões *segmentos-de-circunferência,* tendo ainda, o cuidado, quando for o caso, de gerar os outros cartões que sejam imagens simétricas (imagens espelhadas) do cartão já obtido.

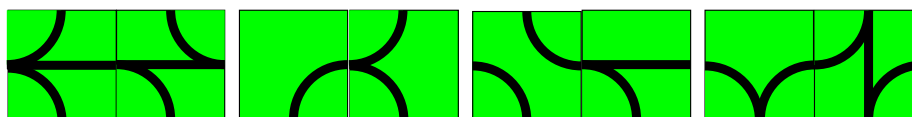
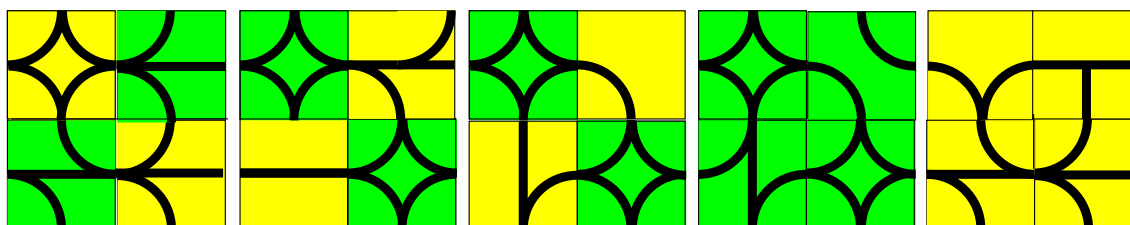
22.2.3.1.- 1º Caso: Os Cartões segmentos-de-reta são simétricos

Nas figuras apresentadas acima e a seguir, o leitor irá verificar que todas as possibilidades foram tentadas, aqueles resultados do 'produto cartesiano adaptado' em que, mais de um resultado foi conseguido, estarão alinhados abaixo do primeiro resultado conseguido. Confira com muita atenção as figuras a seguir.

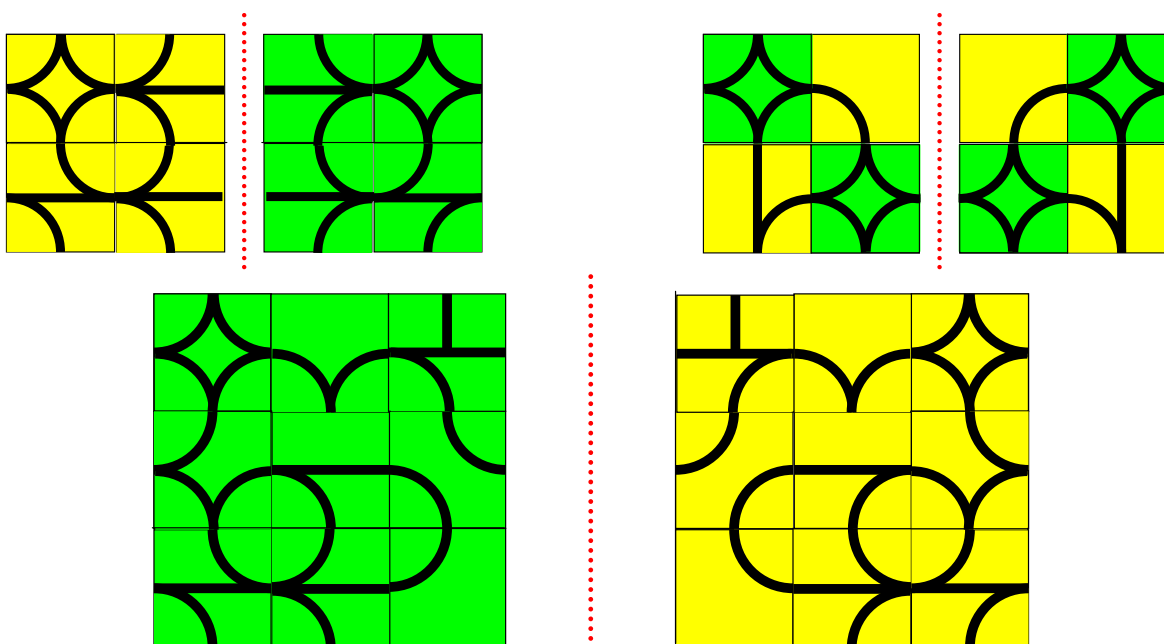
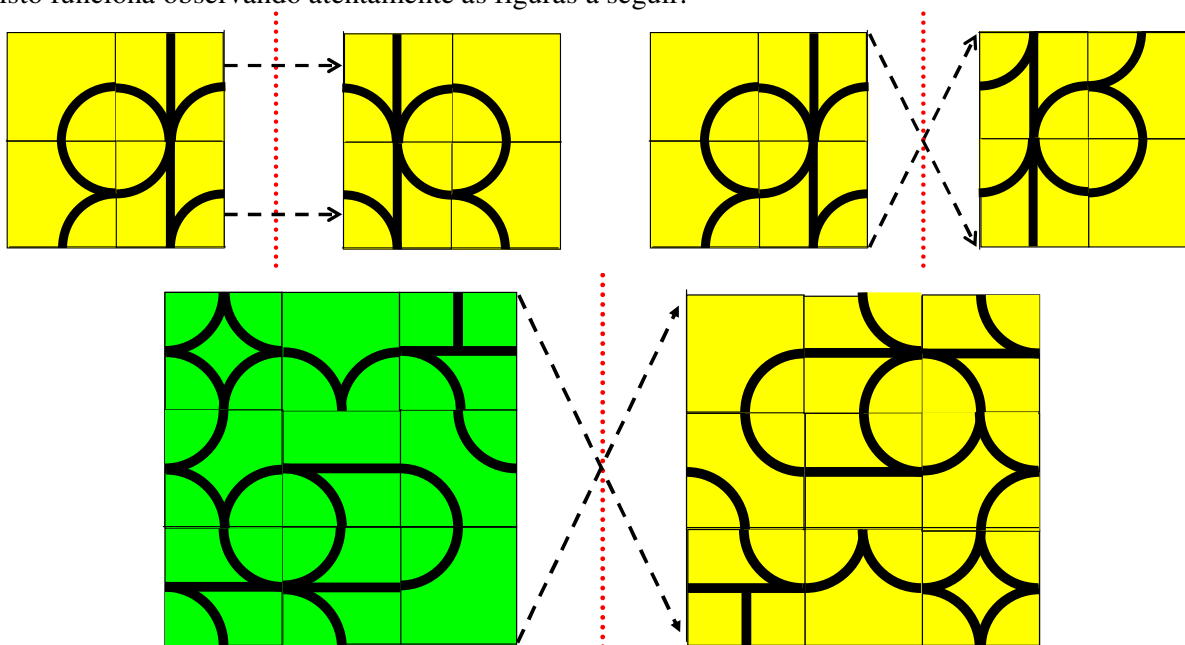
22.2.3.2.- 2º Caso: Os Cartões segmentos-de-reta são assimétricos

Neste caso, nas composições dos cartões, devem-se considerar as imagens simétricas (como aquelas imagens vistas mediante um espelho) dos cartões produtos também como uma outra possibilidade. Isto irá tornar o processo mais elaborado e exigirá uma atenção redobrada ao realizarmos os produtos cartesianos entre o cartão com segmentos de reta e os demais.

Nota Importante: O leitor irá encontrar todos os cartões-multicaminhos no CD-R que acompanha este livro, com a cor de fundo verde e com a cor de fundo amarela.

22.3.- Jogos Para o Pensamento – A Obtenção de Gestalts

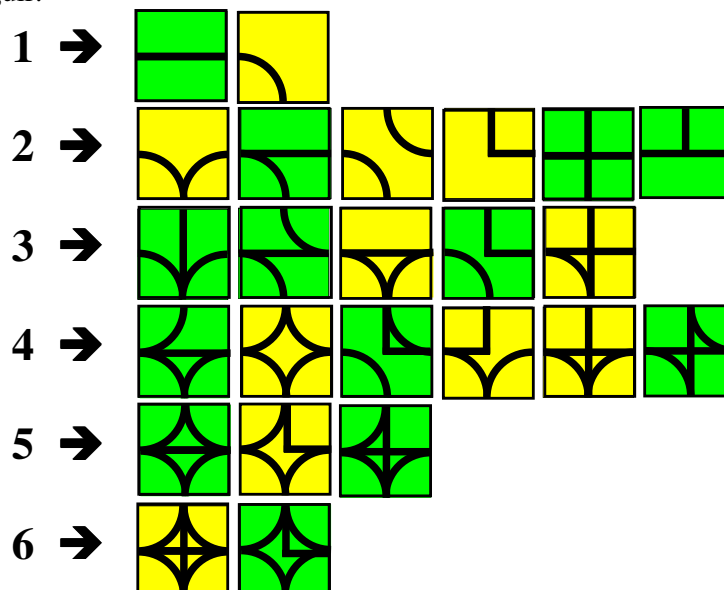
Utilizando os cartões multicaminhos podemos realizar uma série de tentativas visando a obtenção de gestalts. A seguir são mostradas algumas destas tentativas de elaboração de 'desenhos' com uma 'boa forma', utilizando dois ou quatro cartões, com as cores de fundo amarela ou verde.

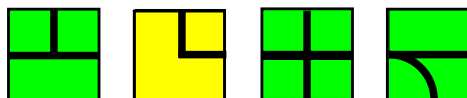
22.3.1.- Exemplos de Gestalts obtidas com dois cartões

22.3.2.- Exemplos de Gestalts obtidas com quatro cartões

22.3.3.- Exemplos de Gestalts Simétricas

A idéia de se obter figuras simétricas a uma outra figura pré-elaborada, sempre fascinou as pessoas. Aqui, neste Jogo Para o Pensamento Lógico, pode-se tentar obter figuras simétricas inutilizando-se cartões ora de uma cor, ora de outra, ou misturando estes dois tipos de cartões.

As figuras a seguir mostram a simetria direta e a simetria invertida de uma mesma figura, veja como isto funciona observando atentamente as figuras a seguir.

22.4.- Jogos em Tabuleiros

São apresentados a seguir dois interessantes jogos com tabuleiros; o primeiro permite envolver até mesmo todos os tipos de cartões multicaminhos, enquanto que no segundo, podem ser utilizados apenas dois tipos específicos destes cartões. Em ambos os casos os jogos são para dois jogadores, sendo que cada jogador deverá escolher para si uma cor de cartão.

22.4.1.- Jogo Caminhando - Com Início e Fim

Dos dois jogos aqui apresentados este é o mais simples. Pode envolver todos os cartões multicaminhos, no entanto, recomenda-se que pelo menos inicialmente – nas primeiras partidas – os tipos de cartões sejam limitados a um conjunto pequeno contendo todas as possibilidades de acordo com as regras a seguir.

- Lançar um dado – o valor corresponderá a quantos segmentos deve conter o cartão a ser jogado de acordo com a tabela acima, que mostra a maneira de computar a quantidade de segmentos em cada cartão.

  Observações Importantes: note que a quantidade de segmentos nos cartões apresentados a seguir é '2':

  O que deve ser observado no cartão multicaminhos a seguir é que cada segmento de reta parte do ponto médio de um dos lados e vai até o ponto médio do lado oposto, logo, temos aqui apenas dois segmentos de reta.

  Já no caso do cartão a seguir, é evidente que temos apenas dois segmentos de reta, que se unem no centro da figura.

- O Jogo deve ser realizado sobre um tabuleiro semelhante ao mostrado a seguir onde a primeira quadrícula deve ser marcada com a palavra *'Início'* e última com a palavra *'Fim'*. A quantidade de quadrículas pode ser ampliada para tornar o jogo mais interessante.

- As peças de cores distintas – uma de cada jogador – devem ser justapostas de forma a dar continuidade às linhas que nelas estão desenhadas, formando um caminho contínuo.
- O jogador que não possuir uma peça com a quantidade de segmentos que coincida com o valor obtido no dado, perde a vez.
- O jogo deve começar exatamente na primeira quadrícula do tabuleiro e terminar na última. Cada jogador deverá descobrir e usar estratégias que dificultem o caminhar do oponente.
- Modificar as regras para que o valor N, obtido no lançamento do dado, permita ao jogador escolher uma quantidade de segmentos *menor ou igual* a N. Como, por exemplo: o jogador obteve '5', ele poderá escolher cartões com 1, 2, 3, 4, ou até 5 segmentos.
- Restringir ou ampliar, bem como escolher aleatoriamente, a quantidade e a diversidade dos *cartões multicaminhos* envolvidas no jogo.

22.4.1.1.- Jogo de Composição de Figuras Com uso de um Dado

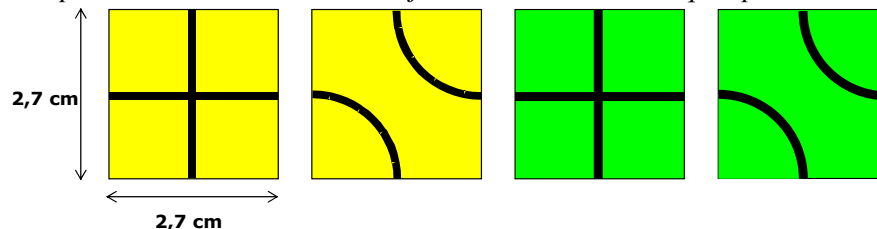
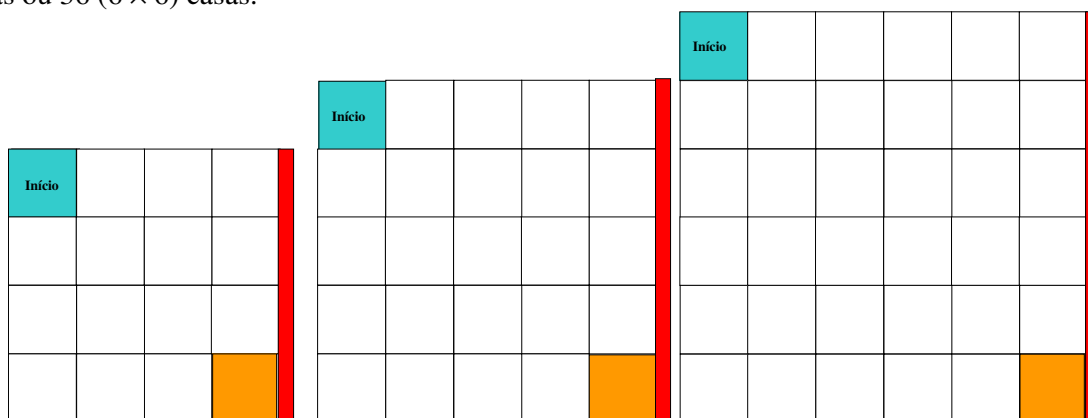
Um Jogo Para o Pensamento bastante interessante a ser tentado é o da composição de figuras complexas (composições) com os cartões-multicaminhos, utilizando-se um dado hexagonal. Este pode ser um jogo solitário ou podem participar dois ou mais jogadores competindo entre si para a obtenção de uma melhor 'gestalt' (boa forma).

- Primeiramente se deve escolher as dimensões da figura a ser formada: 2 x 2, 2 X 3, 3 x 3, etc.
- O jogador lança um dado e escolhe o cartão a ser utilizado na composição da figura com tantos segmentos quanto o valor obtido.
- Os cartões podem ser movidos até que a figura seja considera com a 'melhor gestalt' (a melhor das melhores 'boa-forma').
- No caso de dois jogadores, um terceiro participante deve ser chamado para opinar sobre a melhor composição.

22.4.2.- Jogo Caminhando - Com uma Barreira

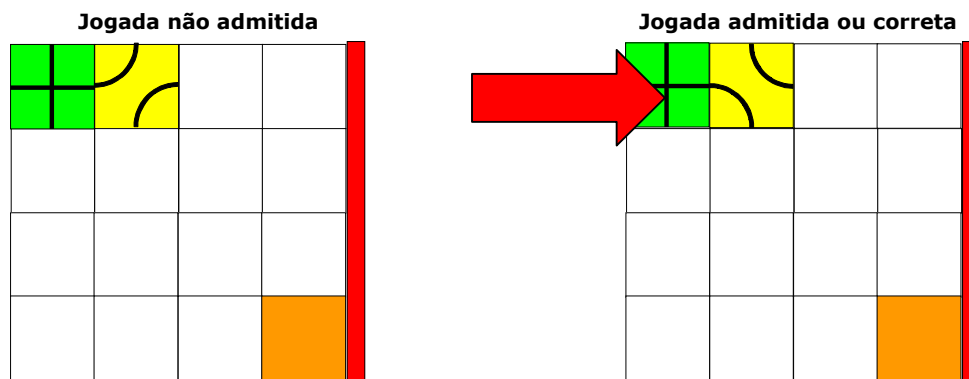
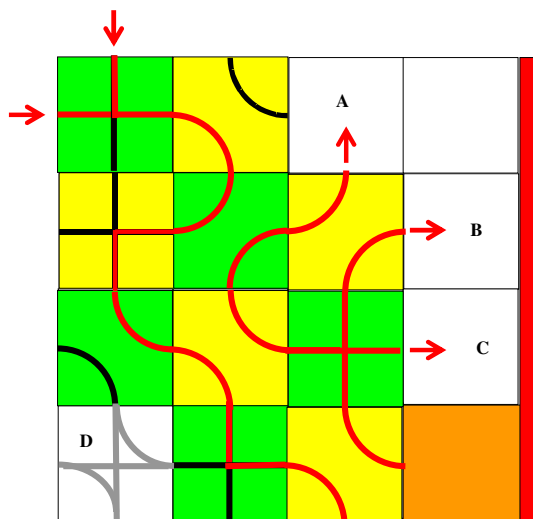
Este é um Jogo Para o Pensamento Lógico em que peças de cores distintas, devem ser justapostas de forma a dar continuidade às linhas que nelas estão desenhadas, formando um caminho contínuo.

Há 2 modelos de figuras: (a) com uma cruz e (b) com dois arcos de circunferência. Deve-se imprimir destes cartões com fundo amarelo e 8 com fundo verde – sendo 4 do modelo (a) e 4 do modelo (b) para cada cor do fundo.

É importante notar que as medidas destes cartões passam agora de *4 cm × 4 cm para apenas 2,7 cm × 2,7 cm, não somente para que caibam sem problemas no tabuleiro a seguir apresentado, mas para distingui-las pelo tamanho dos outros conjuntos de cartões até aqui apresentados.*

O Tabuleiro a seguir apresentados, são todos quadrados, podendo ter 16 (4 × 4) casas, 25 (5 × 5) casas ou 36 (6 × 6) casas.

O tabuleiro possui uma casa chamada "Início" e uma casa de cor laranja que indica o final do caminho, além disto, há uma tarja vermelha na borda direita do tabuleiro, que é a faixa – que iremos denominar *barreira* – em que nenhum jogador nunca deve tocar com suas peças sob pena de perder o jogo para o oponente.

22.4.2.1.- Regras do Jogo

Este é um jogo para apenas dois jogadores. O tabuleiro que escolhemos foi o de 16 casas, onde o jogo é mais fácil.

1. As 16 peças devem ser distribuídas da seguinte forma: todas as peças de fundo amarelo para um dos jogadores (esta será a sua cor) e as restantes, para o outro jogador (que jogará com as peças de fundo verde).
2. O primeiro jogador deve colocar uma de suas peças na casa onde está escrito: "Início".
3. O segundo jogador deverá colocar uma de suas peças em uma das casas vizinhas de modo a dar continuidade a um dos caminhos iniciados pelo seu oponente – formando uma linha contínua.
4. O caminho não poderá ser truncado ou ser fechado, nem se poderá remeter o caminho para fora do tabuleiro, não permitindo dar continuidade ao caminho a partir daquela jogada. Veja um exemplo de jogada não admitida na figura a seguir e uma forma de fazê-la corretamente.

5. Nas figuras acima vemos dois exemplos de jogadas onde são utilizadas as mesmas peça: a primeira, não admitida, e a segunda admitida ou correta.
6. O jogo termina quando: (a) com a vitória do jogador que consegue fechar a casa laranja do tabuleiro, encerrando ali um caminho contínuo; (b) com a derrota do jogador que foi prensado contra a tarja vermelha, isto é, ele foi obrigado a jogar uma de suas peças encostada à tarja vermelha.
7. Na figura a seguir, abaixo, analisamos os lances finais de uma partida do Jogo dos Caminhos. Note que o caminho foi realçado em vermelho.

8. Veja no exemplo acima onde surgiram três possibilidades para o jogador com as peças de fundo verde dar continuidade ao caminho: se a próxima jogada do for na quadrícula "B" ou na quadrícula "C" , perderá o jogador com as peças de fundo verde, pois estará jogando uma de suas peças de encontro à tarja vermelha; se a jogada se der na quadrícula "A", perderá o jogador com as peças de fundo amarelo, pelo mesmo motivo, ou seja, ele terá que jogar uma de suas peças e irá de encontro à tarja vermelha.
9. No caso da quadricula marcada com "D" o caminho será remetido para fora do tabuleiro, o que impossibilita que um qualquer dos dois tipos de cartão seja ali colocado.

22.4.2.2.- Sugestões

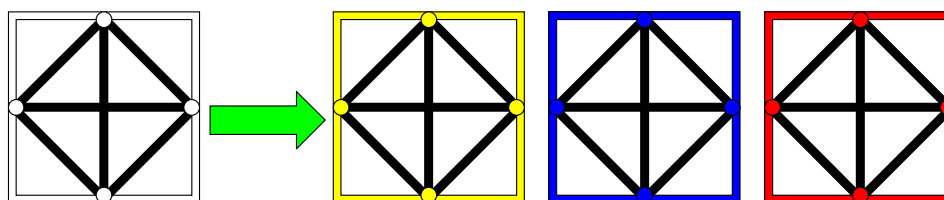
- Para tornar o jogo mais interessante, no caso do tabuleiro com 16 casas, deve-se distribuir apenas 7 peças para cada jogador (uma quantidade ímpar de peças), onde 4 serão de um tipo, e 3 de outro tipo, desde que os conjuntos de peças recebidas pelos dois jogadores contenham os mesmos tipos de figuras (a) ou (b).
- A escolha do tabuleiro que mede 5×5 quadrículas exigirá a utilização de 28 cartões, sendo 14 com fundo verde e 14 com o fundo amarelo. O leitor irá notar que o tabuleiro 5×5 irá comportar apenas 25 cartões, sendo que 3, ou mais, destes cartões irão sobrar, quando completado o caminho. Pense sobre o porquê desta última afirmação.
- A escolha do tabuleiro que mede 6×6 quadrículas exigirá a utilização de 36 cartões, sendo 18 com fundo verde e 18 com o fundo amarelo. Neste caso poderá ou não haver cartões restantes dos 36 utilizados.

JLOGC#23 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 23

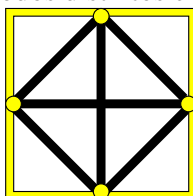
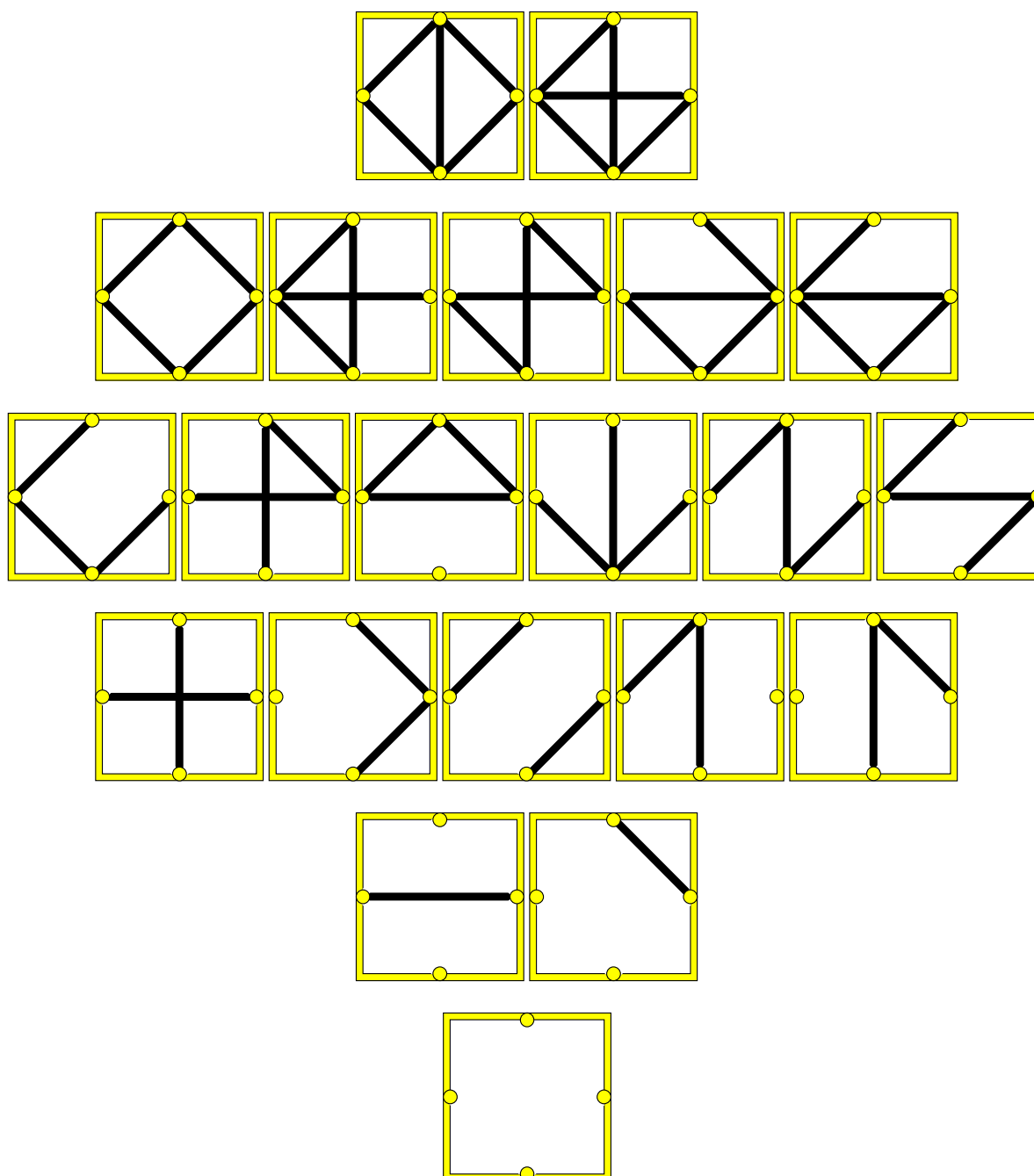
OS CARTÕES LÓGICOS BORDAS-E-SEGMENTOS

Zoltan Paul Dienes ao trabalhar com os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos (vide JLOGC#06) adotava como forma de apresentação do material às crianças, os jogos denominados Jogos Livres. Durante estes jogos as crianças descobriam naturalmente algumas das propriedades do material relativamente aos atributos: cor, forma, espessura e tamanhos. O material a seguir apresentado foi desenvolvido exatamente para que os jogadores explorem o material, sem regras, descobrindo as suas propriedades. As regras para os demais jogos deverão ser introduzidas somente após as 'descobertas' dos atributos do material, que no caso não são tão explícitos quanto aos atributos dos Blocos Lógicos.

23.1.- Introdução

O cartão básico apresentado a seguir, do qual serão derivados todos os demais cartões do conjunto de cartões que denominaremos *Bordas-e-Segmentos*, possui uma borda e quatro pequenos círculos, que receberão as cores primárias: amarelo, azul e vermelho, sendo que seis segmentos de reta, sempre na cor preta, unem dois a dois, os círculos que estão nas bordas.

Os cartões acima apresentados correspondem à quantidade seis, pois são seis os segmentos de reta ligando os pequenos círculos dois a dois.
Os demais cartões irão sendo obtidos através da supressão, um por vez, de cada um destes segmentos, explorando-se assim, todas as possibilidades de obtenção de cartões com: cinco, quatro, três, dois, um e nenhum segmento unindo os círculos.

23.2.- O Conjunto de Cartões Bordas-e-Segmentos

A seguir apresentamos um conjunto completo dos cartões Bordas-e-Segmentos na cor amarela. Ordenados pela quantidade de segmentos que unem os pequenos círculos das bordas dois a dois, totalizam 22 cartões. Sendo assim, ao acrescentarmos as cores azul e vermelha nas bordas e círculos, teremos um total de 66 cartões, todos distintos entre si.

23.3.- Os Jogos com os Cartões Bordas-e-Segmentos

O leitor encontrará no CD-R que acompanha este livro os três conjuntos de cartões Bordas-e-Segmentos, com as bordas nas cores primárias (amarelo, azul e vermelho), prontos para serem impressos e plastificados, recortados e utilizados para os mais diversos jogos. O leitor já deve estar bem familiarizado com a maioria dos jogos apresentados neste livro, poderá agora jogar com os cartões Bordas-e-Segmentos.

Apesar de sabermos que o leitor seria capaz de 'inventar' os seus próprios jogos com estes cartões, e isto, a partir do que ele aprendeu com os jogos anteriores, nós vamos sugerir alguns jogos.

23.3.1.- Jogos Livres

Os *Jogos Livres* foram propostos por *Zoltan Paul Dienes visando a exploração não- dirigida – exploração não-orientada – quando ele trabalhou com os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos (vide JLOGC#06).*
No caso dos Blocos Lógicos, os jogadores ao explorarem o material, poderiam perceber intuitivamente os atributos dos mesmos, como cores, tamanhos, formas, espessuras; já no caso dos Cartões Bordas-e-Segmentos, os atributos são mais complexos, os jogadores podem descobrir os seguintes atributos: cores das bordas, quantidade de segmentos, figuras idênticas, figuras simétricas, figuras complementares.
Um atributo que pode ser 'percebido' pelos jogadores mais competentes diz respeito à quantidade de pequenos círculos que estão livres, isto é, eles não serviram como pontos extremos de algum segmento: zero, um, dois ou quatro pontos. O que cabe realçar é que este tipo de atributo não é relevante.

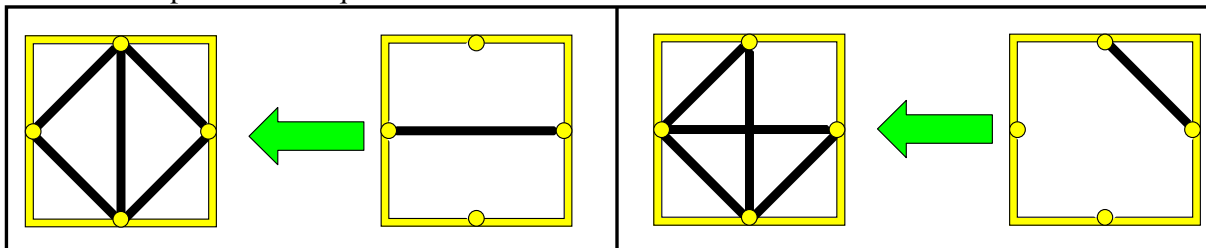
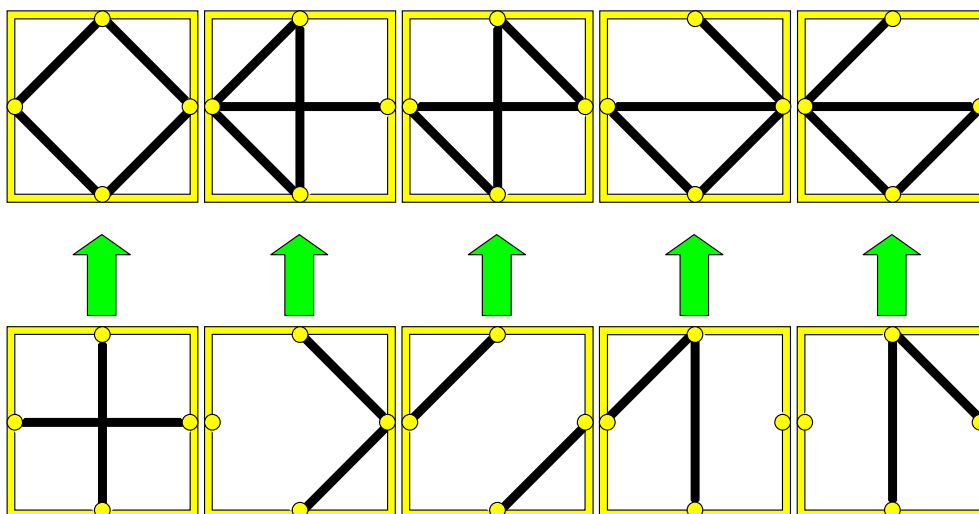
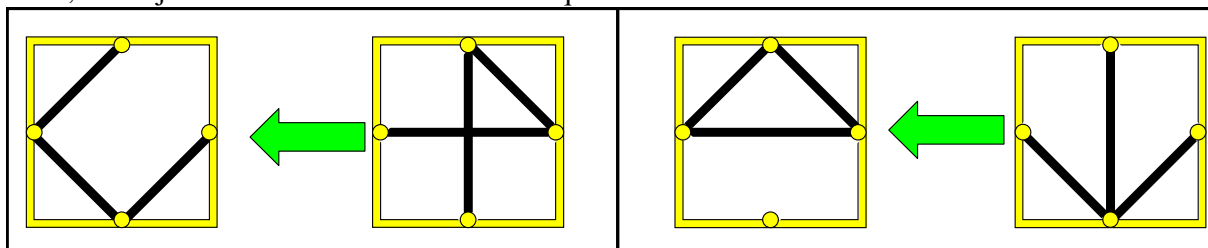
23.3.1.1.- Jogos Livres – Algumas Propriedades a Serem Descobertas

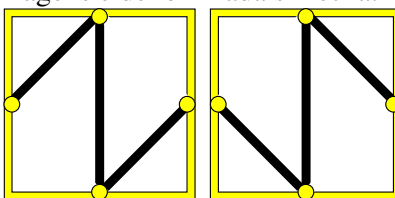
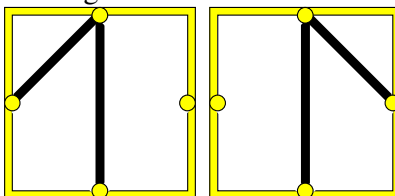
Deve-se embaralhar com os 66 cartões e entregá-los a um ou dois jogadores para que eles estudem as suas propriedades. Estes são os Jogos Livres que permitem ao(s) jogador(es) a descoberta dos atributos (qualidades) dos cartões.

a) As Cores dos Cartões e as Quantidade de Segmentos

Um dos atributos mais notáveis e imediatos é a cor das bordas dos cartões (amarelo, azul e vermelho) e a quantidade de segmentos (de zero até 6, em preto) ligando os pequenos círculos que figuram nas bordas.

b) Os Pares de Cartões com Desenhos Complementares

Um fato interessante que nos permitirá conferir a exatidão de nosso raciocínio na elaboração dos cartões com 5 segmentos, é o seguinte: nós poderemos completar as imagens destes cartões para a quantidade de 6 segmentos, utilizando convenientemente por sobreposição, os segmentos dos cartões correspondentes às quantidades 1.

O mesmo que se fez com todos os cartões de valores 5 e 1, pode agora ser feito com os cartões cuja quantidade de segmentos seja 4 e 2.

No caso dos cartões cujos valores sejam 3, há quatro deles que são complementares entre si, e dois deles, como já foi mencionado anteriormente que são simétricos um do outro.

c) O Espelhamento de Imagens (Imagens Simétricas)

Dois dos cartões que representam a quantidade 3, apesar de serem muito parecidos são distintos um do outro. Na verdade, um deles se assemelha à letra Z ou N maiúsculas e o outro à letra S ou um N invertido. Este espelhamento de imagens é denominada simetria.

O mesmo fenômeno – de espelhamento de imagens – ocorre com dois dos cartões que representam o valor 2 em termos de quantidade de segmentos.

23.3.1.2.- Jogo Solitário: Formando Figuras por Complementação

Um jogo Para o Pensamento que pode ser jogado por um jogador – um jogo solitário – é a seleção de *Pares de Cartões com Desenhos Complementares.* Os exemplos apresentados acima mostram a forma de emparelhar os cartões que se complementam.

23.3.1.3.- Jogando com dois dados: Cor + Quantidade

Este é um jogo para dois ou até quatro jogadores:

- Deve-se combinar inicialmente quantas partidas serão jogadas: 2, 3, 4, etc.;
- Embaralhar os 66 cartões e distribuir de 6 a 8 cartões para cada jogador;
- Dispor para compra em dois montes (dois 'mortos') os cartões restantes, com os desenhos voltados para cima;
- Deve-se jogar com dois dados que devem ter cores distintas. A composição dos dois resultados que irá indicar a carta a ser descartada de acordo com a tabela a seguir;
- Os jogadores devem estabelecer já no início das partidas qual dos dados irá se referir à escolha das cores (am = amarelo, az = azul, vm = vermelho) e qual dos dados irá se referir à escolha da quantidade de segmentos, e isto de acordo com a tabela a seguir:

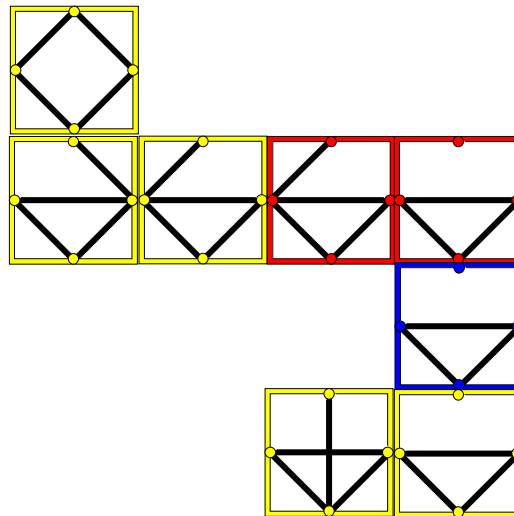
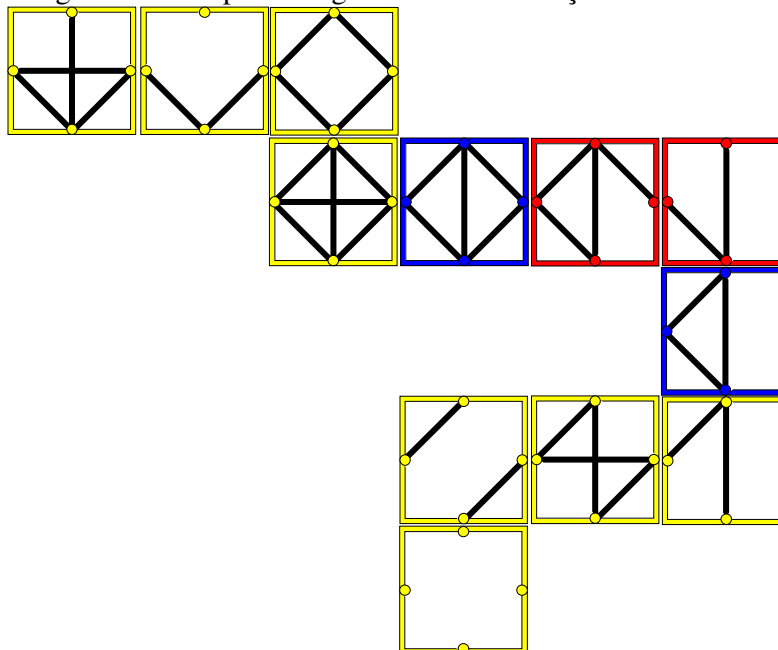
Dado 1						
Resultados	**1 ou 4**		**2 ou 5**		**3 ou 6**	
Cores	**am**		**az**		**vm**	
Dado 2						
Resultados	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Segmentos	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

- O jogador que não tiver um cartão adequado ao descarte deverá comprar um ou dois cartões de qualquer dos dois 'mortos';
- O jogo termina quando um dos jogadores descarta o seu último cartão;
- A quantidade de cartões restantes nas mãos dos demais jogadores deverá ser contada como pontos perdidos (pontos negativos) e anotados para cada jogador;
- Esta ultima regra, quando jogam apenas dois jogadores, pode ser modificada: a quantidade de cartões restantes na mão do perdedor não deve ser contada como pontos perdidos, mas deve-se anotar apenas um ponto ganho para o primeiro jogador.

23.3.1.4.- O Jogo das Diferenças

O Jogo das Diferenças com os Cartões Lógicos Bordas-e-Segmentos pode ser baseado nos seguintes atributos:

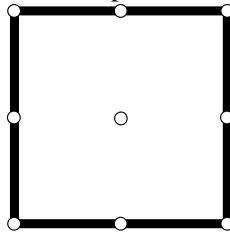
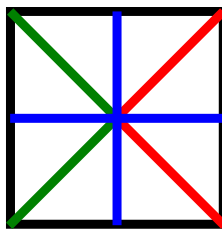
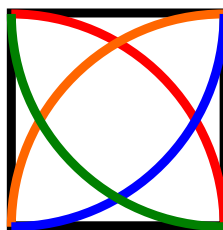
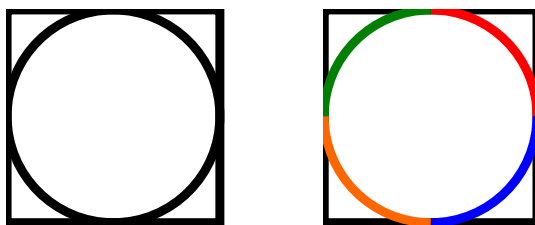
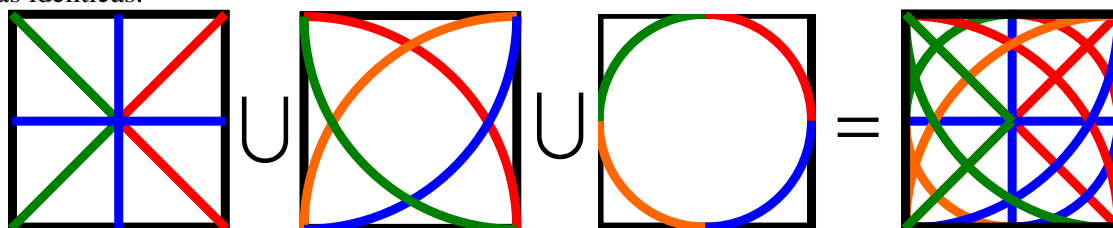
- Diferença entre as cores;
- Diferenças entre as quantidades de segmentos;
- Diferenças entre as posições dos segmentos.

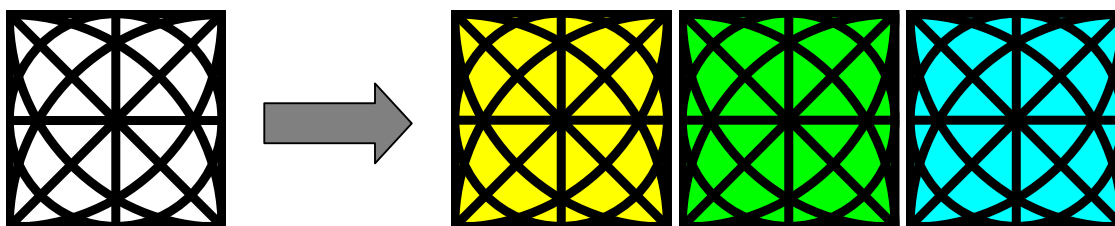
Confira na figura a seguir um exemplo de Jogo de Uma Diferença:

Confira na figura a seguir um exemplo de Jogo de Duas Diferenças:

JLOGC#24 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 24

JOGOS DE DISCRIMINAÇÃO E IDENTIFICAÇÃO COM CARTÕES MULTISSEGMENTOS

Os cartões multisegmentos possuem um desenho (um arabesco) formado por 6 segmentos de reta e 8 segmentos de circunferência e se destinam a jogos que envolvem discriminação e identificação. Um dos jogos exige a formação de ternas de cartões cujos desenhos sejam idênticos e um outro exige a identificação de desenhos que se complementam.

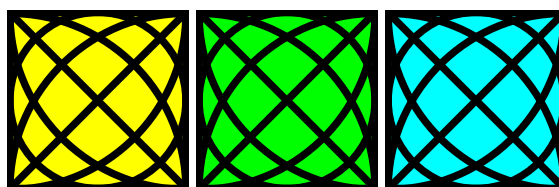
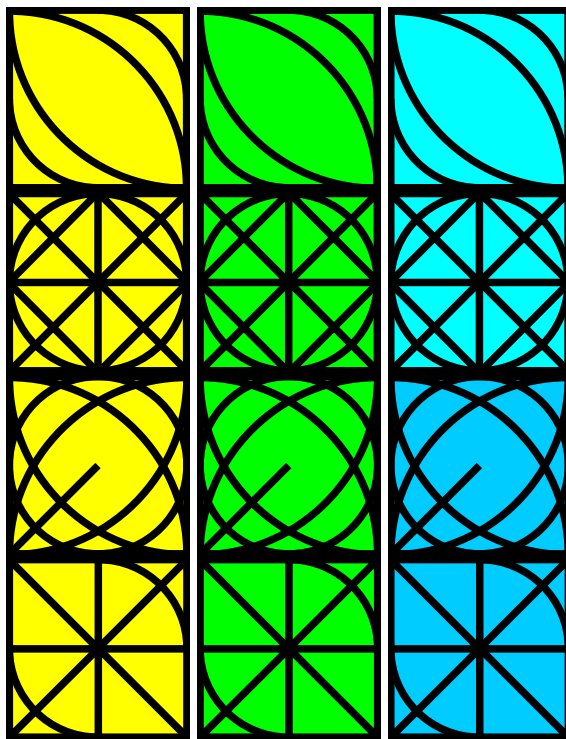
24.1- O Módulo Básico

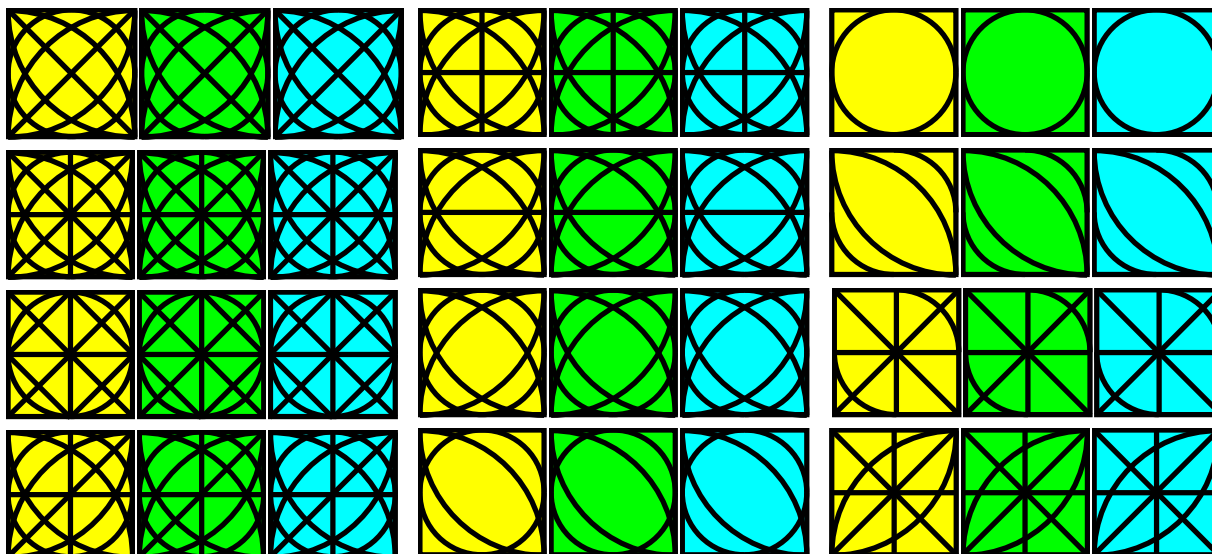
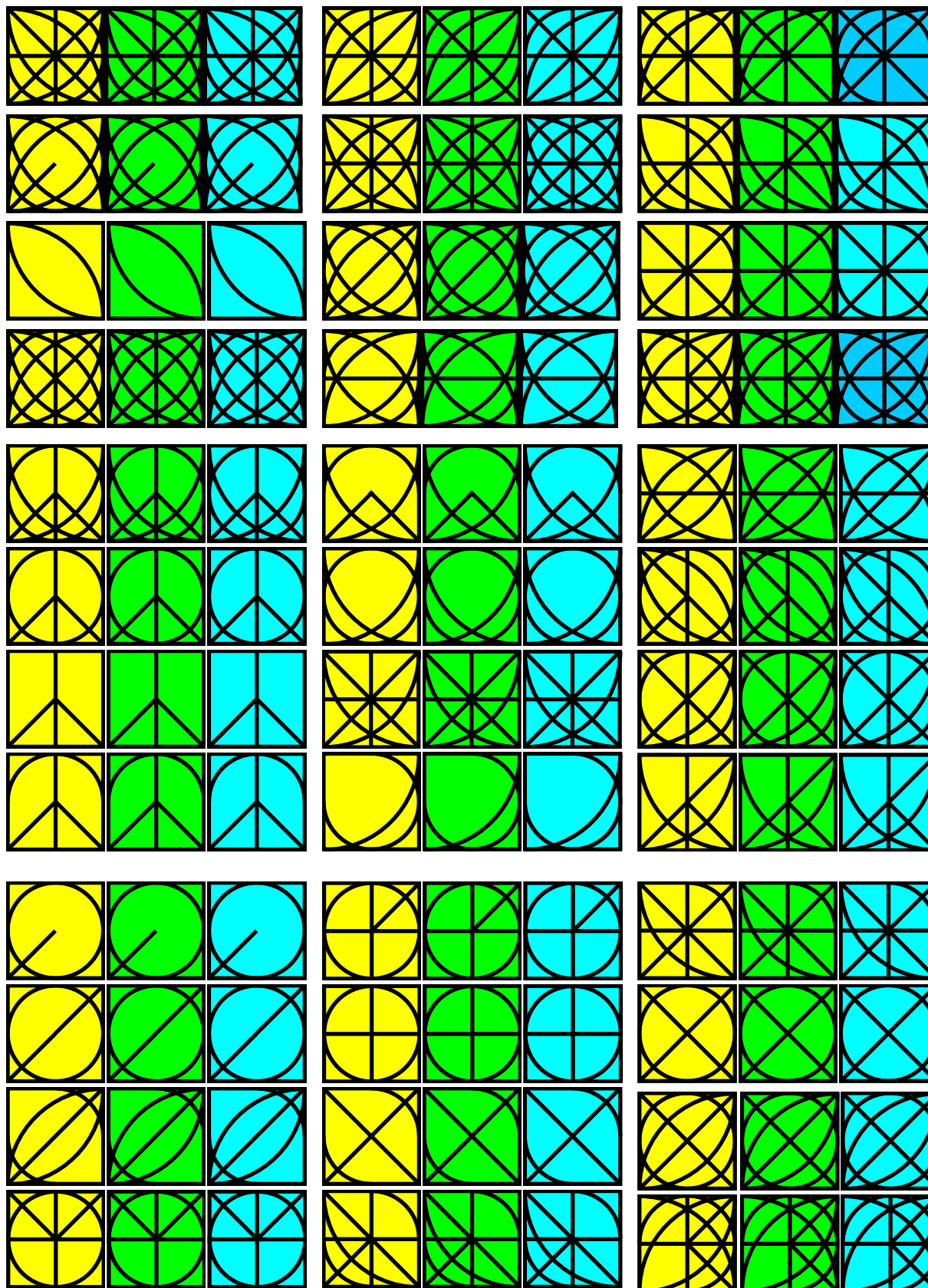
O cartão que seve de base para os demais cartões, o Módulo Básico, possui 9 pontos de contacto que determinam o início e o final dos segmentos de reta e dos segmentos de circunferência a serem desenhados sobre o suporte quadrado que mede aproximadamente 5 cm × 5cm.

Por outro lado, os segmentos de reta que estão na horizontal e na vertical são contínuos (destacados na figura, na cor azul) enquanto os segmentos da diagonal são divididos em dois segmentos menores cada um (destacados na figura, em vermelho e verde), com isto temos aqui 6 segmentos de reta.

Com relação aos quatro arcos de circunferência mostrados na figura a seguir, temos que: cada um deles é contínuo, mas são independentes um do outro, como se pode ver pelas cores (um arco em vermelho, outro em laranja, outro em verde e outro em azul), isto nos dará 4 segmentos de circunferência.

Já no caso da circunferência, que parece ser única, ela foi dividida em quatro arcos, conforme pode ser visto na figura em cores.

Ao unirmos (veja o sinal de união na figura a seguir) as três figuras anteriores, obtemos o módulo final (veja o sinal de igualdade) que irá gerar as demais figuras destinadas ao Jogo da Formação de Ternas idênticas.

6 segmentos de reta	4 segmentos de circunferência	4 segmentos de circunferência	14 segmentos

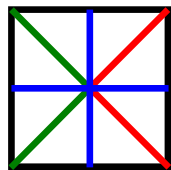
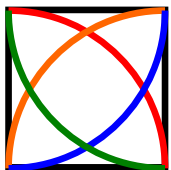
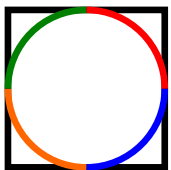
O módulo apresentado a seguir não possui as cores mostradas na figura anterior, todos os segmentos são agora mostrados na cor preta, o que iramos colorir serão apenas o fundo destes cartões, que terão as corres: amarelo, verde ou azul-claro.

O leitor deve ter notado que, quando se pintam os segmentos de preto, as propriedades dos mesmos, quanto a serem contínuos ou não, passam a ser de difícil identificação, e isto, foi feito de propósito, visando aumentar as possibilidades de criação de diversas ternas distintas.

24.2- A Obtenção dos Cartões

O conjunto de cartões do jogo *Formação de Ternas Iguais*, será obtido pela supressão de um ou mais dos segmentos presentes no cartão básico, como será mostrado em alguns exemplos a seguir. No entanto, o conjunto dos cartões que serão gerados não irão se constituir num conjunto que contenha todas as possibilidades, ou seja, este conjunto de cartões não se constituirá num micromundo.

Em outras palavras: os cartões a seguir foram gerados aleatoriamente, sem que se tenha adotado nenhum tipo de estratégia, como ocorreu anteriormente nos casos da geração dos cartões de muitos dos jogos vistos até aqui, como por exemplo, os jogos: JLOGC#01 e seguintes até o JLOGC#11.

24.3- Imprimir, Plastificar, Recortar e Utilizar os cartões

A seguir o leitor irá encontrar os modelos miniaturizados dos 48 cartões (reduzido para um tamanho que corresponde a 35% do tamanho original) triplicados, pelo uso das cores: amarelo, verde e azul claro, o que faz com que tenhamos um total de 144 cartões, agrupáveis de três em três.

No CD-R que acompanha este livro o leitor encontrará exatamente estes cartões em seus tamanhos originais com aproximadamente 5 cm de lado. Estes cartões devem ser impressos, plastificados em folhas de tamanho A4, e em seguida recortados.

24.4- Formando as Ternas Iguais

Os agrupamentos três-a-três pela identidade entre os segmentos presentes em cada um dos cartões é principal jogo a ser empreendido. No entanto, o leitor que já testou os jogos anteriores, contidos neste livro, poderá tentar inventar os seus próprios jogos, veja a seguir dois exemplos.
Mas veja que ninguém – e muito menos o autor – está afirmando que estes jogos são fáceis, ou até mesmo possíveis. Eles são Jogos para o Pensamento e por isto exigem algum tipo de esforço mental, bem como a busca de heurísticas ou estratégias a serem aplicadas com o objetivo de se encontrar soluções ou de mostrar que eles são insolúveis.

24.4.1.- Cartões Próximos Uns dos Outros

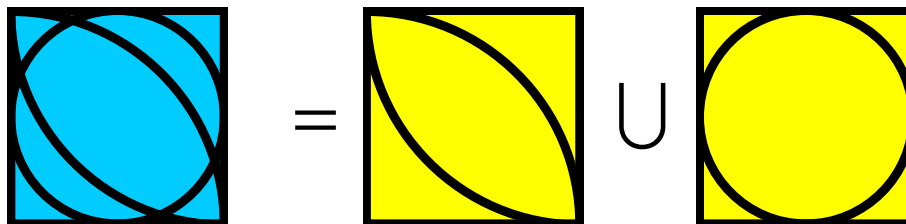
Este é um jogo para três pessoas: dois jogadores e um observador (ou juiz), que decidirá os casos em que haja dúvida.

1. Cada um dos jogadores deve escolher a sua cor (amarelo, verde ou azul-claro) tomando para si todo um conjunto com os 72 cartões de uma mesma cor;
2. O observador deve embaralhar muito bem o conjunto com os 72 cartões da cor não escolhida pelos jogadores, retirar 'sem ver', um dos cartões e colocar virado para cima sobre a mesa do jogo – este é o *cartão-guia*;
3. Os dois jogadores devem escolher um dos seus cartões – sem mostrá-lo nem para o observador, nem para o seu oponente –, que ele julgue o mais próximo possível, em termos gráficos, do cartão colocado sobre a mesa, ou seja, ele deve escolher um cartão que, com pequenas modificações, sejam elas por acréscimo ou pela supressão de alguns segmentos, se aproxime o mais possível do cartão-guia que está sobre a mesa. *É obvio que os cartões idênticos ao cartão-guia não podem ser jogados(!).*
4. Os dois cartões, um de cada jogador, devem ser colocados virados para baixo ao lado do cartão-guia, para serem desvirados, ao mesmo tempo, pelo observador;
5. Os segmentos a mais ou a menos, devem ser contados segundo a tabela de segmentos apresentada a seguir (que poderá ser impressa a partir do CD-R que acompanha o livro):

6. Ganhará o jogador que descartou o cartão, cujas modificações exigidas para se chegar ao cartão-guia, seja a menor possível. Deve-se considerar também a possibilidade de empate.

24.4.2.- Cartões Complementares uns dos Outros

Este pode ser um jogo solitário com a possibilidade, em alguns casos, de não se encontrar a solução, no caso da escolha de alguns cartões-guia mais complicados.
O jogo consiste em se encontrar cartões que completem o cartão-guia escolhido, ou seja, verificar a possibilidade de se encontrar cartões, cujos segmentos, ao serem sobrepostos possibilitem

reconstituir o cartão-guia originalmente escolhido. Para facilitar o entendimento do que queremos, damos um exemplo a seguir.

Este é um jogo em que as regras dadas no item 23.4.1., acima, podem ser adotadas com pequenas modificações.

Os mesmo três participantes, dois jogadores e um observador, devem seguir as regras 1 e 2, e no tocante à regra 3, deve-se modificá-la para:

3. Os dois jogadores devem escolher dois dos seus cartões que eles suponham que ao terem seus 'desenhos sobrepostos' permitam reproduzir o cartão-guia que está sobre a mesa.

4. Os quatro cartões, dois de cada jogador, devem ser colocados virados para baixo ao lado do cartão-guia, para serem desvirados, ao mesmo tempo, pelo observador;

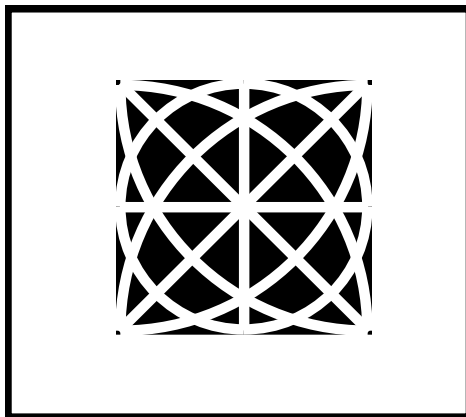
5. O observador irá verificar o acerto ou erros dos jogadores, anotando os pontos de cada um – um ponto para cada jogada correta.

6. O jogo termina quando um dos jogadores atingir, por exemplo, 10 pontos (quantidade esta, que pode ser distinta de 10, mas que deve ser combinada antes do início do jogo).

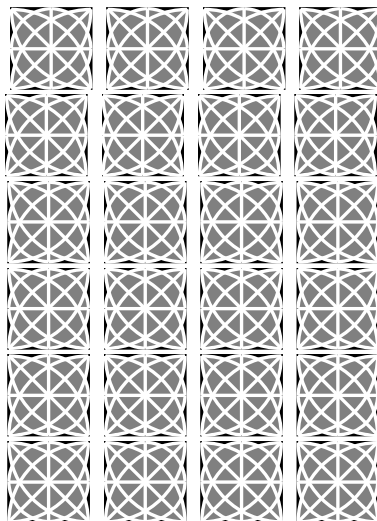
7. Deve-se observar que para alguns cartões guias um ou até dois dos contendores poderá alegar não haver solução. É claro que ganha aquele que encontrar a solução.

8. Este jogo se torna mais interessante quando jogado contra o relógio – cujo período de tempo também deverá ser combinado entre os jogadores - , mas que deverá ser controlado pelo observador.

24.4.3.- Máscara para a Verificação da Complementaridade

A figura a seguir mostra – em verdadeira grandeza – a sombra de um *cartão multisegmentos* que servirá de máscara (ou gabarito) para o Jogo da Complementação de desenhos (arabescos).
Deve-se imprimir esta figura em uma película acrílica própria para impressoras jato de tinta ou laser e utilizá-la para cobrir o cartão que se deseja complementar e conferir as linhas que não foram preenchidas na cor preta.

Se você não compreendeu o modo de utilização desta máscara ou gabarito, veja seguir, no item 25.3.1.2. do JLOGC#25 uma simulação que ilustra o seu uso.

24.5.- Recomendações

Supondo que algum dos nossos leitores deseje descobrir todos os possíveis cartões distintos que podem ser obtidos por supressão organizada dos segmentos de reta e dos segmentos de circunferência, apresentamos, no CD-R que acompanha este livro, uma página no tamanho A4, onde os segmentos aparecem na cor branca sobre um fundo cinza, permitindo que, ao se pintar os segmentos com um lápis comum possamos recriar uma série de novos cartões, distintos dos até aqui apresentados pelo autor.
Veja a seguir uma miniatura da página de trabalho que você irá encontrar no CD-R, e que poderá ser impressa tantas vezes quanto for necessário.

JLOGC#25 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 25

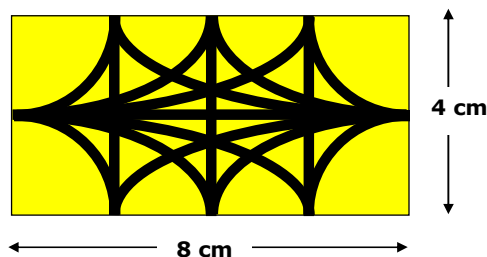
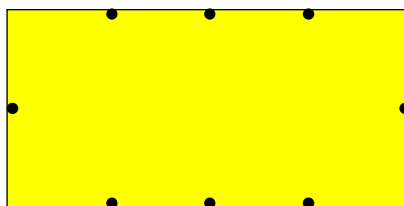
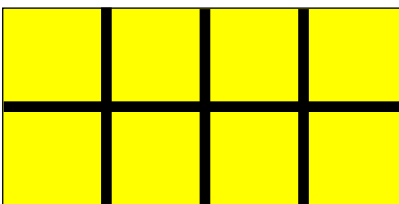
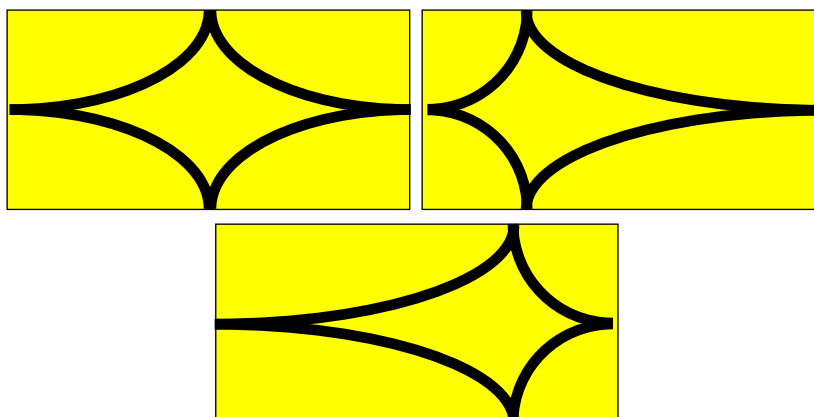
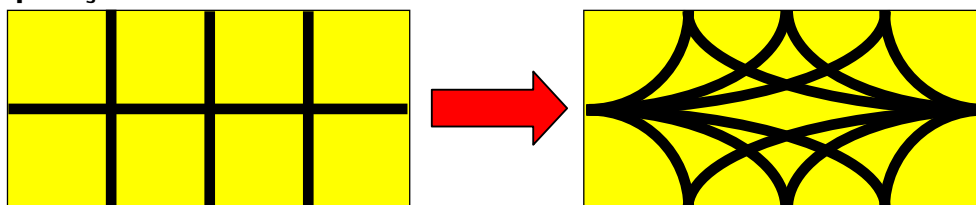
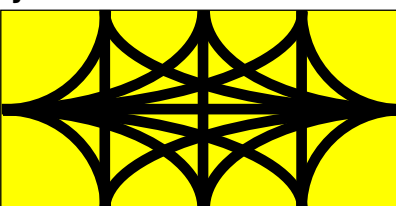
CARTÕES LÓGICOS COM ESTRUTURAS NIEMAYER'S

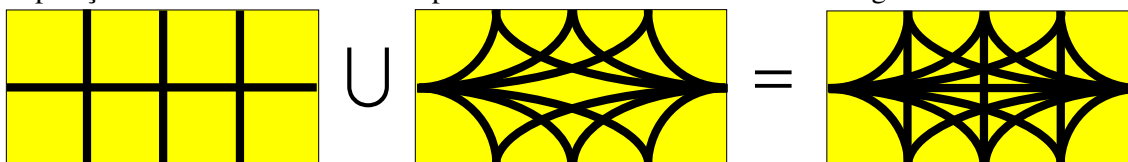
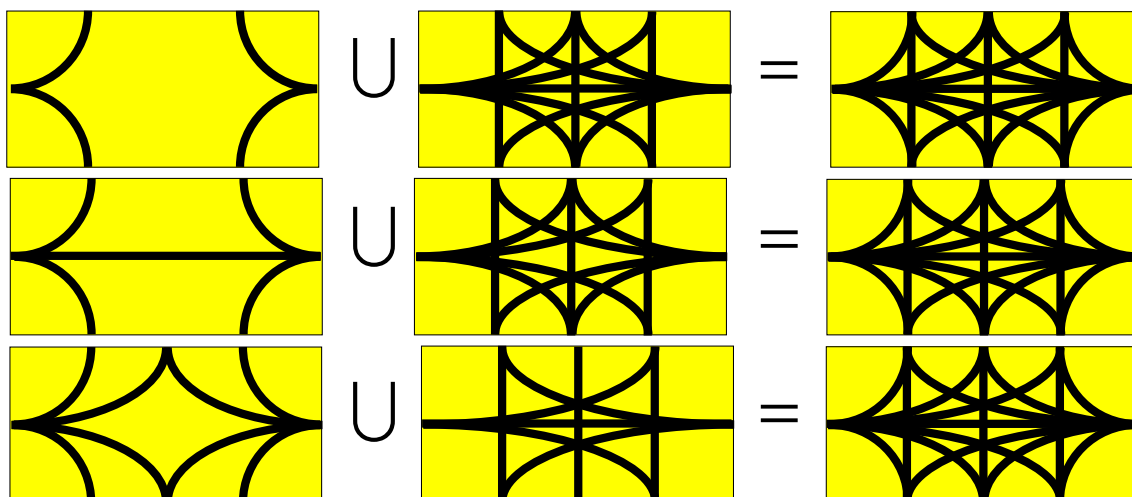
O nome dado a estes cartões – Estruturas Niemeyer's - é uma homenagem ao famoso arquiteto brasileiro Oscar Niemeyer cujas linhas curvas características e originais utilizadas em seus projetos arquitetônicos se tornaram famosas no mundo todo. Uma famosa frase deste arquiteto é a seguinte: "Não é o ângulo reto que me atrai, nem a linha reta, dura, inflexível, criada pelo homem. O que me atrai é a curva livre e sensual, a curva que encontro nas montanhas do meu país, no curso sinuoso dos seus rios, nas ondas do mar, no corpo da mulher preferida. De curva é feito todo o Universo, o universo curvo de Eistein". Estes Cartões se destinam ao Jogo da Complementação de figuras.

25.1.- Sobre Oscar Niemayer

Oscar Ribeiro de Almeida de Niemeyer Soares – arquiteto brasileiro mundialmente conhecido como Oscar Niemayer –, nasceu no Rio de Janeiro em 1907. É mundialmente reconhecido como um dos grandes renovadores da arquitetura do século XX, especialmente pelo uso do concreto armado e pela troca do ângulo reto em favor das linhas curvas.
Tem obras em diversos países como França, Inglaterra, Alemanha, Rússia, Portugal, E.U.A.. No Brasil projetou o conjunto arquitetônico da Pampulha em Belo Horizonte, vários edifícios públicos de Brasília - a Catedral, os palácios do Itamaraty, do Planalto e da Alvorada e o Caminho Niemeyer, em Niterói.

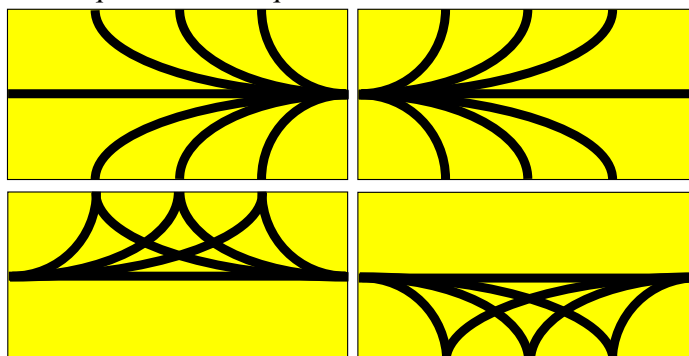
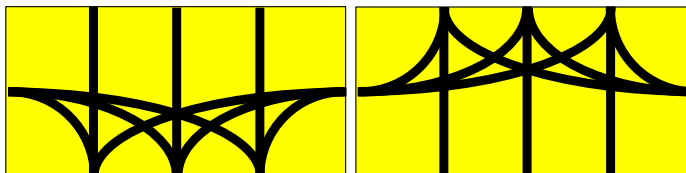
25.2.- Os Cartões Niemayer's

Estes cartões medem 4 cm × 8 cm e têm a cor de fundo amarela, com a finalidade de destacar as linhas desenhadas em preto. Por lembrarem as linhas do palácio da Alvorada em Brasília – projetado por Oscar Niemayer –, estes cartões foram denominados Cartões Niemayer's. O cartão mostrado a seguir é denominado *módulo básico*:

O cartão possui oito pontos distribuídos em sua borda, a partir dos quais são traçadas quatro linhas retas e doze linhas curvas – em forma de arcos, como visto nas figuras a seguir,..

Quatro segmentos retilíneos:

Doze segmentos curvilíneos:

A sobreposição de todas estas linhas:

irá compor o cartão Niemayer's denominado *módulo básico*:

25.3.- O Conjunto de Cartões Niemayer's

O conjunto de Cartões Niemayer's é gerado aos pares. O método de geração destes cartões é o da decomposição de *módulo básico* em dois cartões cujos segmentos são complementares. Isto é mostrado a seguir, onde o sinal $\cup$ indica a operação 'união' – operação esta entendida aqui como a sobreposição das linhas constantes no primeiro cartão sobre as linhas do segundo cartão:

25.45- Calculando a quantidade de Cartões Niemayer's

A quantidade de cartões que constituem este micromundo – aquele dos cartões Niemayer's – pode ser calculada pela seguinte sequência de fórmulas:

- $Q_{\textit{cartões}\ 16\ \text{segmentos}} = C_{16,16} = 1$
- $Q_{\textit{cartões}\ 15\ \text{segmentos}} = C_{16,15} = 16;$
- $Q_{\textit{cartões}\ 14\ \text{segmentos}} = C_{16,14} = 120$
- $Q_{\textit{cartões}\ 13\ \text{segmentos}} = C_{16,13} = 560$
- $Q_{\textit{cartões}\ 12\ \text{segmentos}} = C_{16,12} = 1820$
- $Q_{\textit{cartões}\ 11\ \text{segmentos}} = C_{16,11} = 4368$
- $Q_{\textit{cartões}\ 11\ \text{segmentos}} = C_{16,10} = 8008$
- $Q_{\textit{cartões}\ 11\ \text{segmentos}} = C_{16,9} = 11440$
- $Q_{\textit{cartões}\ 11\ \text{segmentos}} = C_{16,8} = 12870$
- $Q_{\textit{cartões}\ 11\ \text{segmentos}} = C_{16,7} = 11440$
- $Q_{\textit{cartões}\ 11\ \text{segmentos}} = C_{16,6} = 8008$

Nestes cálculos não estão incluídos os cartões complementares, mas também é lógico que nestes cálculos foram envolvidos aqueles cartões que são simétricos – como os mostrados a seguir :

Mesmo que eliminemos destes cálculos todos os cartões simétricos, ainda teremos uma quantidade de cartões muito acima do desejável quando se trata de cartões destinados a um jogo praticável entre 2 jogadores, por exemplo.
Optamos por gerar os cartões Niemayer's através de um processo de aleatório – geraremos os cartões sem a adoção de nenhuma heurística ou estratégia. Assim sendo, este micromundo será classificável como: incompleto, de transição não-uniforme, não estável, mas fechado com relação ao emparelhamento dos cartões dois a dois (vide os Prolegômenos – item 0.7.2.).

25.3.- Jogos com os Cartões Niemayer's

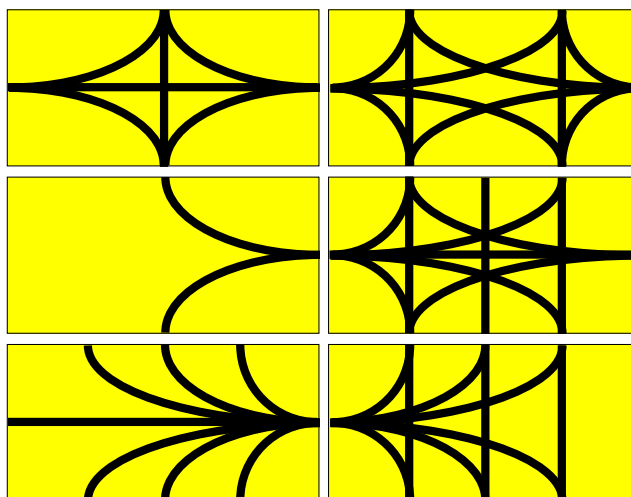
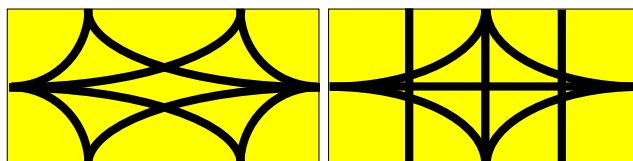
O conjunto de Cartões Niemayer's permitirão a realização de dois tipos de jogos:

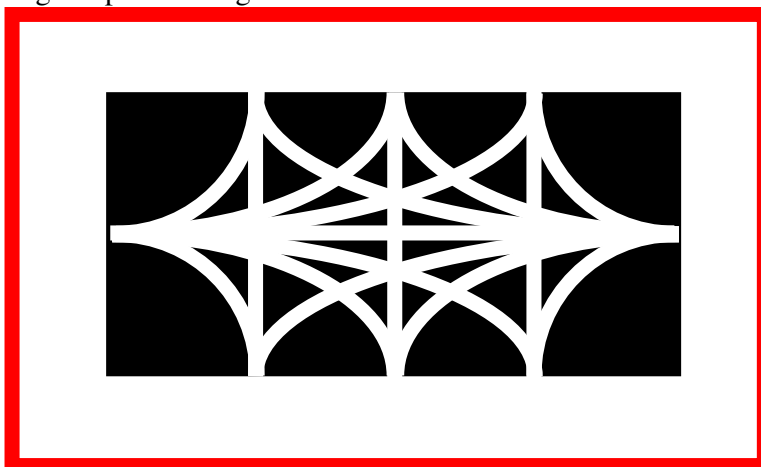
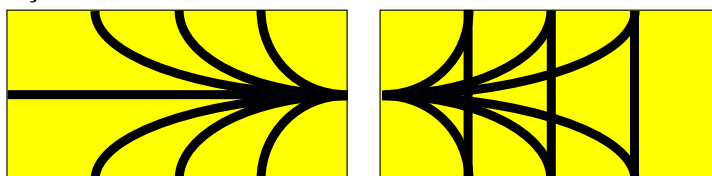
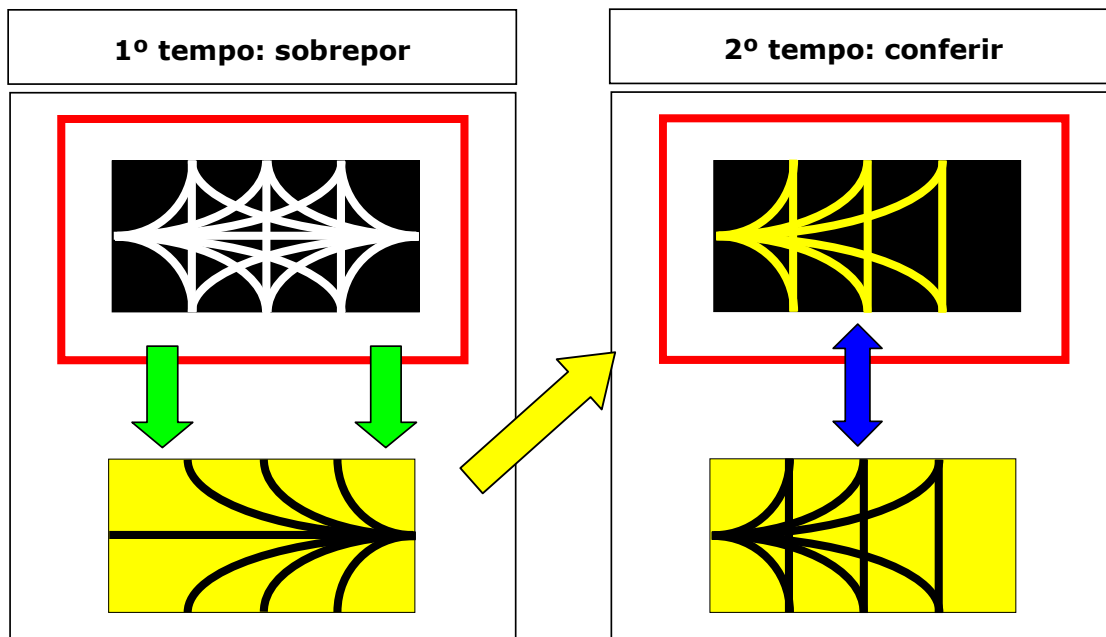
1. Jogo da Complementação de Figuras
2. Jogo das Diferenças

25.3.1.- Jogo da Complementação de Figuras

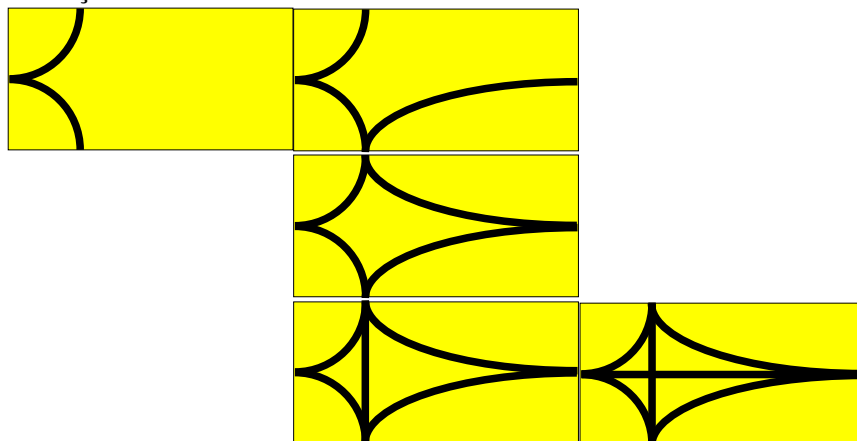
Os cartões possuem 16 segmentos, a saber: 4 são segmentos de reta e 12 são segmentos curvilíneos.
O Jogo de Complementação consiste em formar pares tais que a sobreposição virtual[14] dos segmentos: (os de retas e os curvilíneos) permitem a obtenção do desenho exatamente igual àquele apresentado como sendo o *módulo básico*.

25.3.1.1.- Mais exemplos de Cartões Niemayer's Complementares

A seguir nós vamos apresentar mais alguns pares de cartões complementares para que você possa treinar a sua habilidade em recompô-los como os cartões com os 16 segmentos – o cartão denominado módulo básico.

[14] **Sobreposição virtual:** *uma sobreposição existente apenas em potência ou como faculdade, não como realidade ou com efeito real*

25.3.1.2.- Uma máscara para Conferir as Composições – O Gabarito

O leitor irá encontrar no CD-R que acompanha este livro uma máscara – um gabarito – a ser impressa em uma folha de acetato – daquelas próprias para a impressão em jato de tinta ou laser – e que servirá para conferir o acerto do emparelhamento dos Cartões Niemayer's quando houver dúvida. A figura a seguir apresenta o gabarito.

O *gabarito plástico* é uma máscara que apresenta no seu centro um cartão com os 16 segmentos com a imagem invertida – em negativo – do *módulo básico* no tamanho real (4 cm × 8 cm). O leitor deverá recortar este gabarito em volta da linha vermelha. A borda entre o vermelho e o cartão em preto serve para segurá-la durante a operação de sobreposição a um dos cartões, com a finalidade de estabelecer a comparação entre os mesmos.

O modo de se usar este gabarito é colocá-lo sobre um dos cartões e verificar quais das linhas estarão coloridas em amarelo. Estas linhas são justamente as linhas complementares a serem conferidas no outro cartão. Veja, a seguir, em dois tempos como proceder:

As flechas em verde mostram o movimento de sobreposição do gabarito ao primeiro dos cartões, a flecha em azul mostra que o fundo em amarelo nos revela as linhas a serem buscadas no segundo cartão.

25.3.2.- Jogo das Diferenças

Este jogo será o mesmo já experimentado com diversos tipos de cartões mostrados anteriormente desde o JLOGC#01, no entanto aqui, teremos um problema, o conjunto de cartões não é completo o que fatalmente irá dificultar em muito a transição – as transições neste micromundo será não-uniforme. Ainda mais, este é um micromundo não-estável: os seus elementos, de um para outro, não possuem os mesmos tipos e a mesma quantidade de atributos, além de ser um micromundo linguisticamente instável onde a referência às suas propriedades ou atributos é difícil e apenas intuitiva. Veja um exemplo de uma partida do Jogo de Uma Diferença com os cartões Niemayer's , a seguir.
Imprima o conjunto de cartões que estão disponíveis no CD-R, monte o jogo mostrado a seguir e confira a diferença de uma peça para outra usando o *gabarito plástico*. O uso do gabarito plástico talvez seja uma necessidade em alguns casos mais complexos, como nos casos dos jogos de duas, três, ou mais diferenças.

Não se recomenda que alguém que não tenha ainda tomado contacto com o Jogo das Diferenças comece a jogá-lo com os Cartões Niemayer's devido à extrema complexidade que passa a ocorrer

na medida em que se aumentam as quantidades de diferenças a serem estabelecidas de um cartão para outro.

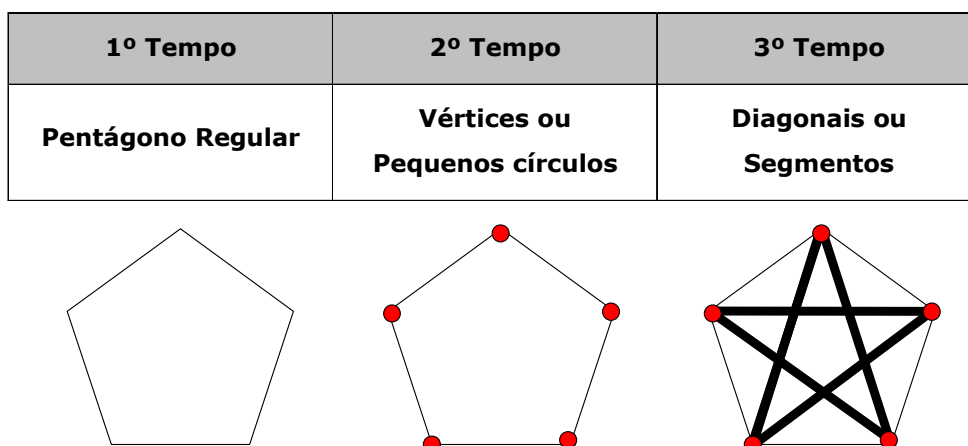
JLOGC#26 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 26

CARTÕES LÓGICOS PENTAGONAIS VÉRTICES E DIAGONAIS

Os Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais apresentam como o próprio nome diz, um pentágono onde seus vértices e diagonais são destacados. Mediante a organizada supressão combinada e bem definida de cada um destes elementos, iremos formar um conjunto de 27 cartões (ou fichas) destinados ao Jogo das Diferenças.

26.1.- Introdução

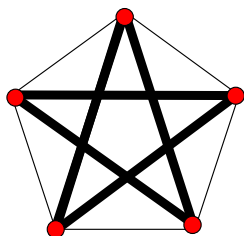
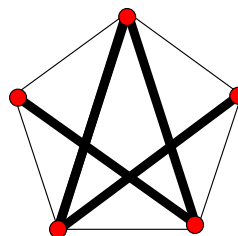
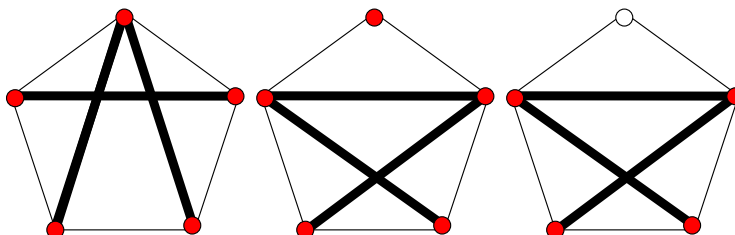
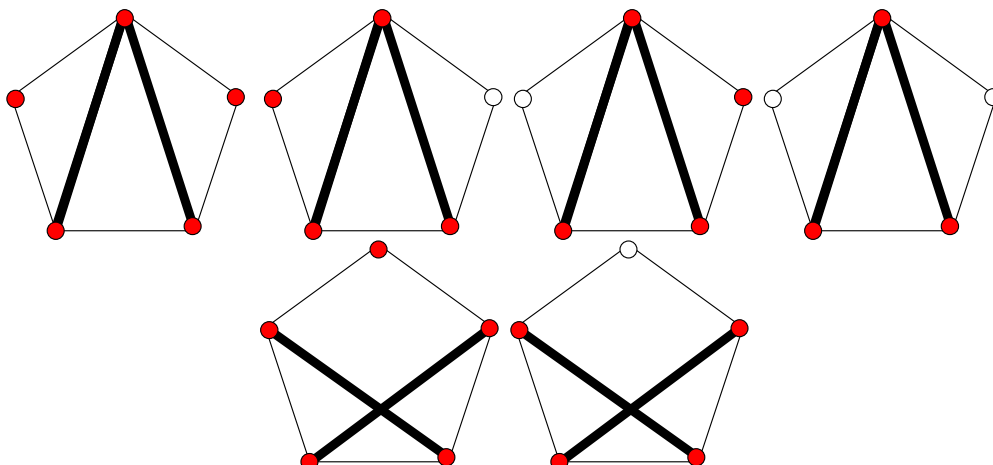
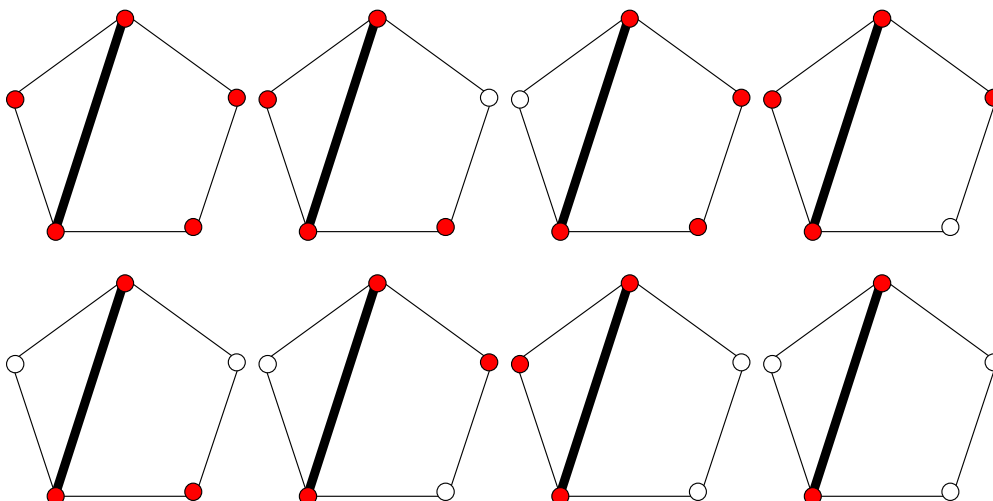
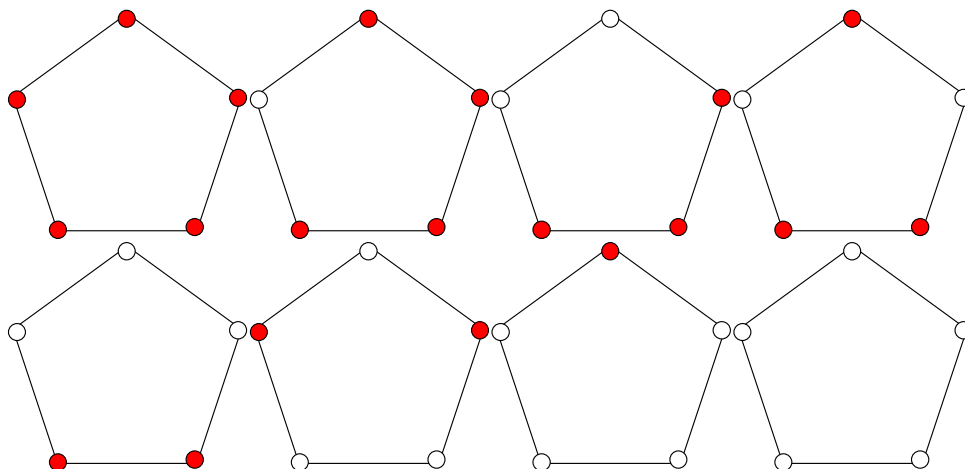
Os desenhos a seguir apresentam em três tempos: (1º) um pentágono regular – pentágono cujos lados são congruentes (têm as mesmas medidas) e os ângulos têm as mesmas medidas; (2º) os *vértices* deste pentágono – cinco *pequenos círculos em vermelho;* (3º) as suas *diagonais* – cinco *segmentos na cor preta.*

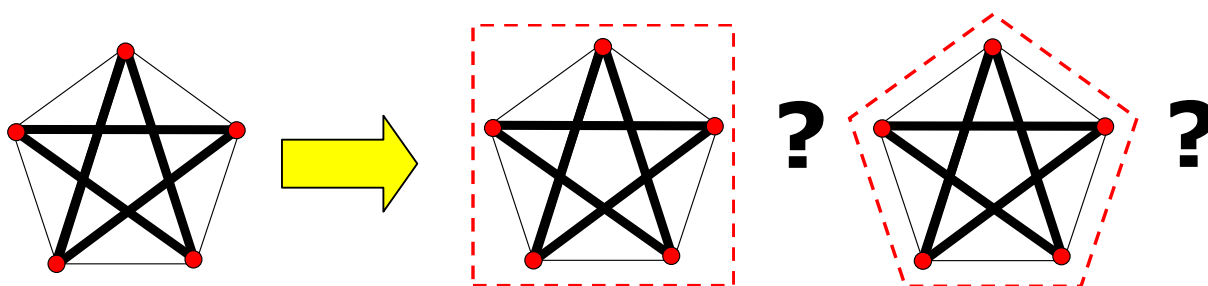
1º Tempo	2º Tempo	3º Tempo
Pentágono Regular	**Vértices ou Pequenos círculos**	**Diagonais ou Segmentos**

26.2.- O Conjunto de Desenhos nos Cartões

A seguir vamos gerar todos os possíveis desenhos a serem estampados nos *Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais* em termos da quantidade de segmentos (de diagonais) e de pequenos círculos (vértices).
A regra para a geração dos cartões é a seguinte:

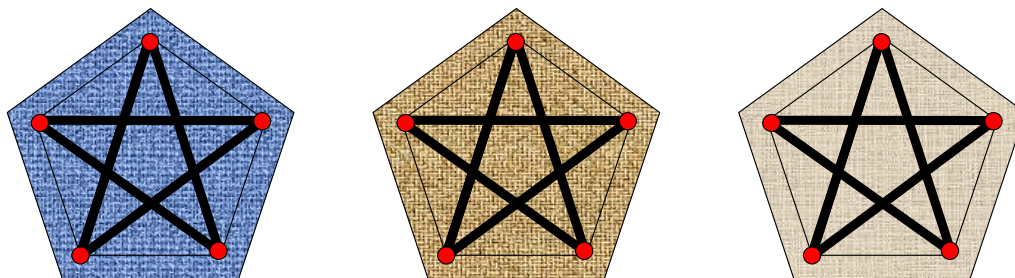
- Os vértices (pequenos círculos) que ligam segmentos (que são as extremidades dos segmentos) são sempre coloridos em vermelho;
- As diagonais são desenhadas na cor preta;
- As diagonais devem ser eliminadas ordenadamente, obtendo-se as figuras com 4, 3, 2, 1 e nenhum segmento;
- Os vértices que não são extremidades dos segmentos deverão num primeiro instante continuarem coloridos;
- Num segundo instante estes vértices devem ser descoloridos um a um, dois a dois, etc.

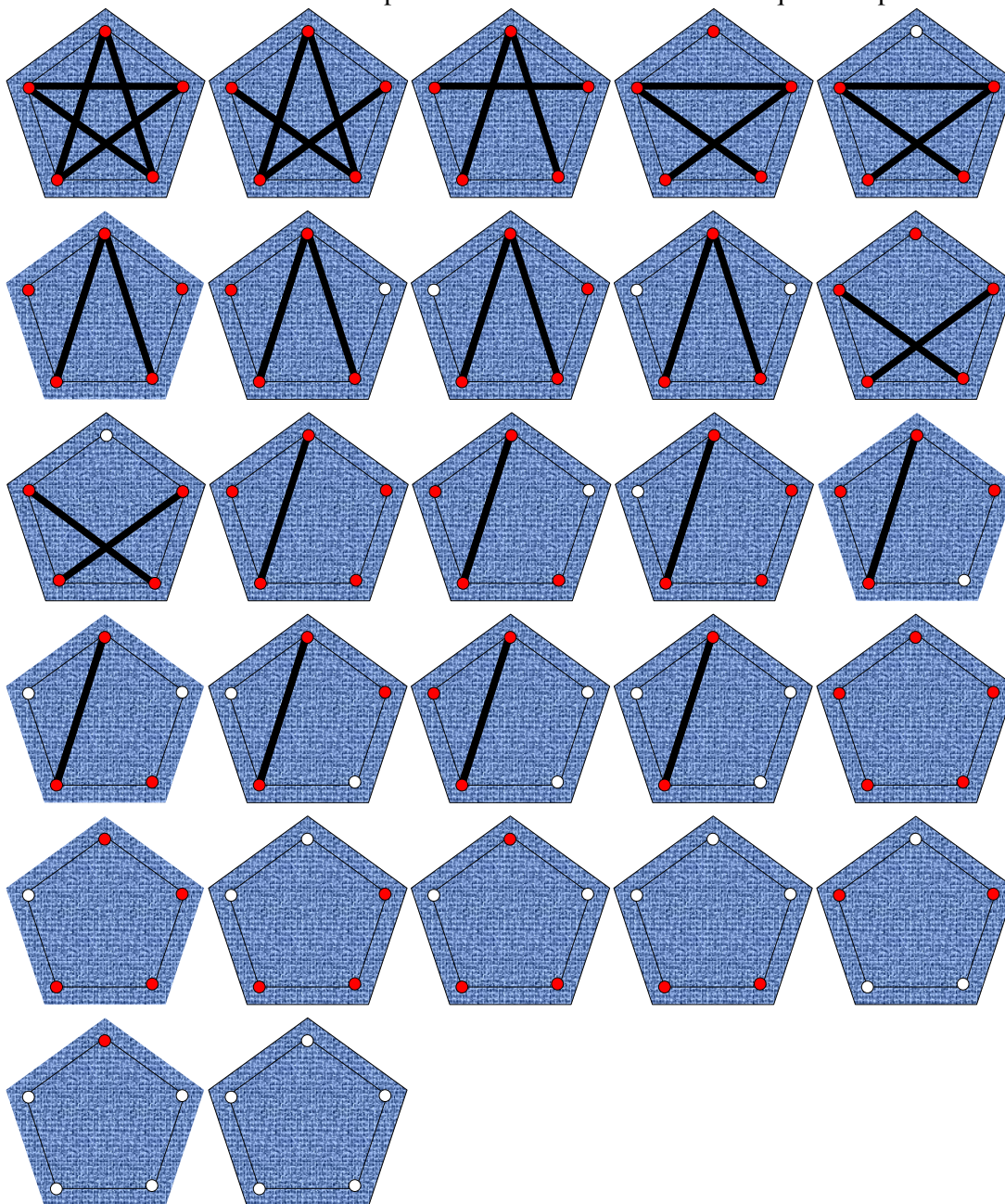
A seguir vamos apresentar o conjunto de todos os desenhos que poderão ser estampados nos cartões, de acordo com as quantidades de segmentos.

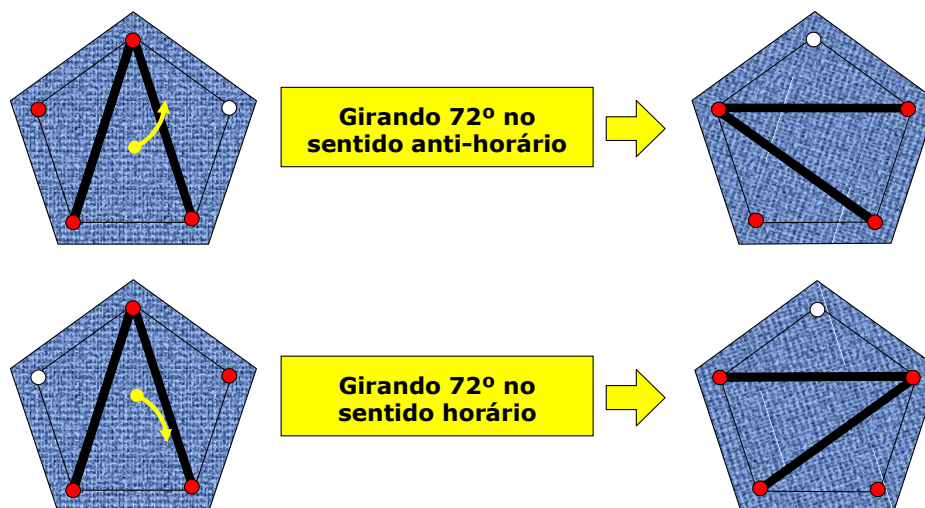
Com 5 segmentos – 1 cartão:

Com 4 segmentos – 1 cartão:

Com 3 segmentos – 3 cartões:

Com 2 segmentos – 6 cartões:

Com 1 segmento – 8 cartões:

Sem segmentos ou com zero-segmentos – 8 cartões:

26.3.- Um Suporte Quadrado ou Pentagonal?

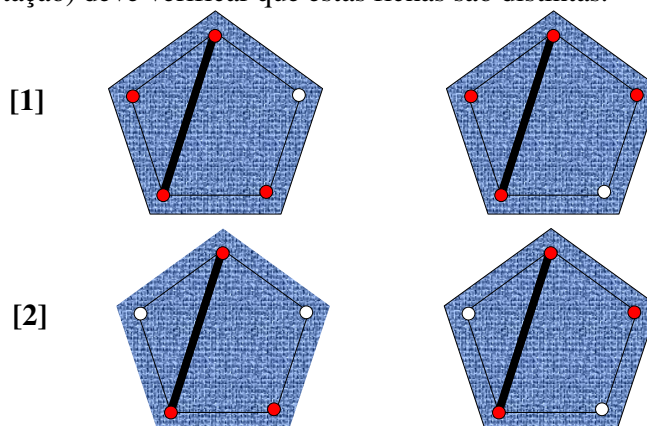
A figura a seguir mostra duas possibilidades para a escolha do cartão suporte para os diversos desenhos dos pentágonos a serem neles estampados.

Os suportes poderiam ser quadrados ou pentagonais, e a escolha que nos pareceu mais natural foi o segundo deles, o suporte pentagonal.

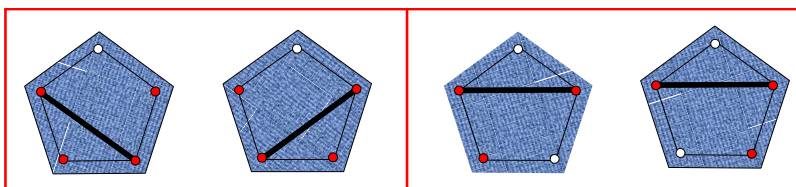
26.4.- O Conjunto de Cartões

Iremos gerar três conjuntos distintos de 27 cartões cada, fazendo com que o diferencial de um conjunto para outro resida na cor do fundo – texturas que imitam tecido nas cores azul, marrom e creme.

26.4.1.- Um Conjunto com os 27Cartões

Vamos a seguir mostrar os 27 cartões com a textura azul, sendo que os demais 27 cartões com textura marrom e com a textura creme poderão ser encontrados no CD-R que acompanha este livro.

26.4.2.- Estudando as Fichas Pentagonais

A seguir iremos mostrar que há fichas que apesar de parecerem idênticas não o são. Mostramos a seguir, num exemplo, que duas fichas aparentemente idênticas, ao serem giradas de um ângulo de 72º se mostram distintas uma da outra.

26.4.2.1.- Um Jogo Para o Pensamento

O leitor aplicando a mesma técnica de girar as fichas a seguir de um ângulo conveniente (por exemplo: 72º ou 144º seja no sentido horário ou anti-horário, ou até mesmo mantendo uma das fichas sem nenhuma rotação) deve verificar que estas fichas são distintas.

Imprima e recorte todos os *Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais* verificando se existem outros pares de ficha com esta propriedade.

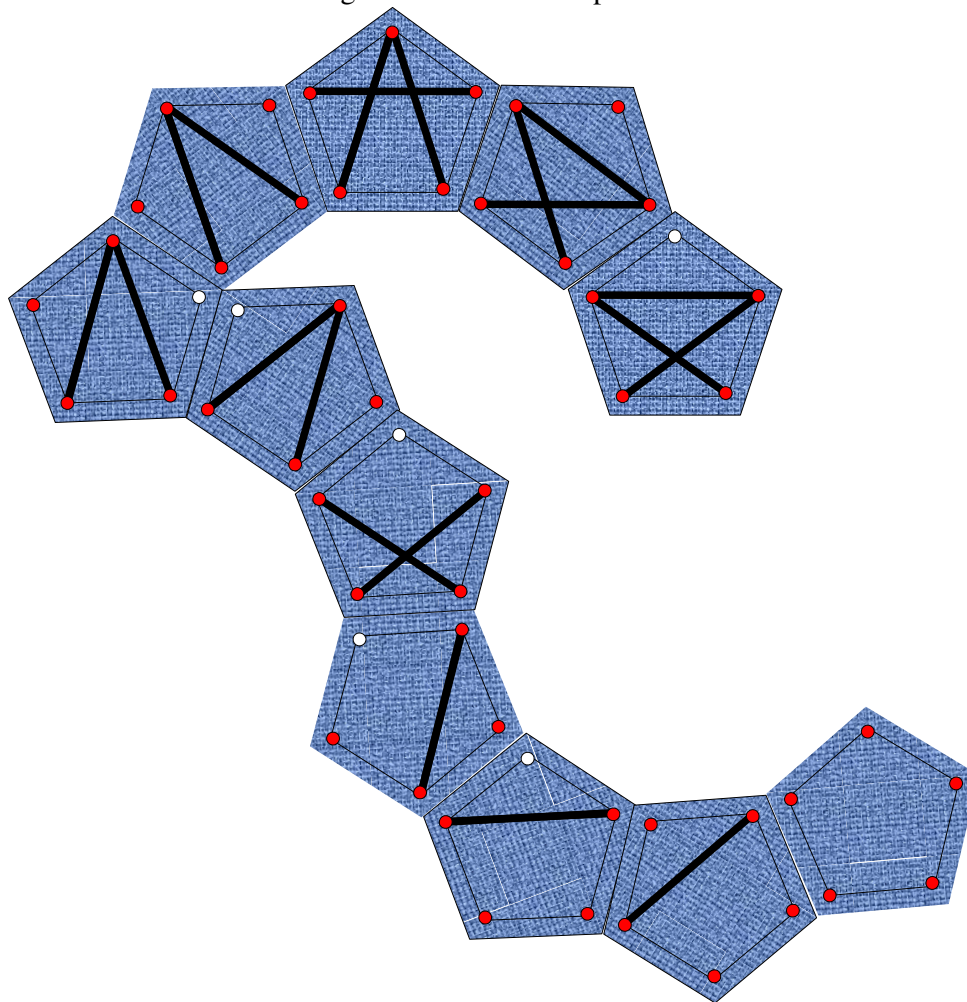
26.4.2.2.- Solução do Jogo Para o Pensamento

→ Quanto há haverem outros pares de fichas com a propriedade dos três pares anteriores – que mediante uma rotação exibem as suas diferenças – você acertou se disser que não há outros pares com esta propriedade entre as 27 fichas do jogo.

26.5.- Jogando Com as Fichas Pentagonais

Os *Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais aqui propostos* se constituem de 27 cartões azuis, 27 marrons e 27 na cor creme, totalizando *81* cartões distintos entre si. Um dos jogos mais interessantes a serem jogador com estes cartões é o Dominó das Diferenças. **Note que os atributos (qualidades) destes cartões residem:**

1. Na quantidade de diagonais;
2. Quando com a mesma quantidade de diagonais, na diferente posição das mesmas;
3. Na quantidade de vértices em vermelho (ou em branco);
4. Quando com a mesma quantidade de vértices em vermelho (ou branco), na diferente posição dos mesmos;
5. Na cor do fundo das fichas pentagonais.

26.5.1.- O Dominó das Diferenças – Jogos Solitários

Tome inicialmente um conjunto com 27 dominós de uma mesma cor – no caso escolhemos aqui aqueles de cor azul, e Jogue o Dominó de Uma Diferença. Se ainda não sabe sobre este tipo de atividade releia o JLOGC#05 e em seguida analise o exemplo dado abaixo.

Os Jogos das Diferenças podem prosseguir: com duas, três ou quatro diferenças. Normalmente nestes casos mais avançados deve-se solicitar que um *parceiro mais competente* (vide no início do livro, os Prolegômenos) acompanhe ou supervisione as nossas jogadas.

26.5.2.- O Dominó das Diferenças – Jogos Entre Parceiros

O dominó das diferenças poderá agora ser jogado entre dois ou três oponentes. Cada um dos jogadores deve escolher um conjunto com as 27 fichas de uma mesma cor.
No entanto, se os contendores acharem difícil utilizar toda esta quantidade de fichas (54, no caso de dois jogadores, e 81, no caso de 3 jogadores) deve-se eliminar do conjunto de fichas as com 5, 4 e zero segmentos (que totalizam 10 fichas) deixando no jogo apenas as 17 restantes, com 3, 2 e 1 segmentos.

Outra maneira de se reduzir a quantidade das fichas é a retirada de uma quantidade de pares idênticos de fichas – fichas com desenhos idênticos mas com fundos de cores distintas.

26.5.3.- 'Adivinhando' a Ficha Escondida pelo Aplicador

O jogo da Ficha escondida é um jogo discriminação bastante interessante que exige muita atenção por parte dos jogadores.

1. O aplicador ou o gerente do jogo deve escolher dois conjuntos de fichas de cores distintas;
2. De um dos conjuntos de fichas ele deverá esconder qualquer uma das fichas sem que o jogador, ou os jogadores – no caso de serem 2 ou mais, percebam;
3. Deve entregar os dois conjuntos de fichas, agora com 53 fichas (pois ele retirou uma delas) ao jogador (ou aos jogadores);
4. O jogador (ou jogadores) deve espalhar bem as 53 fichas sobre a mesa;
5. Em seguida devem tentar reunir os pares de fichas com desenhos idênticos, mas com cores distintas até que seja possível apontar aquela que foi escondida (aquela que não tem um par):
    a. No caso de criança(s) pequena(s) envolvida(s) no jogo ela(s) pode(m) ir formando e retirando os pares;
    b. No caso de jogadores mais velhos, as fichas espalhadas devem ser mantidas como estão, e a procura pelos pares deve ser visual – não sendo permitido tocar nas mesmas depois do espalhamento inicial.

26.5.3.1.- Observações

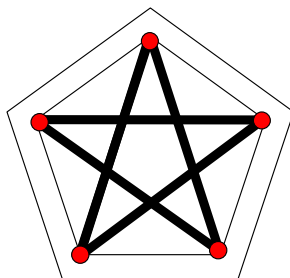
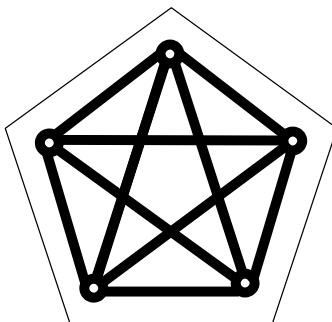
1. Algo muito interessante ocorre, principalmente com crianças pequenas, quando fichas com desenhos distintos são tomadas como sendo um par. Neste caso deve-se adotar um conjunto menor de fichas para a realização do jogo, retirando-se, por exemplo, alguns pares de fichas de acordo com a quantidade de segmentos ou a quantidade de pequenos círculos;
2. No caso de jogadores bastante experientes – onde não será permitido tocar as fichas com a finalidade de agrupá-las, é o aplicador que deverá se encarregar de espalhar as fichas sobre a mesa.

JLOGC#27 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 27

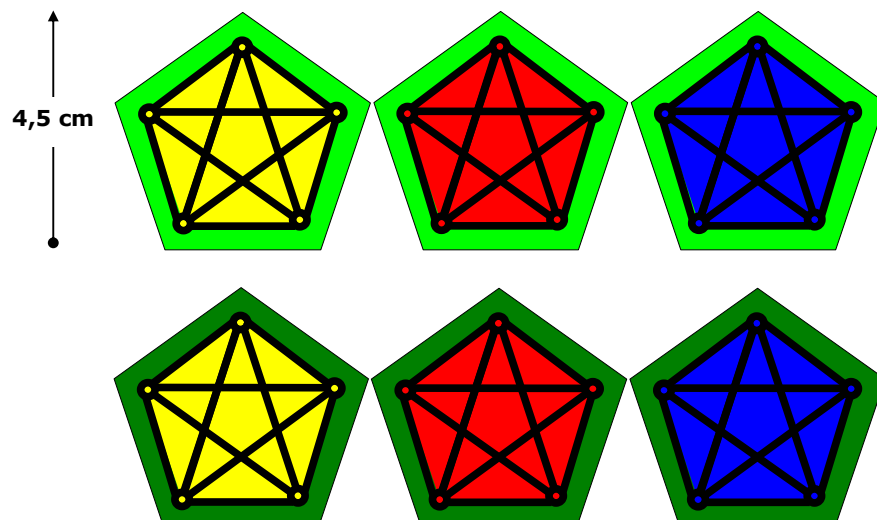
CARTÕES *LÓGICOS PENTAGONAIS LADOS E DIAGONAIS*

Os Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais apresentados anteriormente formam um conjunto de 27 cartões (ou fichas) bastante apropriados para se jogar o Jogo das Diferenças, já a família dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais se constitui num micromundo muito mais complexo e com uma maior quantidade de elementos destinados não somente ao Jogo das Diferenças, mas ao Jogo da Complementação.

27.1.- Introdução

No JLOGC#26 tomamos contacto com o micromundo constituído pelos *Cartões Pentagonais Vértices e Diagonais* que, como o próprio nome indica, são cartões que trazem pentágonos com realce para as diagonais e vértices.

No caso dos *Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais,* os desenhos do pentágono terão realçados, não mais os vértices, mas os lados e as diagonais, como indicado no modelo de carão apresentado a seguir:

27.1.2.- Os Cartões Coloridos Básicos

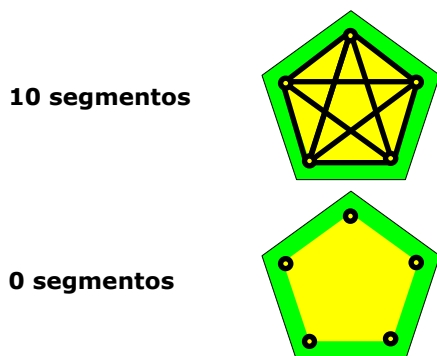
Os *Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais* tem os lados e os segmentos na cor preta e duas cores distintas: uma das seguintes cores cor no fundo – amarela, vermelha ou azul – e duas cores nas bordas – verde claro ou verde escuro.

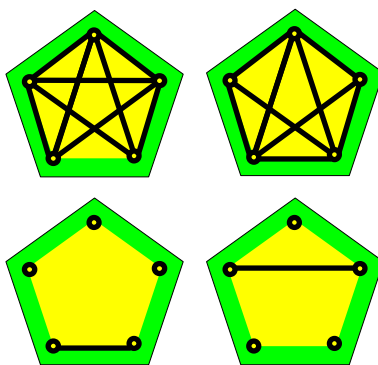
A figura a seguir apresenta os cartões – aqueles com valor '10' segmentos – em sua suas medidas padrão, sendo que a altura dos mesmos vale aproximadamente 4,5 cm.

27.2.- A Obtenção do Conjunto de Cartões

Os desenhos destes cartões serão obtidos segundo as quantidades de segmentos constantes no cartão escolhido como sendo o *cartão básico* – 10, 9, 8, ..., até 5 –, e a quantidade de segmentos do *cartão a ele complementar* – respectivamente com zero, zero, 1, 2, 3, ..., até 5.

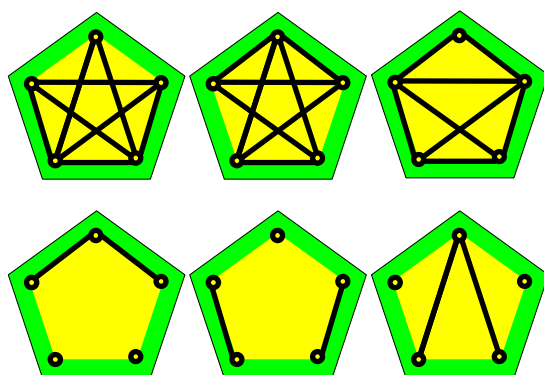
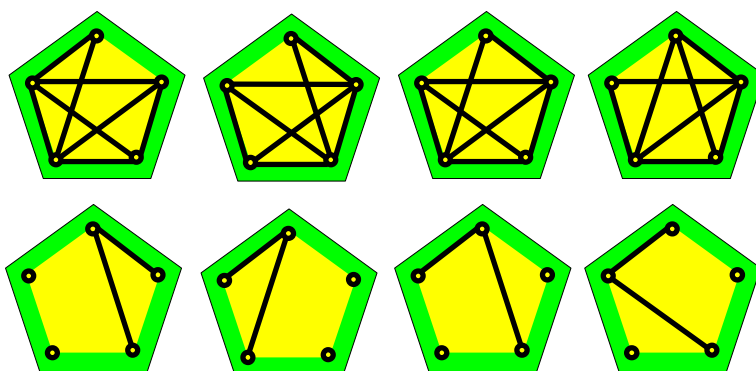
> **Na verdade este é um Micromundo não completo – não há uma heurística que garanta que todos os cartões possíveis serão gerados; no entanto, este micromundo é fechado com relação à operação de complementação entre os desenhos constantes dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais.**

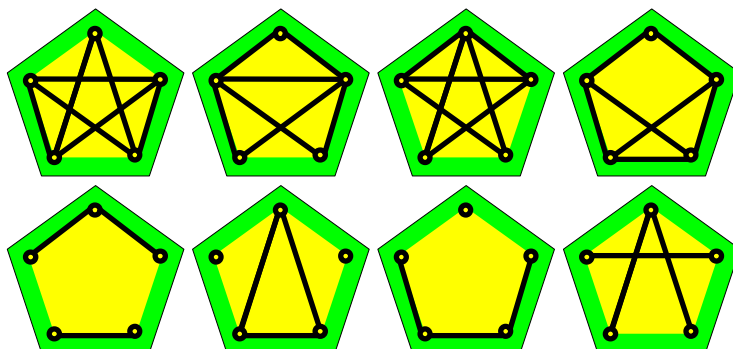
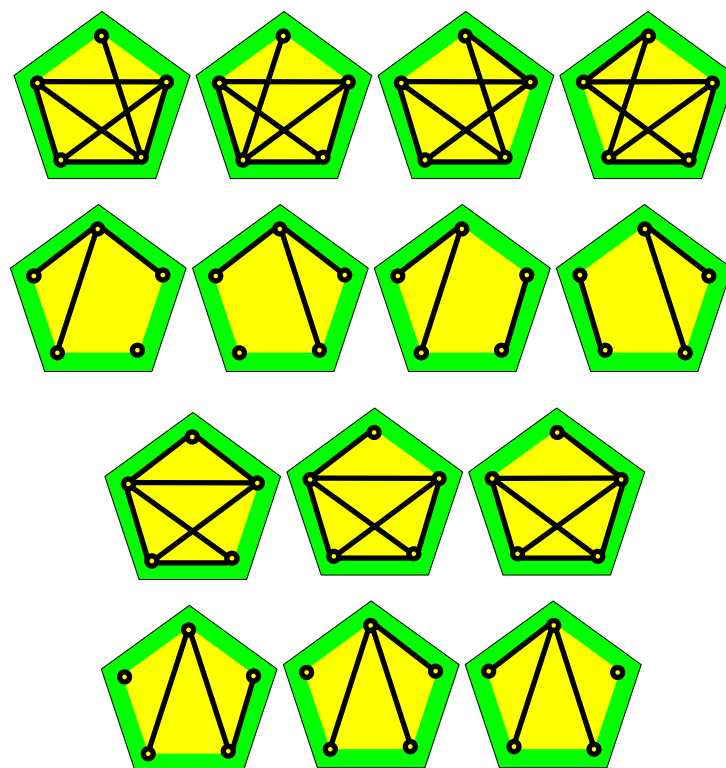
Veja a seguir, como exemplo, a geração dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais com fundo amarelo e bordas verde-claro.

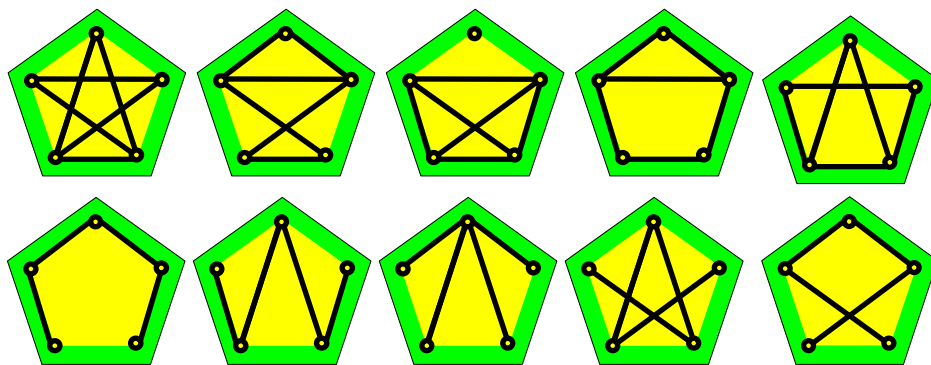
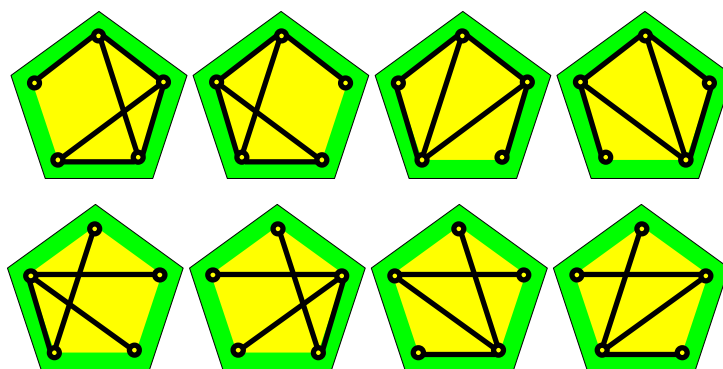
27.2.1.- Os Cartões '10' e seu complementar 'zero'

27.2.2.- Os Cartões '9' e seu complementar '1' – 4 cartões distintos

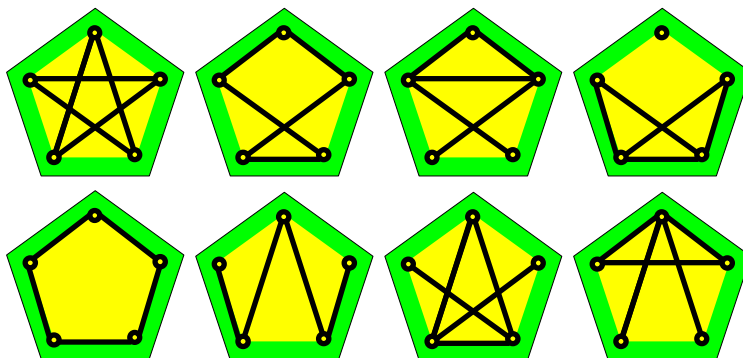
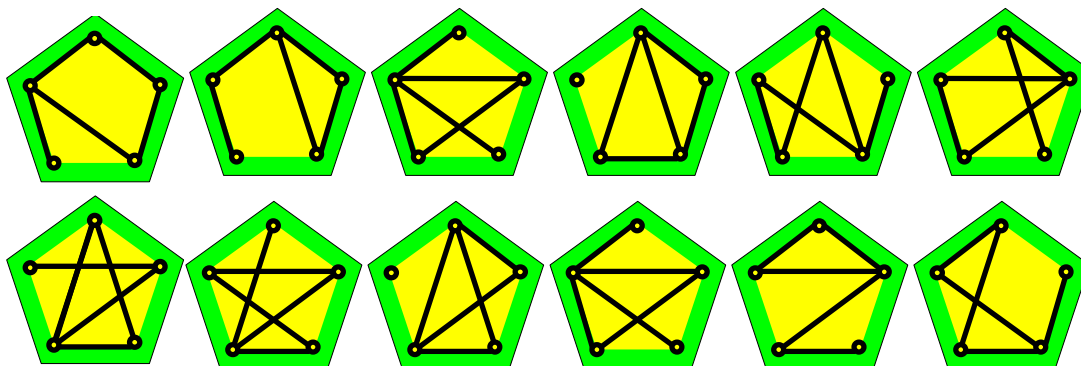
A geração destes cartões segue o seguinte critério: *supressão de um lado ou supressão de uma diagonal no cartão básico e a geração de seus complementares.*

27.2.3.- Os Cartões '8' e seu complementar '2' – 6 cartões distintos

A geração destes cartões segue o seguinte critério: *no cartão básico, realizar a supressão de dois lados; a supressão de duas diagonais ou então a supressão de um diagonal e de um lado, e a geração de seus complementares.*

Cartões 8-2: completamente distintos entre si

Cartões 8-2: quase-idênticos a menos da simetria

27.2.4.- Os Cartões '7' e seu complementar '3'

Cartões 7-3: completamente distintos entre si

Cartões 7-3: quase-idênticos a menos da simetria

27.2.5.- Os Cartões '6' e seu complementar '4'

Cartões 6-4: completamente distintos entre si

Cartões 6-4: quase-idênticos a menos da simetria

27.2.6.- Os Cartões '5' e seu complementar '5'

Cartões 5-5: completamente distintos entre si

Cartões 5-5: quase-idênticos a menos da simetria

Tanto estes como os demais outros conjuntos de cartões em sua verdadeira grandeza, e com todas as possíveis combinações de cores, podem ser encontrados no CV-R que acompanha este livro. O leitor deverá imprimir os conjuntos de cartões, plastificar as páginas modelo 'A4' e recorta-los.
Cabe esclarecer aqui, mais uma vez, que este conjunto de cartões se constitui num micromundo não completo, mas fechado com relação à operação complementação de cartões no tocante aos lados e diagonais dos pentágonos.

27.2.- Jogando com os *Cartões*

O jogo mais natural com os *Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais* perece ser o Jogo da Complementação entre os segmentos constantes dos cartões, mas podemos também jogar o Dominó das Diferenças, em que podemos considerar como atributos:

- A posição dos segmentos;
- A quantidade dos segmentos;
- As cores de fundo dos cartões.

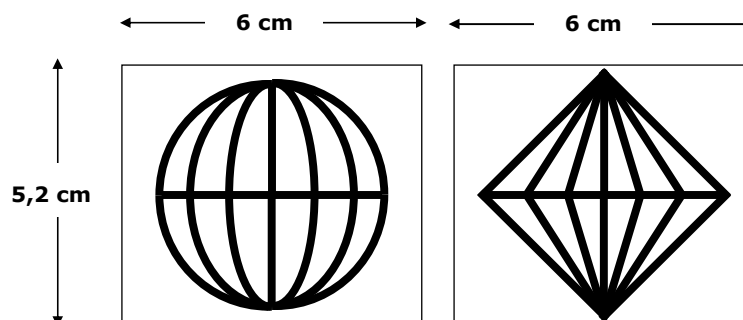
Sugere-se ao leitor que já tomou contacto com os JLOG anteriores em que foi abordado o Dominó das Diferenças que estabeleça as regras para se jogar com os Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais.

JLOGC#28 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 28

CARTÕES LÓGICOS GLOBOS & DIAMANTES

Na criação dos Cartões Lógicos Globos & Diamantes nós pudemos aperfeiçoar a idéia básica dos Cartões Lógicos Pentagonais Lados e Diagonais (JLOGC#27), ou seja, o conceito de complementação de figuras foi ampliado para abranger a idéia de homeomorfismo entre figuras topologicamente equivalentes. No nosso caso as figuras intituladas globo e diamante irão compor um micromundo fechado, mas não completo, cujos elementos são os cartões-globo e os cartões-diamante.

28.1.- Introdução

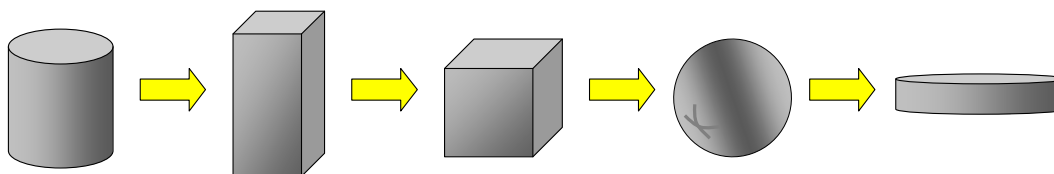
Os *Cartões Lógicos Globos e Diamantes*, ou simplesmente *Cartões Lógicos G&D*, são cartões cujos módulos básicos são apresentados a seguir:

Estes carões como se verá adiante nos permitirá introduzir o conceito geométrico de 'equivalentes topológicos', conceito este que passamos a estuda a seguir.

28.1.1. - Sobre a Topologia e o Homeomorfismo

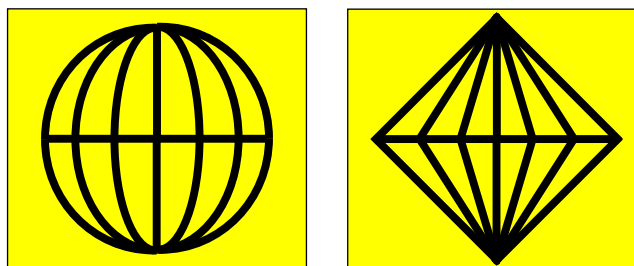
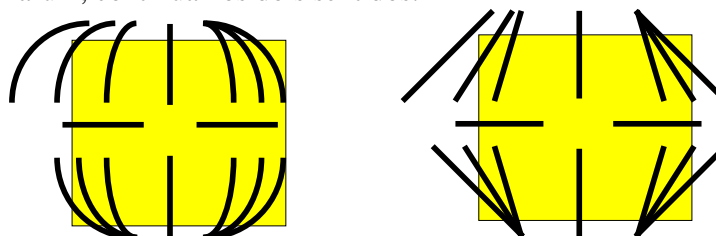
Neste item iremos introduzir três conceitos da Matemática Moderna: Topologia e homeomorfismo. O leitor, mesmo aquele que nunca gostou de matemática, poderá entender estes conceitos, senão a partir das definições, pelo menos os entenderá através dos exemplos que iremos apresentar.

A *Topologia* é um ramo da Matemática que, apesar de muito recente – as pesquisas teóricas passaram a ser divulgadas somente a partir da metade do século XX – é considerada de grande importância para matemáticos e de muita utilidade para os físicos. A Topologia estuda as propriedades geométricas de um corpo – figuras planas ou sólidas –, que passando por deformações contínuas – modificações de tamanho ou forma –, não alteram a sua estrutura geométrica básica. Grosso modo, pode-se dizer que a Topologia estuda "certos tipos de objetos" (figuras geométricas) cujas propriedades permanecem inalteradas quando estas figuras são retorcidas, curvadas, comprimidas ou estiradas. Este tipo de transformação levou muitos matemáticos a denominá-la inapropriadamente como sendo a '*geometria das figuras de borracha'*.

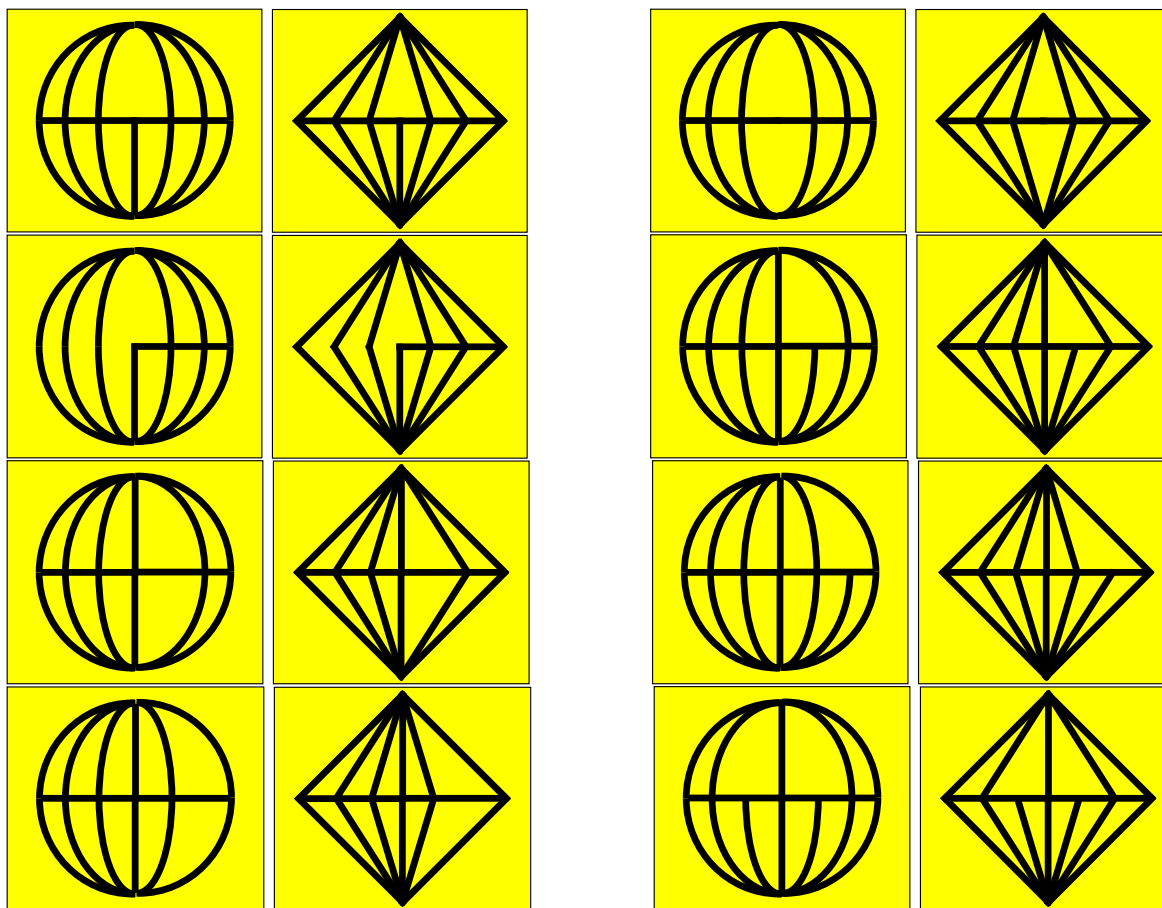
A correspondência um-a-um, contínua nos dois sentidos entre dois espaços topológicos ou entre duas figuras geométricas, é denominada *homeomorfismo*. Um homeomorfismo é a propriedade inerente aos conjuntos (objetos) topologicamente equivalentes.

O exemplo a seguir mostra os resultados de algumas transformações contínuas que levam um cilindro a ser transformado em uma esfera, passando por um prisma e um cubo. Para tornar estas transformações contínuas mais palpáveis, poderíamos pensar estes sólidos como sendo feitos de massinha de modelar ou por algum tipo de borracha maleável, isto nos faria compreender que é possível passar de um para outro destes sólidos através de torções, curvaturas, compressões ou estiramentos, sem a necessidade de rupturas.

Os sólidos geométricos – cilindro, prisma, cubo, esfera e disco (sem perfuração) – do exemplo acima são homeomorfos, ou seja, são topologicamente equivalentes. Experimente obter esta sequência de transformações utilizando uma porção de massinha de modelar.

28.1.2.- Os Cartões Topologicamente Equivalentes

Como já se afirmou anteriormente, os *cartões básicos* deste jogo apresenta dois tipos de desenhos denominados 'globo' e 'diamante', e para diferencia-los dos Cartões Lógicos Complementares G&D a serem apresentados no JLOG#29, a seguir, têm o suporte colorido de amarelo, enquanto o suporte daqueles outros serão coloridos de verde.

Veja que as duas figuras acima podem ser decompostas mostrando que possuem respectivamente a mesma quantidade de segmentos – segmentos de circunferência e segmentos de reta numa correspondência um-a-um, contínua nos dois sentidos.

Note que, as figuras acima possuem, de acordo com as decomposições, 16 segmentos cada uma. Note ainda que, para que possamos 'passar de uma desta figura para a outra' basta conservar os quatro segmentos centrais como sendo, tanto numa como na outra figura como segmentos de reta, e desenhar os segmentos de circunferência como sendo segmentos de reta, ou vice-versa.
De acordo com o que definimos acima como sendo a Topologia e o Homeomorfismo, podemos aceitar estas duas figuras como *Figuras Geométricas Planas Topologicamente Equivalentes*.

28.1.3.- Examinando alguns dos cartões do Jogo Globos & Diamantes

Os demais cartões que irão constituir o nosso micromundo serão obtidos a partir dos dois cartões básicos pela supressão simultânea de um ou mais segmentos correspondentes, dentre os 16 segmentos das figuras. Os conjuntos dos cartões assim obtidos serão denominados cartões-globo e catões-diamante.
É obvio que estes pares de cartões são topologicamente equivalentes, o que poderá ser conferido nas figuras a seguir, que são apenas uma pequena parte do conjunto de cartões que irão compor o nosso micromundo de *Cartões Lógicos Globos & Diamantes*.

28.1.4.- O Total de Cartões Lógicos Globos & Diamantes

Calcular de forma bastante grosseira a quantidade total de dos *Cartões Lógicos Globos & Diamantes* somente para os cartões-globo, incluindo aí os cartões simétricos, poderá ser conseguido pela fórmula:

$$C_{n,p} = \frac{A_{n,p}}{p!} = \frac{\frac{n!}{(n-p)!}}{p!} \frac{n!}{p!(n-p)!},$$

onde n assume o valor 16 e p varia de 16 até 1, um a um, ou seja:

$C_{16,16} = \frac{16!}{16!(16-16)!} = \frac{16!}{16! \times 0!} = \frac{16!}{16! \times 1} = \frac{16!}{16!} = 1$; $C_{16,15} =$

$\frac{16!}{15!(16-15)!} = \frac{16!}{15! \times 1!} = \frac{16 \times 15!}{15!} = 16$;

$C_{16,14}$= 120; $C_{16,13}$= 560; $C_{16,12}$= 1820; $C_{16,11}$= 4368; $C_{16,10}$= 8008; $C_{16,9}$= 11440; $C_{16,8}$= 12870; $C_{16,7}$= 11440; $C_{16,6}$= 8008; $C_{16,5}$= 4368; $C_{16,4}$= 1820; $C_{16,3}$= 560; $C_{16,2}$= 120; $C_{16,1}$= 16.

TOTAL BRUTO DE POSSIBILIDADES: 65.535 somente de cartões-globo.

Na verdade, podemos considerar *grosseiramente* que seriam mais de 30.000 os cartões-globo distintos entre si ao descontarmos os possíveis cartões repetidos. Se incluirmos aí os cartões-diamante iremos obter cerca de mais de 60.000 cartões distintos.

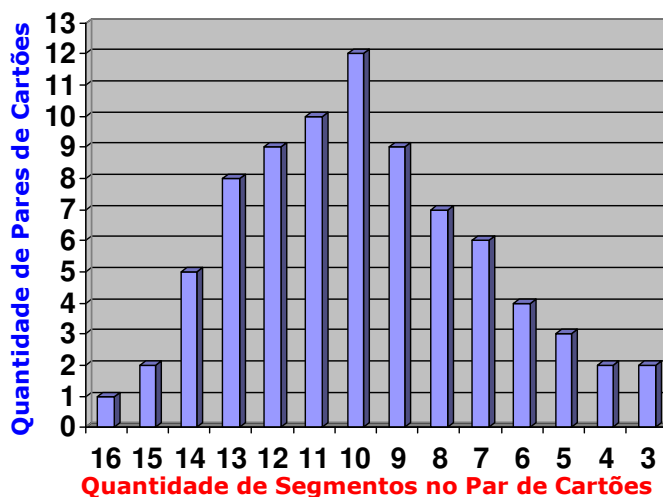
28.2.- Gerando Alguns Pares de Cartões Globo e Diamante

Destes aproximadamente 60.000 *Cartões Lógicos Globos & Diamantes* possíveis nós decidimos gerar apenas uma pequena parte, uma quantidade que seja adequada aos nossos jogos. Por isto estabelecemos a quantidade de: 160 cartões – 80 cartões-globo e 80 cartões-diamante, isto é, 80

pares de cartões topologicamente equivalentes. Assim é que o conjunto de pares de cartões constantes no CD-R do livro não irá de forma alguma constituir um *micromundo completo*.
Algo muito importante a ser considerado é que a geração destes pares de cartões se deu de forma aleatória, a única estratégia adotada foi a geração de aproximadamente 200 pares de cartões seguida da classificação dos mesmos quanto:

1. Quantidade de segmentos – isto foi realçado no conteúdo do CD-R, onde esta classificação quantitativa aparece em destaque;
2. A estética ou 'gestalt' – boa forma – dos desenhos obtidos;
3. Quanto à distribuição quantidade de cartões para cada uma das quantidades de segmentos – o que pode ser visto a seguir num gráfico.

28.2.1.- Quais são os 160 Cartões

Os cartões com 1 e 2 segmentos *não são de grande interesse* para os jogos que iremos apresentar a seguir, devido à simplicidade, por isto iremos gerar os nossos pares de cartões G&D a partir daqueles com 3 segmentos até os cartões com 15 segmentos, acrescentando, ainda os cartões com 16 segmentos, que formam apenas um par.

No histograma[15] mostrado acima o leitor irá verificar a distribuição da quantidade de segmentos em cada cartão daquele par de cartões topologicamente equivalentes e a frequência dos mesmos. Note que no eixo horizontal está a escala que representa as *quantidades de segmentos constantes em cada um dos cartões, de cada par gerado*; no eixo vertical estão registradas a freqüência[16] de cada um dos tipos de pares de cartões.
No histograma acima o leitor irá notar que os cartões com maior freqüência são aqueles que nós julgamos que apresentam maior dificuldade de identificação quanto à equivalência topológica – os cartões com de 13 a 7 segmentos.

---

[15] histograma: diagrama constituído por retângulos ou linhas desenhados a partir de uma linha de base, em que a posição deles ao longo dessa linha representa o valor ou a amplitude de uma das variáveis, e a sua altura, o valor correspondente de uma segunda variável
[16] freqüência: o número de vezes que determinada espécie, ou mesmo tipo, aparece em um conjunto de ocorrências.

Os cartões de maior facilidade de identificação – a nosso ver -, no caso, o evidente par de cartões com 16 segmentos, e ainda os com 15, 14, 5, 4 ou 3, aparecem com menor quantidade de pares.

28.3.- 'Topologia' e 'Homeomorfismo' – Etimologia

As palavras topologia/topológico e homeomorfismo/homeomorfo (como já foi dito anteriormente) são palavras com significados teóricos importantes no campo da Matemática. No entanto para efeitos deste nosso trabalho, nós adotaremos estas palavras no seu sentido mais básico, analisando-as a partir da composição de seus radicais gregos – as suas etimologias.

- A palavra 'topologia' é composta pelos radicais gregos: 'topo' que significa 'lugar' ou 'localidade' e 'lógos' cujos significados são: 'palavra', 'tratado', 'estudo', 'ciência'; 'faculdade de raciocinar', 'razão', 'inteligência', 'entendimento', 'que estuda', 'que trata'.

  No entanto, se formos examinar o significado de 'logos' em latim, iremos obter um significado melhor para o nosso propósito, 'lòcus' que corresponde a 'lugar, posição, local, posto'. A partir disto, adotaremos aqui para 'topologia' o significado de 'estudo da posição' ou ainda 'estudo das posições'.

- A palavra 'homeomorfo' é uma composição de duas palavras gregas: 'homeo' que significa 'semelhante, de mesma natureza', e 'morfo' vem do grego 'morphê' que significa 'forma'.

28.4.- Regras de Alguns Jogos

Como foi afirmado no início deste livro (leia os Prolegômenos) este é um livro em que tentamos exercitar, na maioria das vezes, o conceito de *Orientação Não-diretiva* devida a Carl R. Rogers. Assim é que, a seguir daremos algumas sugestões que podem ser aproveitadas ou adaptadas pelos leitores visando à criação de novos jogos com os *Cartões Lógicos Globos & Diamantes*.

28.4.1.- Jogo dos Equivalentes Topológicos

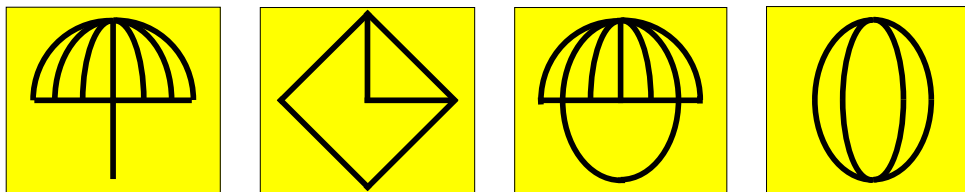
O *Jogo dos Equivalentes Topológicos* é um jogo bastante natural quando utilizamos Cartões Lógicos Globos & Diamantes. *O Jogo dos Equivalentes Topológicos* consiste na busca de pares de cartões em que as posições relativas dos arcos de circunferência (ou de segmentos de reta) num cartão-globo sejam coincidentes com a posição dos segmentos de reta no cartão-diamante, isto é, que eles sejam cartões homeomorfos.

28.4.1.1.- Cartões com o mesmo Número Segmentos

Um jogo que nos parece trivial, mas que possui algum tipo de dificuldade, seria aquele em que se deve agrupar os cartões globo e/ou diamantes segundo as mesmas quantidades de segmentos.
No caso de se estar jogando com os cartões globo e diamantes, deve-se buscar exatamente os casos em que estes segmentos estejam em posições distintas, ou seja, que os desenhos globo/diamante não estejam em posições topologicamente equivalentes, mas que apenas tenham a mesma quantidade de segmentos.

28.4.1.2.- Buscando os Equivalentes Topológicos – Jogo Solitário

Podemos sugerir aqui pelo menos cinco tipos de conjuntos de regras para os jogos solitários com os *Cartões Lógicos Globos & Diamantes*:

1. Selecionar entre os 80 cartões aqueles em que figuras que lembram objetos ou coisas conhecidas, ou seja, as que apresentam uma 'gestalt' (boa forma) possibilitando a adoção de um 'rótulo' para os mesmos, como por exemplo, o 'guarda-sol', o 'envelope de carta', o 'índio', a letra 'O':

2. Tomar toda a família de Cartões Lógicos. Embaralhar os cartões e ir agrupando-os pela quantidade de segmentos. Em seguida, separar grupos distintos os cartões-globo e cartões-diamante com mesmas quantidades de segmentos. Serão 14 grupos – de 3 a 16 segmentos – para cada um dos tipos de cartõe, ou seja 28 subconjuntos de cartões.
3. Repetir todos os passos do jogo anterior [jogo 1, acima] e agrupar, agora os cartões, segundo a equivalência topológica, obtendo conjuntos de pares topológicos, com variação de 16 até 3 segmentos.
4. Tomar toda a família de Cartões Lógicos. Embaralhar os cartões e ir selecionando-os com a finalidade de formar os pares topologicamente equivalentes.
5. Pode-se utilizar apenas uma parte destes cartões: escolhidos de forma aleatória, este subconjunto de cartões deve ser embaralhados, para em seguida se tentar formar pares de figuras topologicamente equivalentes. Notar que neste caso haverá pares que não serão formados. Esta segunda maneira de jogo de paciência parece-nos que seja mais complicado do que o anterior, mas possivelmente por isto, mais estimulante.

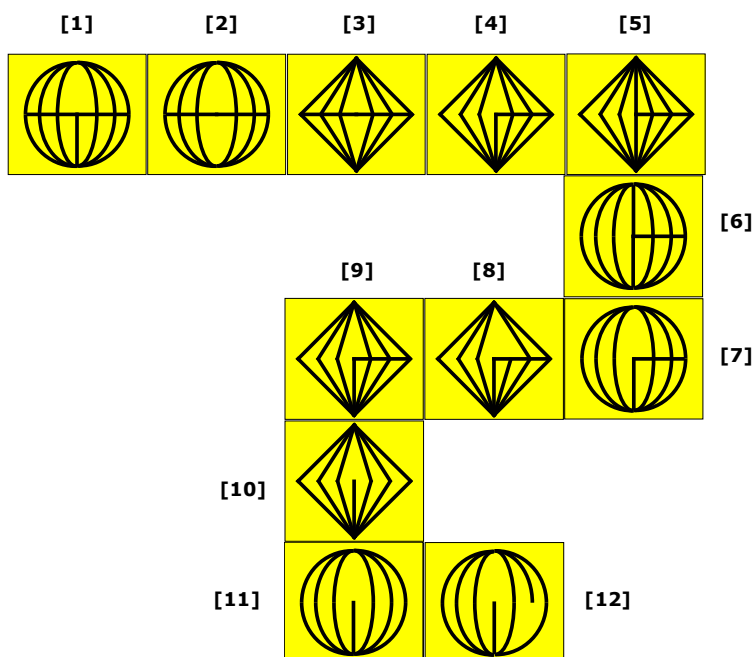
28.4.1.3.- Buscando os Equivalentes Topológicos – Com Vários Jogadores

Estas regras podem ser bastante simplificadas a partir do que os jogadores combinarem antes do início de cada partida. Na verdade estas regras são inspiradas no jogo de baralhos comuns denominado 'BURACO', tendo sido bastante adaptadas. O leitor deve tentar estabelecer as suas próprias regras e combinar com o seu oponente.

1. Embaralhar bem o conjunto de todos os cartões;
2. Distribuí-los uma quantidade apropriada à quantidade de participantes – de 6 a 10 cartões para cada um, por exemplo;
3. Os cartões restantes devem ser amontoados formando um 'morto' com a face virada para cima para que se possa ver a figura dos mesmos;
4. O jogador da vez deve tentar formar os seus pares de cartões equivalentes e abaixá-los na mesa do jogo, bem à sua frente, de forma que os demais jogadores possam conferir se o(s) par(s) formado(s) está (estão) correto(s). Feito isto, o jogador deve separar estes pares para serem computados no final da partida;
5. Se o(s) par(es) não estiver(em) correto(s) o jogador deve, como punição, comprar *mais um* cartão do 'morto' ou dentre os que estejam na mesa – se houver – para cada par que esteja errado;
6. Se o jogador não formou nenhum par de cartões, ele deve comprar dois cartões – podendo escolhê-los do morto e/ou da mesa – caso haja cartões que já foram descartados pelos demais jogadores;
7. Para cada compra de dois cartões do 'morto' e/ou do descarte, o jogador deverá sempre, em seguida, descartar sobre a mesa um dos seus cartões;
8. O jogo termina quando um dos jogadores não tiver mais nenhum cartão em suas mãos – é usual nestes casos que o jogador diga: "Bati!";

9. Ganha a partida o jogador que tiver formado maior quantidade de pares corretos de cartões.

28.4.2.- O Dominó das Diferenças

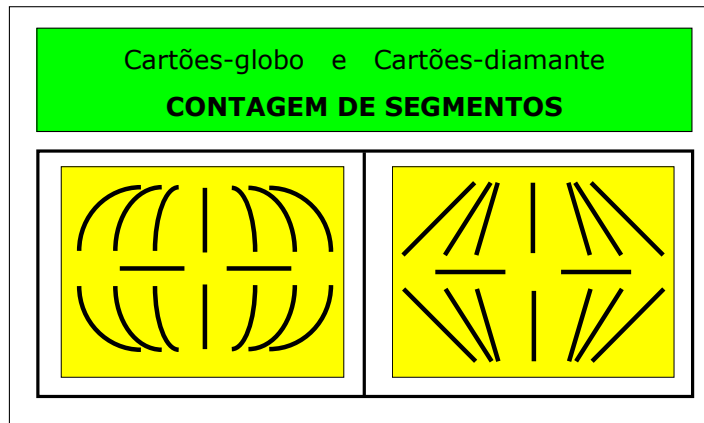
O Jogo das Diferenças terá dois tipos de possibilidades: *a diferença entre as formas (globo ou diamante) e a diferença em termos de supressão ou acréscimo de segmentos*.
Isto fica fácil de ser controlado no caso do *Jogo de Uma Diferença,* onde a diferença se faz pela supressão (jogadas: 1/2, 3/4, 6/7, 9/10, 11/12) ou pelo acréscimo (jogadas: 4/5, 8/9) de um segmento ou pela mudança de forma (jogadas: 2/3, 5/6, 7/8 e 9/10), desde que sejam topologicamente equivalentes, ou seja, para se mudar de globo para diamante, ou vice-versa, deve-se jogar o cartão que forma o *par topológico* com o cartão anterior.

No caso dos jogos de duas ou mais diferenças, a mudança de forma e a supressão ou acréscimo de segmentos podem ser levadas em conta na hora de se realizar a contagem de diferenças entre um cartão e outro.

28.4.3.- O Dominó das Diferenças com Um Dado Hexagonal

Este é um jogo para dois jogadores em que o primeiro a jogar, deve descartar um de seus cartões, o segundo a jogar sempre laça um dado hexagonal e o seu é orientado pelo valor da face superior .

1. Cada um dos jogadores deve escolher o conjunto de cartões de acordo com a forma com a qual jogará: cartões-globo ou cartões-diamante;
2. Os jogadores devem embaralham os cartões de seus oponentes e distribuir uma quantidade de cartões, a ser fixada a cada nova partida: pelo menos 10, mas que podem ser ainda: 12, 15, etc, ou até mesmo, o conjunto todo de cartões.
3. Os cartões restantes quando os há devem ser recolhidos e guardados – estes cartões não participarão da partida.
4. Este é um jogo de Dominó das Diferenças baseado na sorte – envolve o lançamento de um dado;
5. O jogador da vez lança um dado hexagonal e o valor da face superior do dado é que dirá qual deverá ser a quantidade de diferenças – 1, 2, 3, 4, 5 ou 6 – entre a quantidade de

segmentos, a mais ou a menos, do cartão a ser descartado. A escolha de um destes dois casos 'a mais' ou 'a menos' deve ser escolhido pelo jogador;

6. *A mudança de forma, de globo para diamante, ou vice-versa, não deve ser considerada como diferença neste jogo* – pois a alternância de formas neste jogo é praticamente natural, pois cada jogador jogará com um dos tipos dos *Cartões Lógicos Globos e& Diamantes;*
7. Os segmentos a mais ou a menos, podem ser contados pelo observador segundo a tabela de segmentos apresentada a seguir (que poderá ser impressa a partir do CD-R que acompanha o livro):

8. O jogador que não possuir o cartão conveniente à jogada cede a vez ao próximo jogador;
9. O jogo termina quando um dos jogadores não tiver mais nenhum cartão em suas mãos.

28.4.4.- O Dominó das Diferenças com Três Dados Hexagonais

As regras do jogo anterior podem ser ampliadas para prever a utilização de três dados hexagonais, sendo que os jogadores (dois ou mais) devem combinar as regras a cada nova partida com base em algumas das sugestões dadas a seguir:

1. Embaralhar bem os cartões – a escolher somente um dos modelos de cartões – globos ou diamantes, ou os dois misturados, de acordo com a quantidade de jogadores que participam da partida;
2. Ao lançar os três dados utilizar apenas um dos valores, ou então, dois ou três deles somados;
3. Utilizar unicamente a soma dos três valores obtidos nos dados;
4. Utilizar: a soma repetida duas ou três vezes de um dos dados, e no primeiro caso, adicionar ao resultado o valor de um dos outros dois dados;
5. Se o valor obtido em qualquer das alternativas acima superar a quantidade de segmentos – que são 16 – os dados devem ser lançados novamente.

Estas escolhas podem ser feitas em separado ou combinadas duas a duas, ou mesmo, se podem adotar as três alternativas ao mesmo tempo.

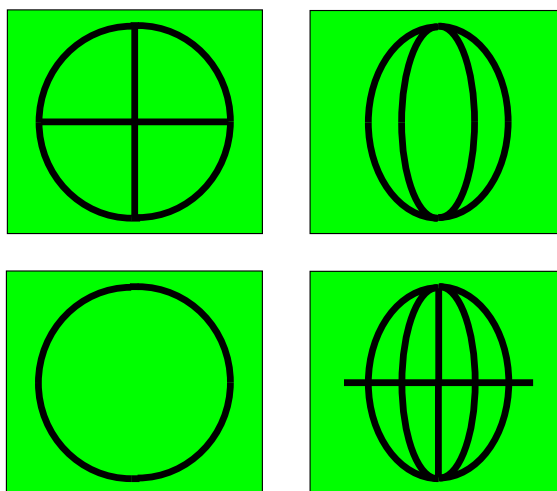
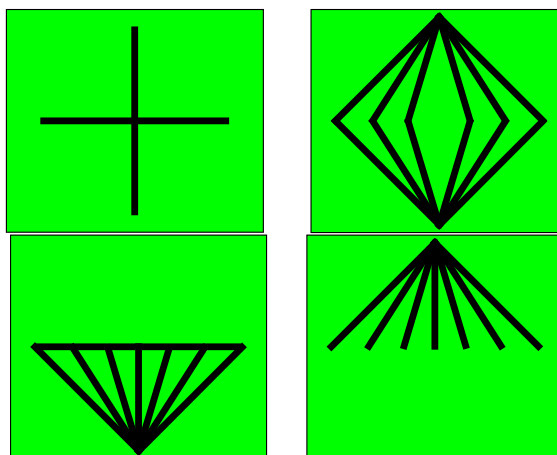
28.5.- Incompletude e Instabilidade Linguística

Os micromundos podem ser classificados a partir das seguintes propriedades: completude, fechamento operacional, estabilidade linguística e transição uniforme de um elemento para outro. As definições destes importantes conceitos relativas aos micromundos, e a própria definição de micromundo, estão disponíveis nos Prolegômenos (volte ao início do livro).

O micromundo formado pelos 160 *Cartões Lógicos Globos & Diamantes* por nós propostos

- *Não é completo:* são apenas 160 elementos num universo de mais de 6.000 possibilidades;
- *Não tem a propriedade da transição uniforme*: a incompletude cria lacunas em que a transição apesar de poder ser realizada em termos da quantidade de segmentos, dificilmente poderia ser realizada em termos de diferenças consistentes e contínuas no posicionamento destes segmentos. Por exemplo, durante o Jogo Dominó das Diferenças pode ocorrer que cartões com a mesma quantidade de segmentos não apresente continuidade de um para outro quando se considera a mudança de posicionamento dos segmentos;
- *É um micromundo fechado com relação à equivalência topológica entre os cartões-globo e os cartões-diamante*: para cada um do primeiro tipo de cartão sempre existirá o seu equivalente topológico do segundo tipo;
- *A operação complementação de desenhos entre dois cartões-globo ou dois cartões-diamante não é uma operação fechada*: ao se tentar associar dois cartões de um mesmo tipo tais que o desenho de um deles complete o desenho do outro, na maioria dos casos não se obtém uma solução.
- *É instável linguisticamente*: No tocante à estabilidade linguística, apesar destes cartões se apresentarem com uma aparente estrutura lógica, ela não é uniforme nem é conexa, pois os conceitos presentes neles não podem ser reconhecidos por rótulos linguísticos simples e estáveis. Na verdade é quase improvável que se consiga rótulos para a maioria dos cartões deste micromundo, a não ser em casos muito particulares em que uma 'gestalt' ('boa forma') favoreça isto – veja exemplos no item 28.4.1.2. –, mas estes casos são exceções.

A idéia de buscar cartões complementares do tipo globo e também entre os do tipo diamante nos permitiu pensar na criação de cartões globos e diamantes com a finalidade de *propor o Jogo das Complementações*. Os cartões-globo e cartões-diamante apresentados a seguir pertencem à família de *Cartões Lógicos Complementares Globos e Diamantes,* o que poderá ser conferido no JLOGC#29. Este novos cartões têm o suporte (o fundo) na cor verde, justamente para diferenciá-los dos cartões estudados aqui, no JLOGC#28, cujo suporte tem a cor amarela.

Duplas de Cartões-globo Complementares:

Duplas de Cartões-diamante Complementares:

28.5.1.- Jogo da Compementação

O leitor mais interessado pode imprimir toda a família de *Cartões Lógicos Globos & Diamantes* constantes do CD-R que acompanha o livro – sendo 80 cartões-globo e 80 cartões-diamante – e verificar todos os casos de complementação entre os cartões de um mesmo tipo.
Por se tratar de um jogo bastante difícil, pois nada garante que entre estes 160 cartões existam pares de cartões complementares, sugerimos ao leitor imprimir sobre uma transparência acrílica a seguinte máscara – que se encontrará em verdadeira grandeza no CD-R do livro – para conferir os segmentos faltantes nos cartões:

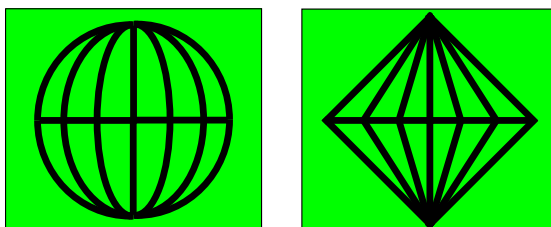
O mais interessante é que esta máscara poderá ser utilizada com vantagem para a realização da contagem dos segmentos (veja a regra 7 do item 28.4.3., acima), tanto dos cartões-globo como dos cartões-diamante. Veja um exemplo de uso desta máscara no item 29.4.1.3., a seguir.

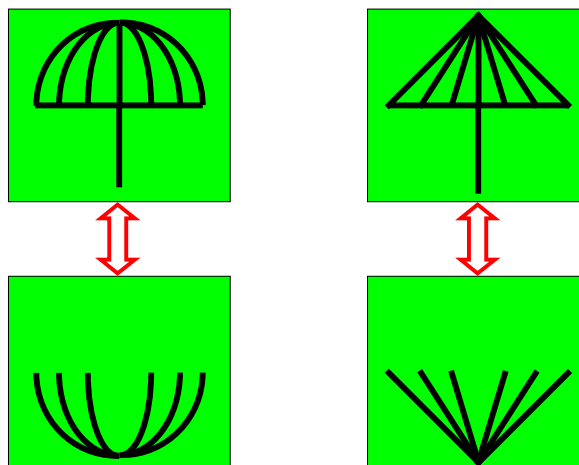
JLOGC#29 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 29

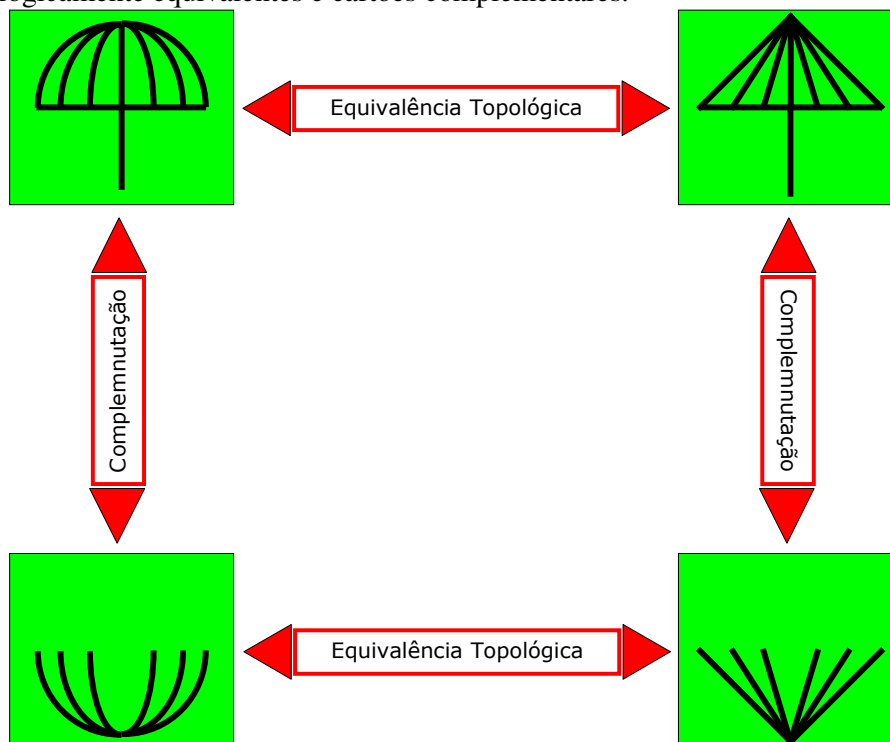
CARTÕES LÓGICOS COMPLEMENTARES GLOBOS & DIAMANTES

Na criação dos Cartões Lógicos Globos & Diamantes, que tinham como propriedade serem topologicamente equivalentes, notou-se que dentre estes cartões que seriam mais de 60.000, nós poderíamos criar um micromundo de cartões que fossem ao mesmo tempo equivalentes topológicos e seus respectivos complementos, transformando assim o que seria um par de cartões em uma quadra de cartões inter-relacionados.

29.1.- Os Cartões Lógicos Complementares G&D

Enquanto os *Cartões Lógicos Globos & Diamantes* apresentados no JLOGC#28 têm o suporte na cor amarela, os *Cartões Lógicos Complementares Globos & Diamantes* (Cartões Lógicos Complementares G&D) têm o suporte na cor verde.
Estes novos cartões são baseados naqueles mesmos *cartões-globo e cartões-diamantes que podem ser decompostos em 16 segmentos*, somente que agora eles têm como cor de fundo o verde.

29.2.- Os Cartões Complementares

No esquema acima apresentamos na primeira linha cartões com 10 segmentos e na segunda linha os seus respectivos cartões complementares com 6 linhas.

29.3.- A Quadra de Cartões Lógicos Complementares G&D

O esquema a seguir mostra a relação entre os cartões que fazem parte de uma quadra de cartões: há cartões topologicamente equivalentes e cartões complementares.

29.4.- Criando o Micromundo

As quadras de cartões como a mostrada anteriormente composta pode dois cartões-globo e dois cartões-diamantes a serem gerados, se limitam à complementação entre cartões com as seguintes quantidades de segmentos:

8 + 8; 7 + 9; 6 + 10 ; 5 + 11 e 4 e 12.

A escolha destes valores está ligada à possibilidade de geração de uma quantidade equilibrada de cartões, que entendemos aqui como sendo 8 quadras de cada uma destas combinações, o que nos fornecerá um micromundo com 40 quadras, ou seja,

(5 combinações × 8 quadras) × 4 cartões = 160 cartões distintos

40 quadras × 4 cartões = 160 cartões distintos

O micromundo dos Cartões Lógicos Complementares G&D é fechado com relação tanto à equivalência topológica como com relação à complementação de seus elementos. Mas ainda temos o problema de que este micromundo é incompleto, assim como o micromundo anterior (JLOGC#28).

29.4.1. – As Partições

Denominamos partição de um conjunto às famílias de subconjuntos, dois a dois, disjuntos cuja união é um conjunto dado, ou em outras palavras: uma partição é a decomposição de um conjunto em subfamílias de conjuntos mutuamente exclusivas.

Veja a seguir alguns exemplos das partições que podem ser estabelecidas no conjunto dos 160 Cartões Lógicos Complementares G&D:

1. ***Dois subconjuntos:*** 80 cartões-globo e 80 cartões-diamante;

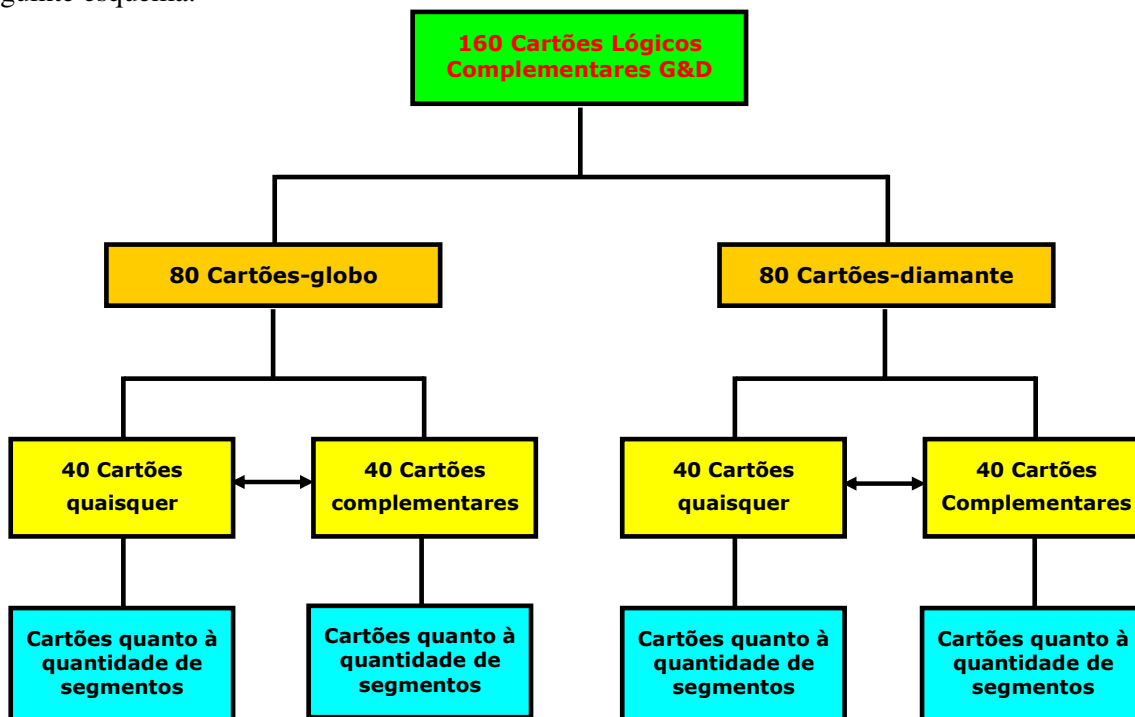
2. ***Dois subconjuntos:*** 80 cartões G&D versus 80 cartões complementares daqueles cartões G&D – são conjuntos cujos elementos podem variar muito, duas pessoas podem conseguir formar estes subconjuntos de forma bastante distintas;
3. ***Nove subconjuntos:*** de acordo com a quantidade de segmentos: 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, ou 4. Todos estes subconjuntos têm 8 elementos cada um, menos o conjunto dos cartões com 8 segmentos que terá 16 cartões (verifique!).

29.4.1.1.- Outras Partições ou Sub-Partições

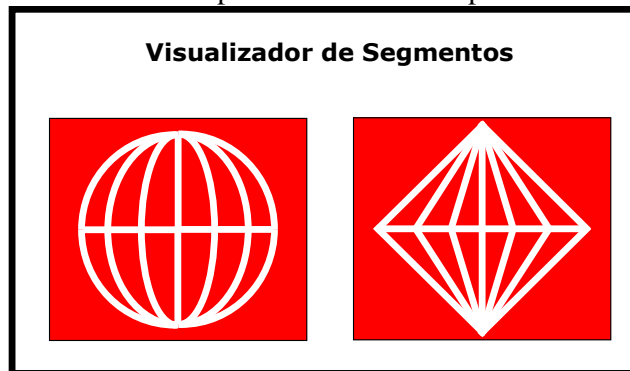
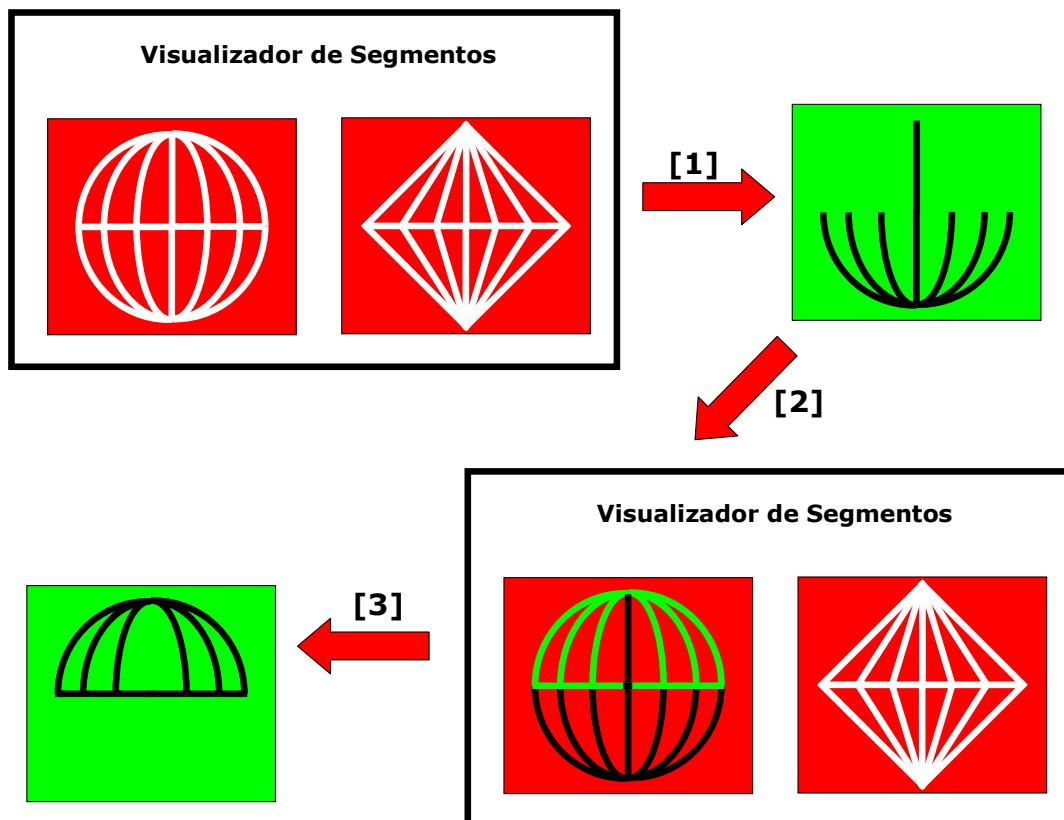
Note que dos subconjuntos de cada uma das partições dadas acima como exemplos, podem resultar novas partições (ou sub-partições).

- Uma partição no conjunto dos 80 cartões-globo pode ser conseguida com dois subconjuntos: um com 40 cartões e o outro com os 40 cartões a eles complementares, sendo que o mesmo pode ser conseguido com os cartões-diamante;
- Tomando-se o conjunto de 80 cartões-globo a formação de subconjuntos segundo à quantidade de segmentos é também um bom exemplo de partição, sendo que os 80 cartões-diamante podem também ser usados com esta finalidade;
- Tomando-se o conjunto de 16 cartões com 8 segmentos, pode-se conseguir uma partição, pela separação de 8 cartões em um subconjunto e dos seus 8 complementares em outro subconjunto.

29.4.1.2.- Um Jogo Para o Pensamento

Entendido o que é uma partição de um dado conjunto, o leitor está sendo convidado a estabelecer outras partições e novas sub-partições. Antes de iniciar esta tarefa, sugerimos que se examine o seguinte esquema:

Note que as flechas ligando os retângulos em amarelo indicam que não basta separar aleatoriamente estes 80 cartões, simplesmente em dois grupos de 40 cartões, é preciso antes formar os pares e separa-los, agora sim, colocando um deles num primeiro conjuntos e o outro no segundo conjunto ou vice-versa, o que é indiferente. Note também que este não é o único diagrama possível para estabelecer as partições, outros podem e devem ser tentados.

29.4.1.3.- O Visualizador de Segmentos

O *Visualizador de Segmentos* mostrado a seguir está no CD-R em verdadeira grandeza. Ele deverá ser impresso em uma transparência acrílica e usada sobre os cartões com a finalidade de visualizar os segmentos de um cartão e o seu correspondente cartão complementar.

Veja na figura a seguir um exemplo de como utilizar o *Visualizador de Segmento* sobre um cartão-globo:
[1] sobrepor o visualizador sobre o cartão;
[2] verificar quais os segmentos que ficaram verdes;
[3] selecionar o cartão que completa o cartão anterior de acordo com o desenho em verde.

29.5.- Os Jogos

Iremos apenas indicar os tipos de jogos em que podem ser utilizados os Cartões Lógicos Complementares G&D. Estes cartões são apropriados para os seguintes jogos:

- Jogo da Formação de Quadras (vide acima, item 29.3);

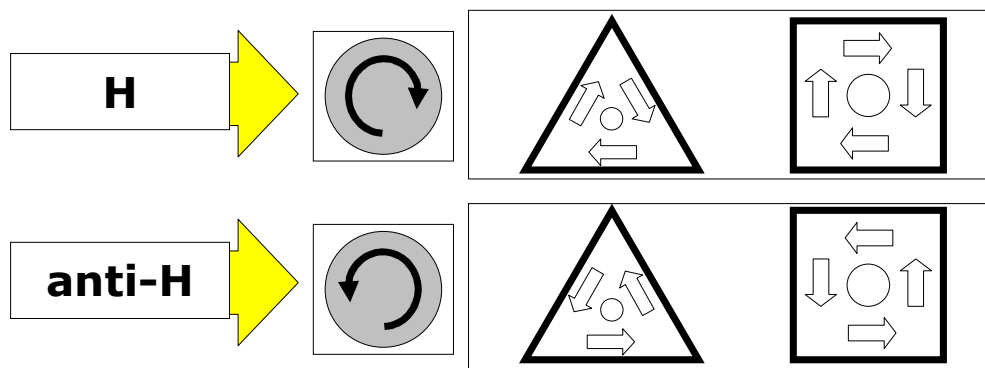
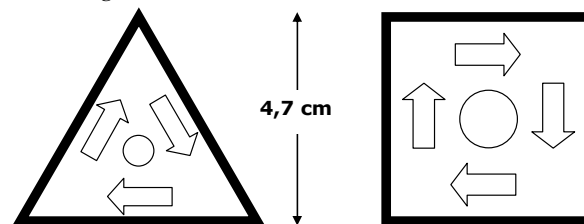
- Jogo das Complementações (vide acima, item 29.4.2.3.);
- Jogo dos Equivalentes Topológicos (veja JLOGC#28);
- Dominó das Diferenças (veja o JLOG#05) onde as diferenças são:
  - Quantidade de segmentos;
  - Manutenção da quantidade de segmentos com a(s) mudança(s) de posição;
- Mudança de cartão-globo para cartão-diamante topologicamente equivalentes.

JLOGC#30 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 30

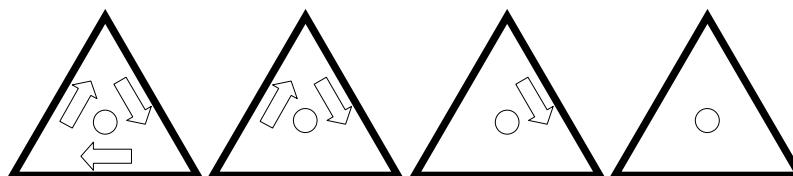
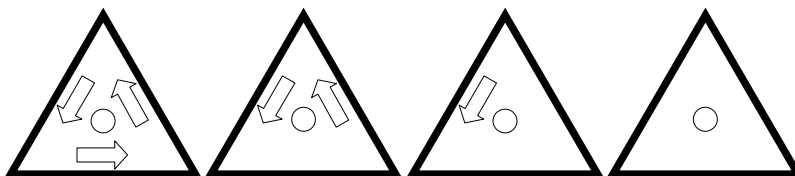
TRIÂNGULOS E QUADRADOS ROTADORES

Os cartões contendo os desenhos dos Triângulos e Quadrados Rotadores foram desenvolvidos para introduzir de forma natural as rotações no sentido horário e anti-horário, e a discriminação tanto de quantidades como de composições distintas de cores.

30.1.- Triangulares e Quadrados Rotadores

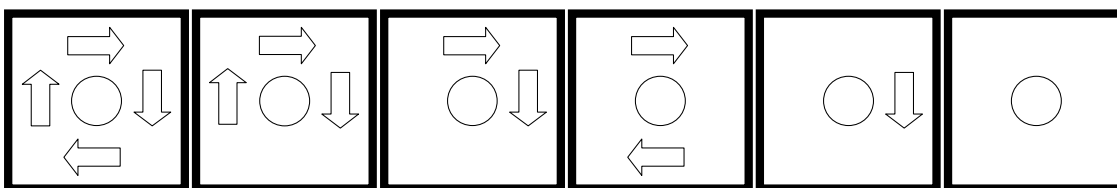
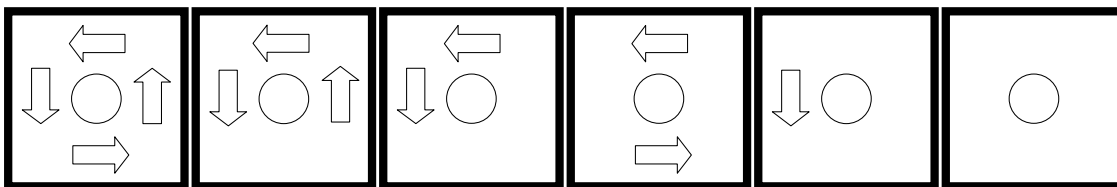
Os módulos a seguir apresentados são denominados Triângulos Rotadores e Quadrados Rotadores. Eles apresentam um círculo no centro e flechas indicando os sentidos da rotação – respectivamente sentido *horário* e sentido *anti-horário*, que por simplificação, podem ser denominados: sentido H e sentido anti-H.

Estes cartões medem 4,7 cm de altura. Abaixo são mostrados os dois tipos de cartões rotadores em sua medida real – em *verdadeira grandeza*:

30.2.- As Duas Sub-famílias Básicas dos Triângulos Rotadores

Os *triângulos rotadores* básicos são 8:

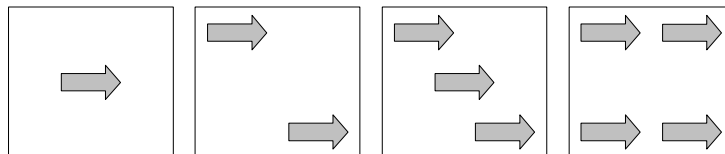
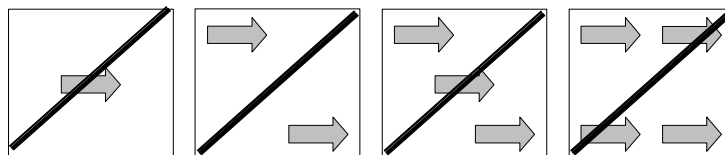
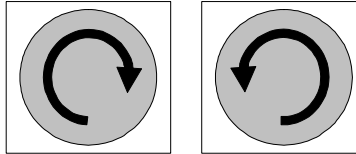
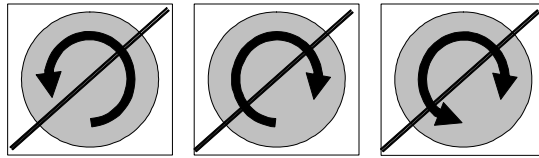
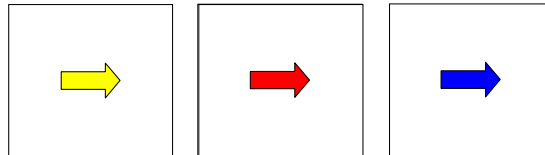
- São 4 triângulos rotadores do tipo H respectivamente com 3, 2, 1 ou nenhuma seta indicando rotação no sentido horário:

- São 4 triângulos rotadores do tipo anti-H respectivamente com 3, 2, 1 ou nenhuma seta indicando rotação no sentido anti-horário:

30.3.- As Duas Sub-famílias Básicas dos Quadrados Rotadores

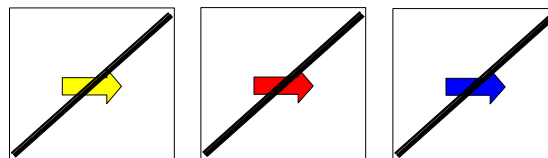
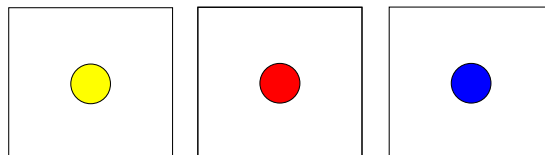
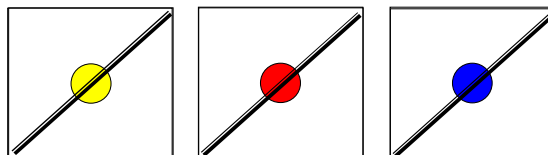
O conjunto de cartões quadrados também constituem famílias quanto à rotação e quantidade de vetores (flechas direcionais) a saber: 4, 3, 2, 1 ou zero, sendo que a de quantidade 2 se apresenta com duas possibilidades distintas quanto ao posicionamento das flechas , como mostram as figuras a seguir.

Os *quadrados rotadores* básicos são 12:

- São 6 quadrados rotadores do tipo H respectivamente com 4, 3, 2, 1 ou nenhuma seta indicando rotação no sentido horário:

- São 6 quadrados rotadores do tipo anti-H respectivamente com 4, 3, 2, 1 ou nenhuma seta indicando rotação no sentido anti-horário:

30.4.- As Etiquetas de Atributos

Os triângulos rotadores e quadrados rotadores poderão ser qualificados segundo os seus atributos ou da negação dos mesmos através das seguintes etiquetas:

- **Quantidade de Flechas:**

- **Não-Quantidade de Vetores ou Negação da Quantidade de Flechas**

- **Sentido da Rotação (horário – H – ou anti-horário – anti-H)**

- **Negação do Sentido da Rotação ou da Falta de Rotação:**

- **Cor das Flechas:**

- **Não-Cores das Flechas os Vetores ou Negação das Cores dos vetores**

- **Cores dos círculos Centrais**

- **Negação das Cores dos Círculos Centrais**

- **Cores Totais (Flechas + Círculos: da mesma cor)**

- **Não-Cores Totais (Negação das Cores Totais)**

30.4.- Uso dos Cartões na Teoria dos Conjuntos

Os Cartões Triângulos e Quadrados Rotadores podem ser utilizados para exemplificar conceitos e concretizar operações da Teoria dos Conjuntos: discriminação e sequenciamento; formação de conjuntos a partir de rótulos e diagramas de Venn-Eüler e Diagrama de Carroll; tabelas de dupla entrada como o Produto Cartesiano.

O leitor interessado nestes conceitos e operações deve retomar e estudar em detalhes o **JLOGC#01** ***onde todas estas idéias são exaustivamente abordadas.***

30.4.1.- Os Diagramas de Carroll e a Tabela de Dupla Entrada

No CD-R que acompanha este livro o leitor encontrará o Diagrama de Carroll – exatamente igual ao encontrado no JLOGC#01, mas adaptado ao tamanho destes novos cartões, bem como o material para recortar e elaborar a sua tabela de dupla entrada para realizar o Produto Cartesiano.

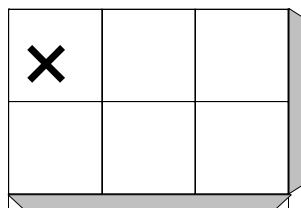
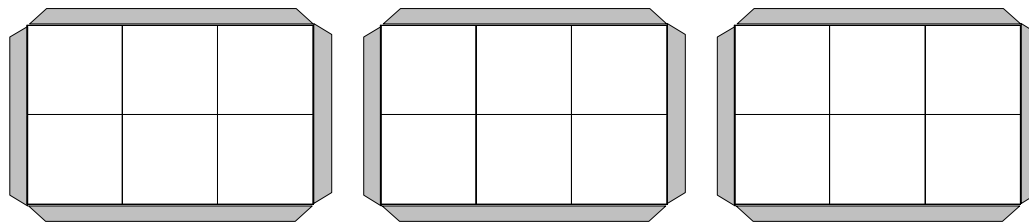
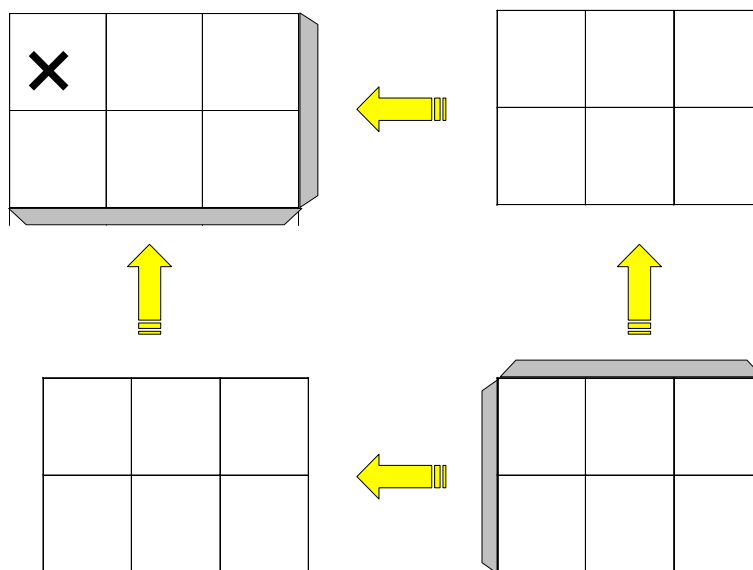
30.4.1.1.- Diagrama de Carroll

O Diagrama de Carroll que figura no CD-R que acompanha o livro está em V.G. (verdadeira grandeza) deve ser impresso e utilizado diretamente. Veja ao lado o Diagrama de Carroll em tamanho reduzido. A forma de utilizá-lo pode ser vista na JLOGC#01.

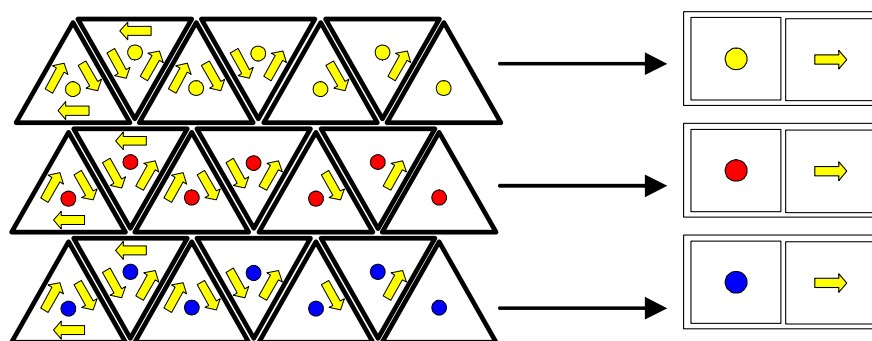
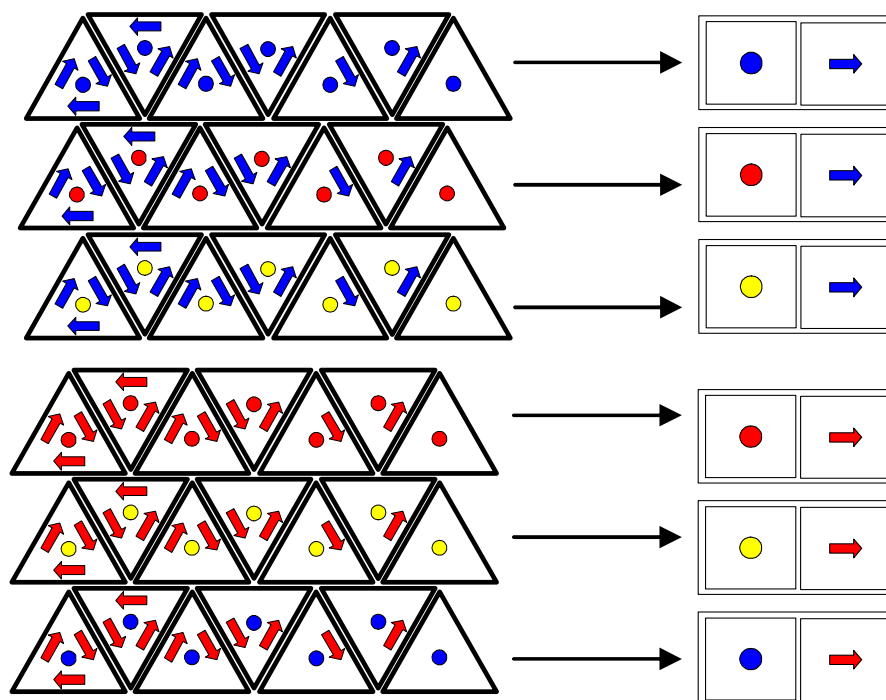
	A	**~A**
B	**A e B**	**~A e B**
~B	**A e ~B**	**~A e ~B**

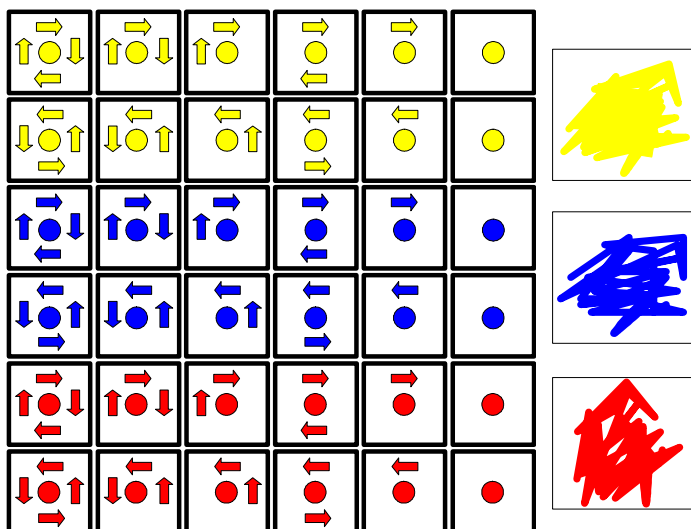
30.4.1.2.- A Tabela de Dupla Entrada

A tabela de dupla entrada precisa ser composta, porque ela exige a junção de várias peças. Deve-se imprimir a primeira parte da tabela – o canto superior esquerdo onde se encontra o sinal '**X**' apenas uma vez, e tantas vezes quanto necessário a malha com 6 quadrículas – mostrada logo a seguir –, que devem ser coladas na primeira parte da tabela, veja no exemplo a seguir.

- Imprimir uma vez:

- Imprimir várias vezes dependendo da necessidade,

- Manter as abas necessárias à colagem, recortar as abas não necessárias, colar na primeira parte da tabela (acima) formando a Tabela de Dupla Entrada:

- O leitor encontrará um exemplo sobre a forma de utilização da Tabela de Dupla Entrada na qual se pode obter os resultados de um Produto Cartesiano no JLOGC#01.

30.5.- A família de Cartões Rotadores Quadrados

A família dos *Cartões Rotadores Triangulares* é mostrada a seguir sob a forma de três grupamentos com 21 elementos cada, distintos uns dos outros seja pela composição de cores das flechas e círculo central, seja pela quantidade de flechas, ou seja, pelo sentido de rotação (H ou anti-H), como mostrado abaixo.

30.6.- A famílias de Cartões Rotadores Quadrados

A família dos Cartões Rotadores Quadrados é mostrada a seguir sob a forma de dois grupamentos distintos com 36 elementos cada, distintos uns dos outros, seja pela composição de cores das flechas e círculo central, seja pela quantidade de flechas, ou seja, pelo sentido de rotação (H ou anti-H), como mostrado abaixo.

A classificação destes cartões se dará de forma bastante natural pelas **Cores Totais (Flechas + Círculos: da mesma cor)** – veja as etiquetas que mostram isto ao lado.
A classificação ainda ser feita quanto à quantidade de flechas e o sentido de rotação.

30.7.- O Dominó das Diferenças

Tanto os Triângulos Rotadores quanto os Quadrados Rotadores são cartões ótimos para se jogar o Dominó das diferenças.

A tabela a seguir mostra os atributos destes cartões com vistas a facilitar a escolha das diferenças de um cartão para outro durante o jogo de dominó:

Atributos	**Variáveis**	**Valores**

Cores das flechas	**3**	amarelas, azuis ou vermelhas
Cores dos círculos	**3**	amarelos, azuis ou vermelhos
Quantidade de flechas	**3** **4**	triângulos rotadores: 3, 2, 1 ou nenhuma quadrados rotadores: 4, 3, 2, 1 ou nenhuma
Sentido de rotação	**2**	horário (H) e anti-horário (anti-H)

Os leitores poderão estudar as formas de jogar o Dominó das Diferenças no JLOGC#01, podendo optar por jogar ora com os cartões Triângulos Rotadores ora com os cartões Quadrados Rotadores, ou até mesmo com ambos, sendo que a passagem de um cartão de um dado tipo para outro que preserve exatamente os mesmos *valores das variáveis* será considerada uma diferença.

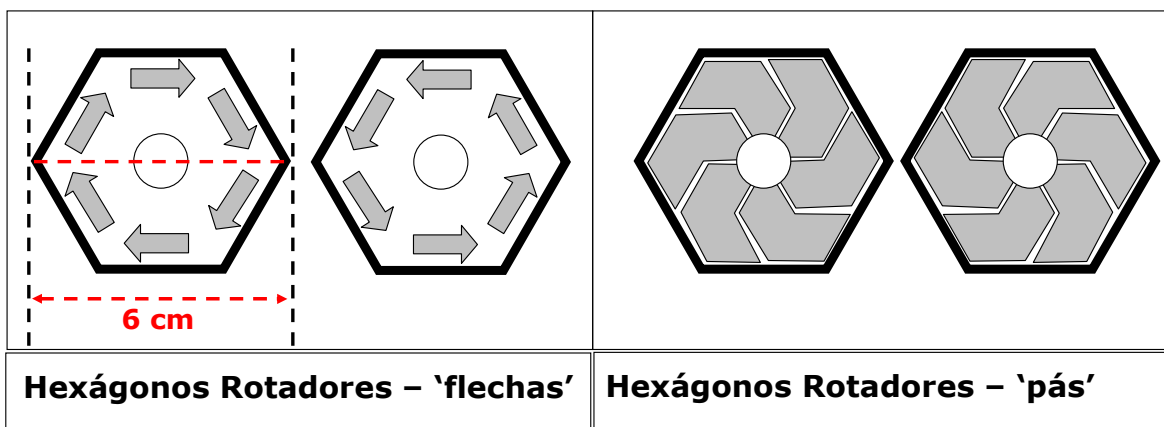
JLOGC#31 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 31
HEXÁGONOS ROTADORES

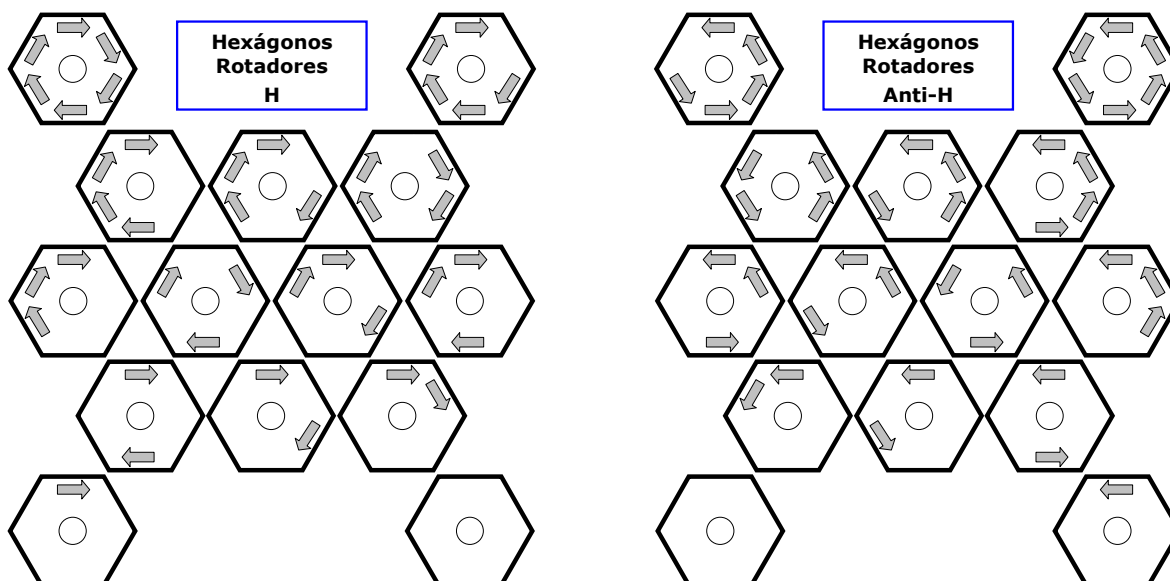
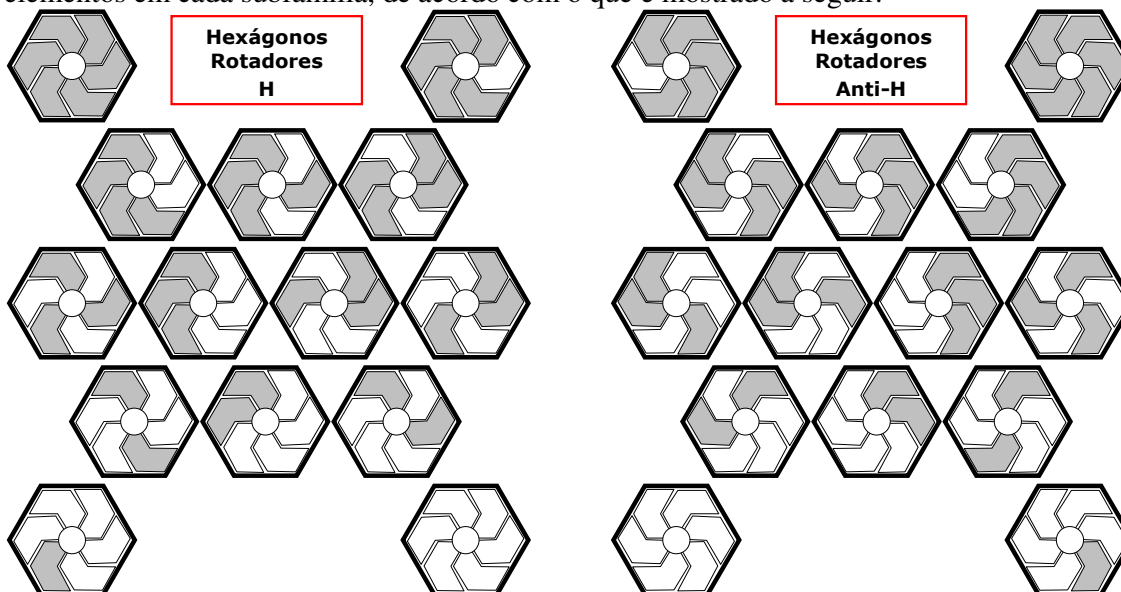
Os Cartões Rotadores Hexagonais apresentam-se com uma quantidade maior de possibilidades do que aquelas dos Cartões Triangulares e Quadrados Rotadores, vistos no JLOGC#30. O princípio destes novos cartões são os mesmos dos anteriores: as setas apontam ora no sentido horário, ora no sentido anti-horário, o mesmo valendo para as 'pás' ou 'hélices'. Os Jogos sugeridos para estes tipos de cartões são os mesmos do JLOGC#30.

31.1.- Cartões Rotadores Hexagonais

A figura a seguir mostra quatro *Cartões Rotadores Hexagonais* cujo suporte são cartões com formato de um hexágono regular diagonal valendo 6 cm.
Na figura a seguir estão quatro Cartões Rotadores Hexagonais, onde nos dois primeiros o sentido de rotação (respectivamente: sentido horário e sentido anti-horário) são indicados por 'setas', 'flechas' ou vetores e nos dois seguintes o sentido de rotação é indicado por 'pás' ou 'hélices'. O centro de todos os cartões, tanto de um tipo quanto do outro, apresentam em seu centro um pequeno círculo. Tantos as 'flechas', quanto as 'pás', bem como os círculos receberão cores escolhidas entre: amarelo, vermelho e azul, distribuídas de forma lógica.

Os sentidos de rotação podem, por simplificação, como no JLOGC#30, ser indicados apenas como sendo H ou anti-H.

Hexágonos Rotadores – 'flechas'	**Hexágonos Rotadores – 'pás'**

31.1.1.- As duas Sub-famílias dos Hexágonos Rotadores 'Flechas'

A família dos Hexágonos Rotadores do tipo 'Flechas' possui basicamente, a menos das cores que serão utilizadas para colorir seus elementos, duas subfamílias cada uma delas com 11 elementos distintos entre si: uma família com flechas no sentido horário (H) –, e uma família com flechas no sentido anti-horário (anti-H).

A família dos Hexágonos Rotadores do tipo 'Pás' é composta por 22 elementos, ou seja, 11 elementos em cada subfamília, de acordo com o que é mostrado a seguir.

A quantidade de flechas ou vetores em cada uma das subfamílias são as seguintes: 6, 5, 4, 3, 2, 1 ou zero, sendo: um hexágono com 6 flechas; um com 5 flechas; três hexágonos com 4 flechas; quatro hexágonos com 4 flechas; três hexágonos com 2 flechas; um hexágono com 1 flecha e um hexágono sem flechas (o 'zero' flechas), conforme mostrado nas figuras acima.

31.1.2.- Um Jogo Para o Pensamento com os Hexágonos Rotadores

Os elementos das famílias dos *Cartões Rotadores Hexagonais do tipo 'Flechas'* e dos *Cartões Rotadores Hexagonais do tipo 'Pás'* são praticamente os mesmos – são equivalentes –, a menos em termos de identidade entre os desenhos.

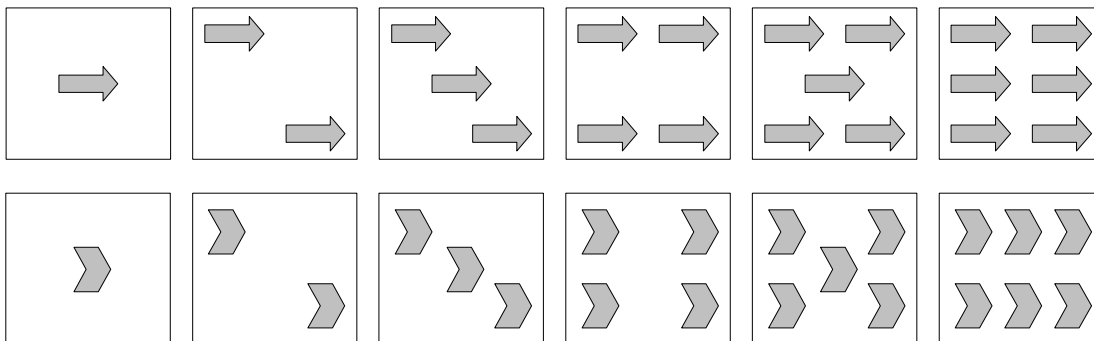
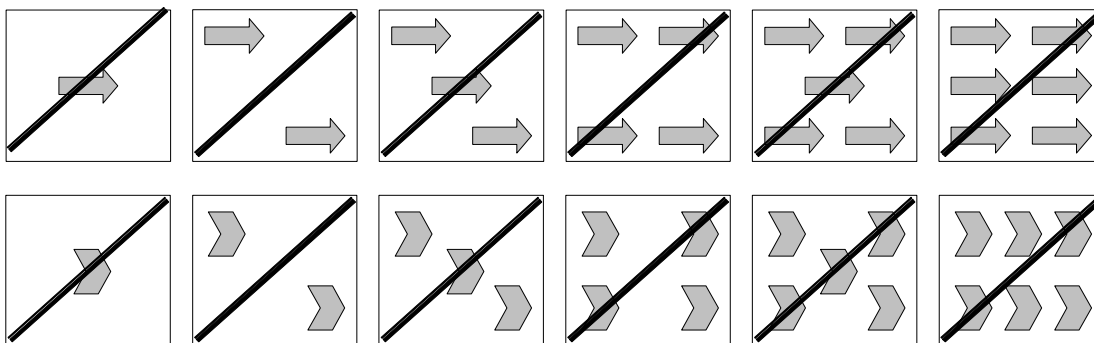
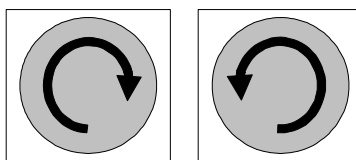
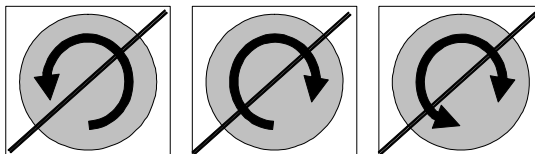
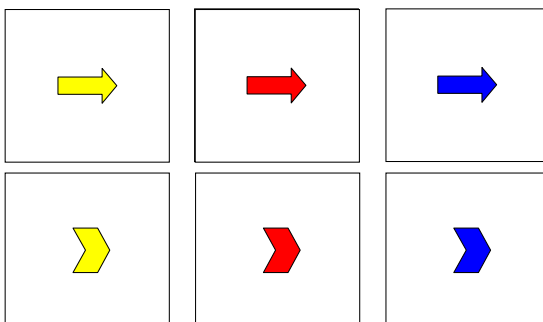
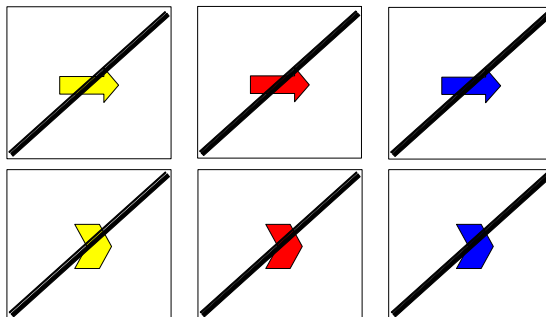
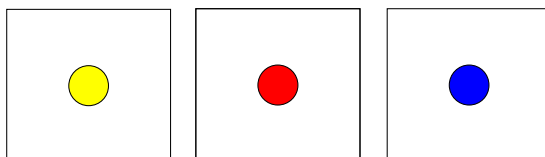
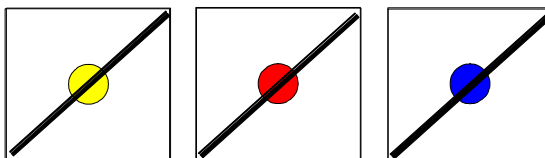
Os conjuntos de cartões hexagonais coloridos figuram em sua verdadeira grandeza – com as diagonais medindo 6 cm – no CD-R que acompanha este livro.

- Imprima e recorte todos os 44 cartões hexagonais de uma mesma cor (flechas, pás e círculos, por exemplo, em amarelo).;
- Estabeleça a correspondência dois-a-dois entre os cartões equivalentes.

•

31.4.- As Etiquetas de Atributos

Os triângulos rotadores e quadrados rotadores poderão ser qualificados segundo os seus atributos ou da negação dos mesmos através das seguintes etiquetas:

- **Quantidade de Flechas ou de Pás:**

- **Não-Quantidade de Vetores ou Negação da Quantidade de Flechas**

- **Sentido da Rotação (horário – H – ou anti-horário – anti-H)**

- **Negação do Sentido da Rotação ou da Falta de Rotação**

- **Cor das Flechas ou Pás:**

- **Não-Cores das Flechas os Vetores ou Negação das Cores dos vetores**

- **Cores dos círculos Centrais**

- **Não-Cores dos Círculos Centrais ou Negação das Cores dos Círculos Centrais**

- **Cores Totais (Flechas ou Pás + Círculos: da mesma cor)**

- **Não-Cores Totais (Negação das Cores Totais)**

31.5.- Os Jogos com Cartões Hexagonais Rotadores

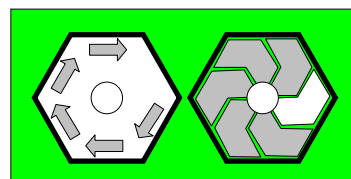
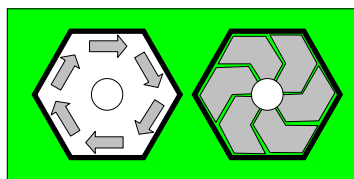
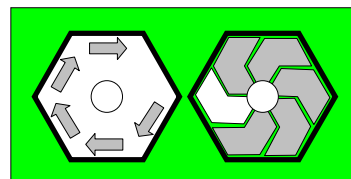
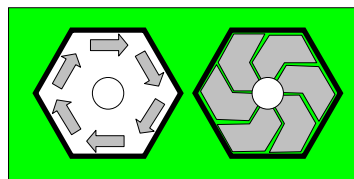
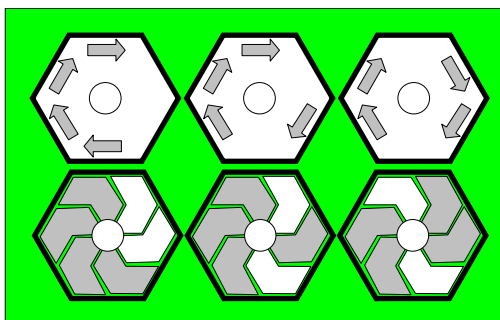
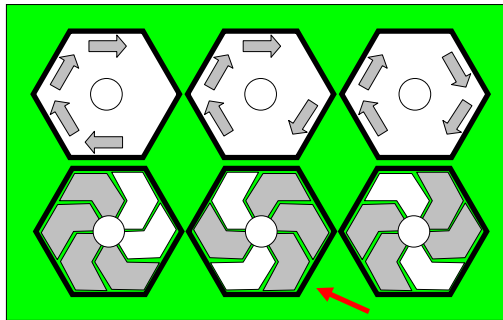
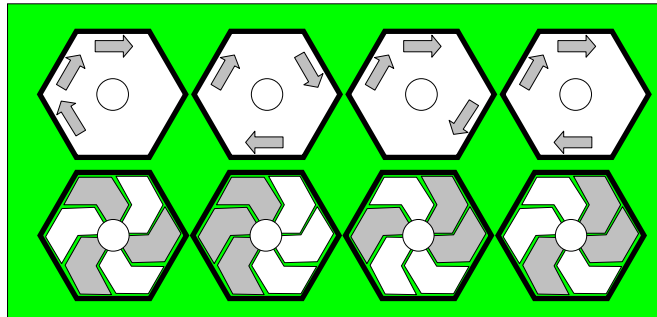
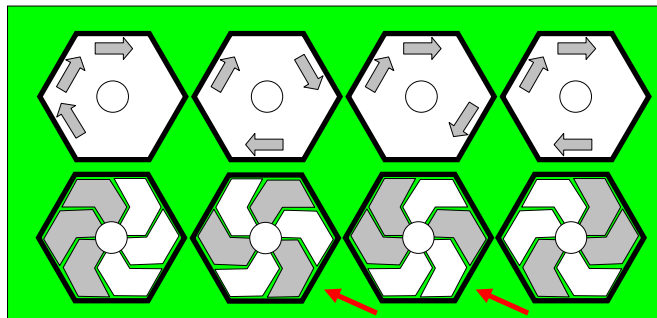
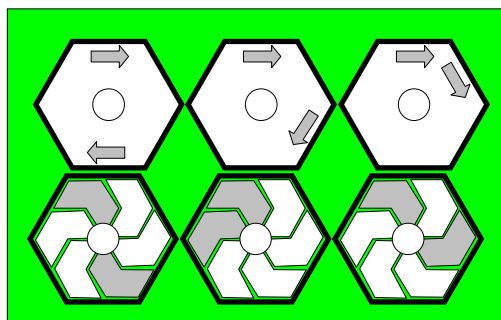
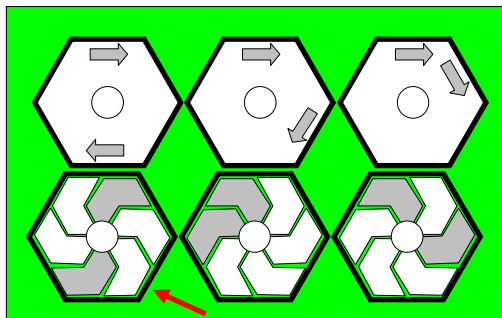
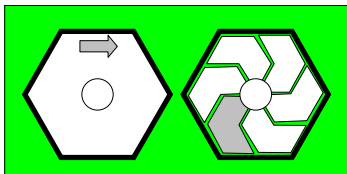
Todos os jogos propostos para os cartões rotadores triangulares e quadrados bem como o material – o diagrama de Carroll e a Tabela de Dupla Entrada (vide JLOGC#30) podem ser retomados. Sugere-se ao leitor que busque mais informações sobre os conceitos e operações da Teoria dos Conjuntos no JLOGC#01.

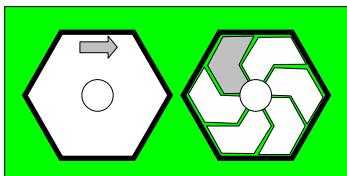
31.6.- Identificação do Sentido de Rotação: Flechas X Pás

Uma atenção especial deve ser dada aos jogadores de pouca idade – crianças pequenas – sobre a compreensão exata da correspondência entre os cartões hexagonais do tipo flecha e os do tipo pás. Normalmente não há dúvida quanto aos sentidos de rotação no caso das flechas, no entanto, algumas crianças imaginam que as pás giram no sentido contrário como se fossem pás de um ventilador.

Os desenhos a seguir servem para testar a compreensão das crianças. Estes conjuntos de cartões estarão disponíveis no CD-R para ser impressos, plastificados e utilizados, para verificar se a criança descobre os erros. Aqui são assinalados os erros. Nos cartões do CD-R não haverá estes alertas.

O teste não precisa ser feito necessariamente com todos os cartões, mas devem-se utilizar apenas alguns deles até que ao haja convicção nas respostas dadas pela criança. Caso algum tipo de dúvida ou incerteza permaneça deve-se evitar o uso dos *Cartões Rotadores Hexagonais Pás* com esta criança.

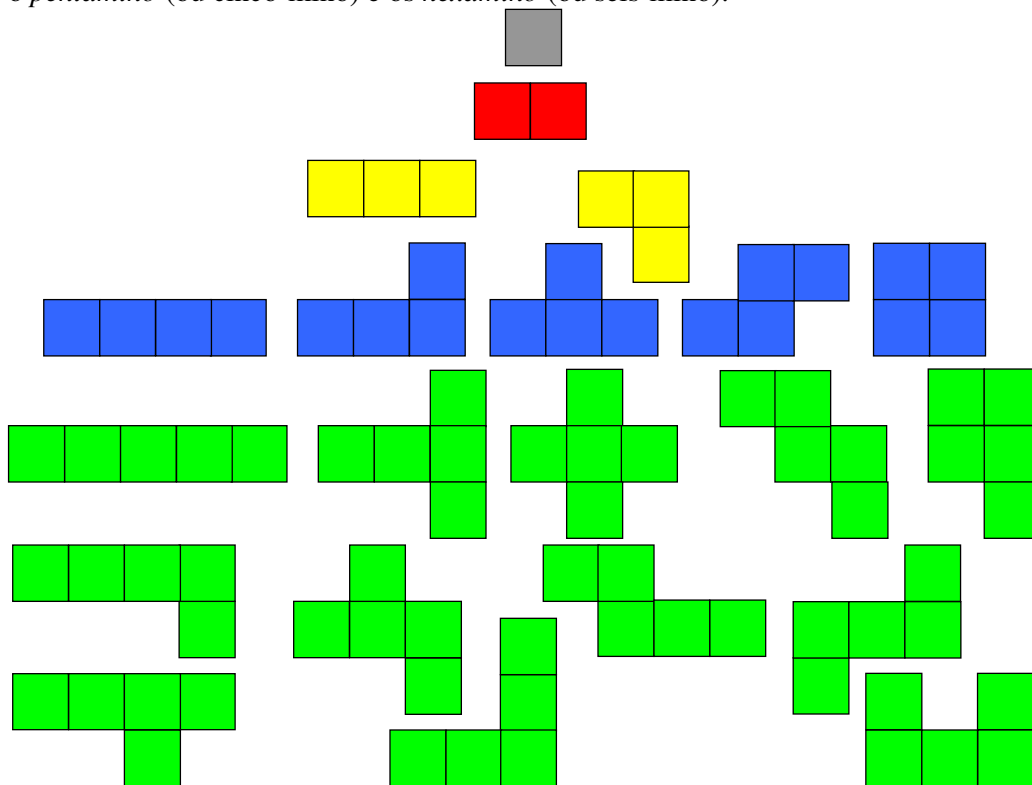
→ Exemplos Corretos

→ Exemplos Incorretos

→ Exemplo Correto:

→ Exemplo Incorreto:

→ Exemplo Correto:

→ Exemplo Incorreto:

→ Exemplo Correto:

→ Exemplo Incorreto:

→ Exemplo Correto:

→ Exemplo Incorreto:

JLOGC#32 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 32

JOGO DAS 1, 2, 3, 4 ou 5 QUADRÍCULAS

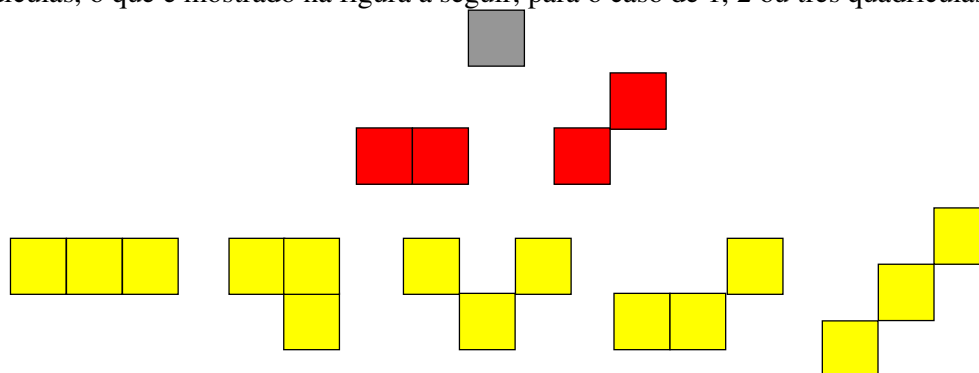
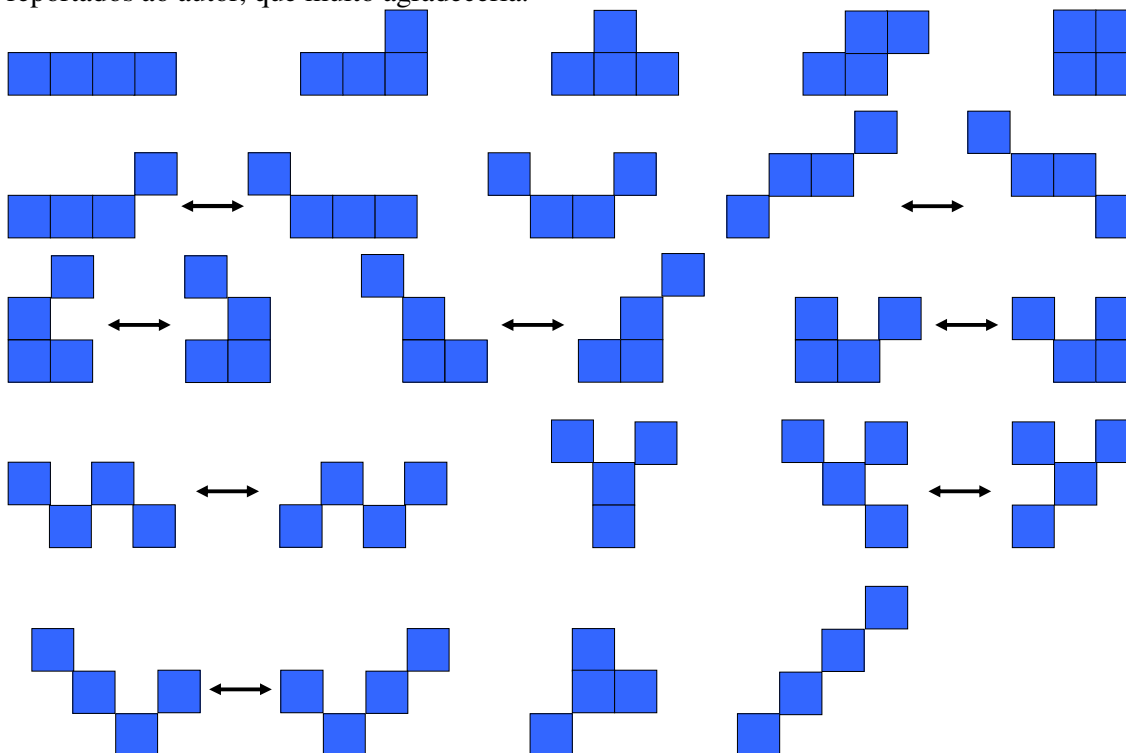
Este é um Jogo Para o Pensamento Lógico em que dois jogadores tentam preencher um tabuleiro com peças que contém 1, 2, 3, 4, ou 5 quadrados interligados pelas laterais. Há basicamente duas formas de jogar: uma, na qual apenas estratégias lógicas devem ser utilizadas e outra, aquela que envolve sorte – onde são lançados dados para determinar a jogada a ser feita – o que exige mais atenção sobre a estratégia a ser adotada.

32.1.- Sobre os N-minós ou Poliminós

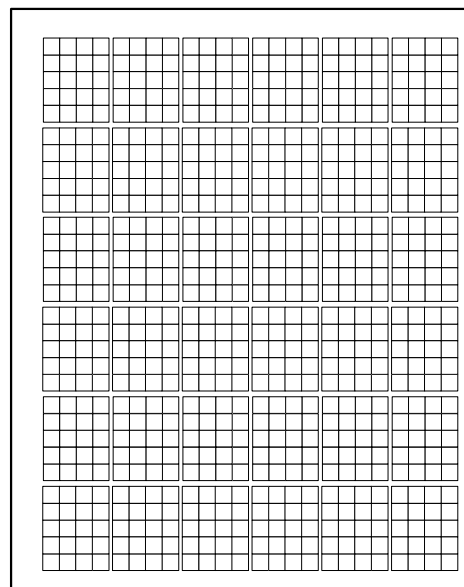
No item 9.2. do JLOGC#09 o leitor tomou contacto com os quadraminós e os pentaminós, figuras geométricas que fazem parte da família do n-minós ou poliminós, que são os seguintes: o *monominó* (unominó ou um-minó), o *dominó* (dois-minó), o *triminó* (três-minó), o *quadraminó* (ou quatro-minó), o *pentaminó* (ou cinco-minó) e os *hexaminó* (ou seis-minó).

Na figura acima é mostrada a família dos n-minós ou poliminós, segundo cores, que escolhemos para caracterizar cada uma das suas subfamílias com: 1, 2, 3, 4, ou 5 quadrículas justapostas pelas suas laterais.

Enquanto a subfamília de Poliminós, os pentaminós, tem 12 elementos distintos, a subfamília dos hexaminós é mais complexa do que a anterior, possuindo 35 elementos distintos. Ela será apresentada no terceiro volume da coleção *Jogos Para o Pensamento Lógico-Matemático*, no volume intitulado *Jogos Para o Pensamento Lógico-Geométrico, quando alguns destes hexaminós serão estudados como representando as possíveis planificações de um hexaedro.*

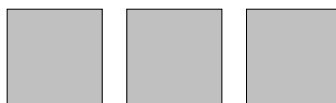
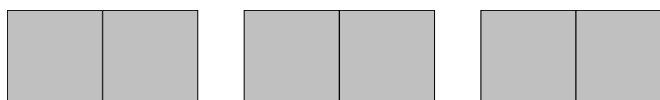
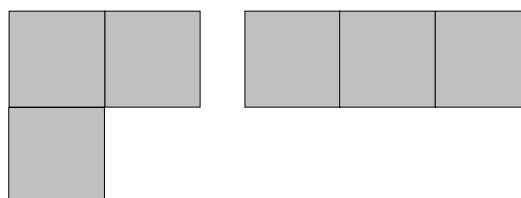
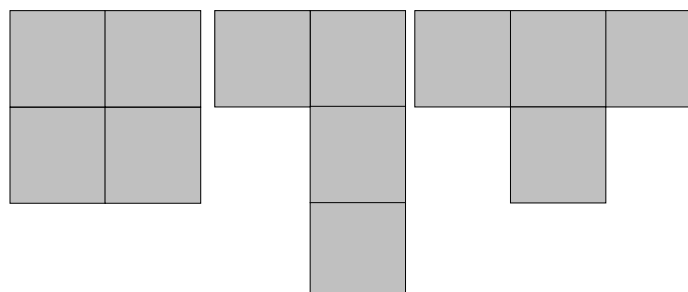
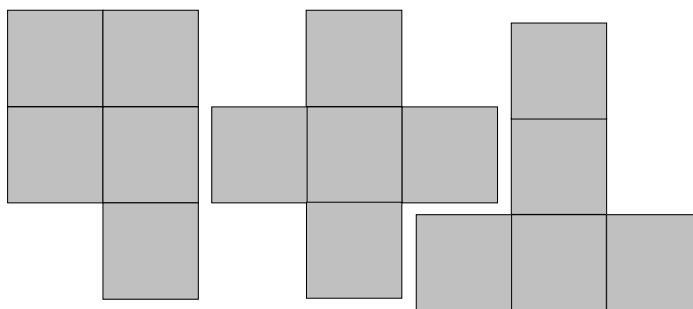
32.2.- Sobre as Multiquadrículas ou Poliquadrículas

O leitor deve ter se perguntado: – *Se no caso dos Poliminós, as quadrículas podem ser justapostas pelas suas laterais, o que aconteceria se pudéssemos também juntá-las pelos vértices?*
Na verdade, a junção de quadrículas pelas suas laterais, no caso específico da formação dos pentaminós, é inspirada no conceito do dominó, uma peça formada por duas quadrículas 'coladas' um na lateral da outra. No entanto, nada nos impede de repensar *a associação de quadrículas tanto pelas laterais como pelos vértices*, no que poderíamos denominar Multiquadrículas ou Poliquadículas, o que é mostrado na figura a seguir, para o caso de 1, 2 ou três quadrículas.

No caso de 5 quadrículas, as possibilidades de construção se tornam mais complicadas. Na figura a seguir mostramos uma tentativa da construção do conjunto das 4-multiquadrículas (ou 4-poliquadrículas), que esperamos tenha sido bem sucedida, apesar de não termos adotado nenhuma estratégia ou heurística para fazê-la.
Apesar de termos tomado muito cuidado na construção dos possíveis elementos com 5 quadrículas cujas laterais, ou então, os vértices se tocam, o leitor poderá encontrar erros, que poderiam ser reportados ao autor, que muito agradeceria.

Há peças no conjunto das 4-multiquadrículas que se prefiguram como unívocas, e há aquelas que exigem a criação de uma sua 'duplicata', a ela oposta. Estas peças, as opostas, são mostradas frente a frente na figura acima, o que é indicado por setas de pontas duplas.

32.2.1.- Jogos Para o Pensamento Lógico

O conjunto de quadrículas a seguir apresentados, medindo 5 × 4, permitirá ao leitor elaborar o seu próprio estudo sobre a da construção do conjunto das 4-multiquadrículas e com uma pequena adaptação, o estudo da construção do conjunto das 5-multiquadrículas, que por sinal, é tremendamente complexa.
O leitor encontrará no CD-R que acompanha este livro uma página no tamanho A-4 com um conjunto de quadrículas, como o acima, que poderá ser impressa, para facilitar a sua tentativa de construir as sua coleção de 4 e de 5 Multiquadrículas.

32.3.- As peças do Jogo

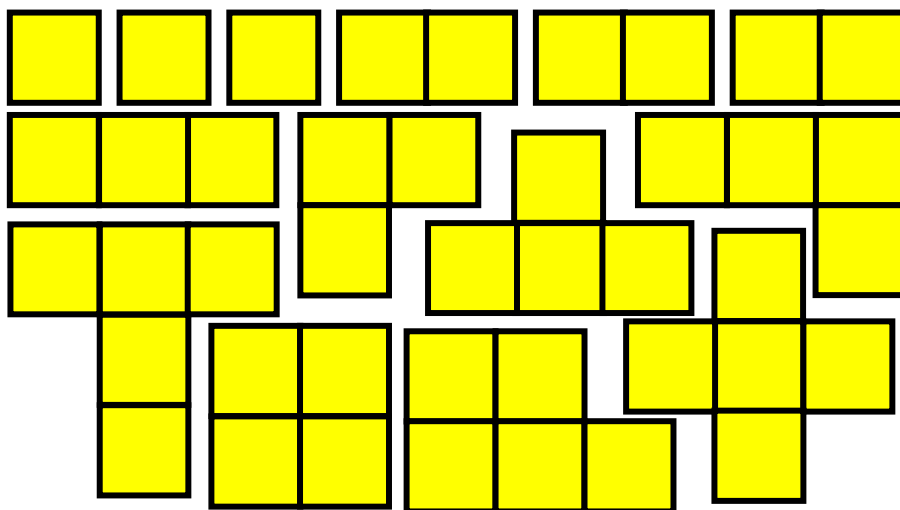
O jogo envolverá apenas 10 dos modelos de peças da família de Poliminós de 1 até 5 – cujas subfamílias totalizam 21 elementos distintos. Cabe ainda notar, que alguns destes modelos serão repetidos (peças idênticas), de acordo com a seguinte distribuição:

- Três peças idênticas com valor 1 – preenchendo 3 casas do tabuleiro:

- Três peças idênticas com o valor 2 – preenchendo 6 casas do tabuleiro:

- Duas peças distintas com valor 3 – preenchendo 6 casas do tabuleiro:

- Três peças distintas com valor 4 – preenchendo 12 casas do tabuleiro:

- Três peças distintas com valor 5 – preenchendo 15 casas do tabuleiro:

Se utilizarmos todas estas 14 peças poderemos preencher 42 casas do tabuleiro cuja medida tem 6 X 7 casas.

32.4.- Os Tabuleiros do Jogo

Este é um jogo em que se deve escolher um tabuleiro: quadrado ou retangular. Os tabuleiros quadrados podem possuir as seguintes quantidades de casas: 6X6, 5X5 ou 4X4; já os retangulares podem ter as seguintes medidas: 7X6; 7X5; 7X4; 7X3; 6X5; 6X4; 6X3; 5X4 ou 5X3.
A escolha de um tabuleiro com mais ou com menos casas visam modificar a forma de jogar e as estratégias requeridas para a obtenção da vitória.
No CD-R o leitor encontrará um tabuleiro medindo 6 X 7 casas que permitirá a elaboração, mediante recorte, dos tabuleiros acima sugeridos. Note que tabuleiros ainda maiores poderão ser construídos imprimindo várias vezes o tabuleiro 6 X 7, recortando-os e colando-os de forma conveniente os pedaços requeridos para completar o novo tabuleiro.

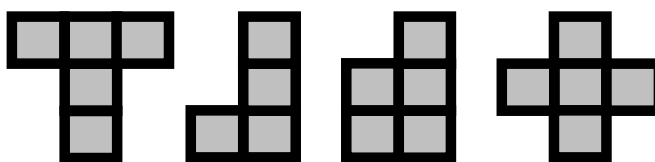
32.5.- Os Conjuntos de Peças Coloridas

O conjunto com as 14 peças do jogo podem ser impressos a partir dos arquivos da pasta JLOG#32 constante do CD-R que acompanha este livro. Os conjuntos de peças podem ser impressos nas cores: amarela, verde, vermelha ou azul. No exemplo a seguir são mostradas as 12 peças na cor amarela.

As peças depois de serem plastificadas, devem ser pré-cortadas, podendo ser coladas sobre EVA ou cortiça para aumentar-lhes a espessura.

32.6.- Os Jogos das 1, 2, 3, 4, ou 5 Quadrículas[17]

A seguir apresentamos as regras básicas de alguns dos jogos das quadrículas de 1 até 5.

3.6.1.- Jogo Solitário 1 - Jogo Solitário de Estratégia

Este jogo solitário consiste da tentativa de preenchimento do tabuleiro 6 X 7 utilizando-se todas as 14 peças de um conjunto de peças de uma mesma cor.
Tabuleiros diversos podem ser utilizados no jogo solitário. No caso de tabuleiros menores do que o com 42 casas (o tabuleiro 6 X7), deve-se escolher para jogar as peças com a maior quantidade de quadrículas (as de valor 5, 4 e 3) eliminando-se primeiramente algumas das peças de valor 1 e 2 – mas não todas – e em seguida uma de valor 3, ou uma de valor 4 ou uma de valor 5, de forma a adequar a quantidade de quadrículas das peças à quantidade de casas do tabuleiro escolhido.
Observe que as peças podem ser realocadas, buscando-se sempre as possibilidades de encaixe. O jogador mais interessado poderá propor outras formas de jogar, como por exemplo: as peças a serem retiradas dos jogos – isto no caso dos tabuleiros com menos quadrículas – podem ser escolhidas na hora – no momento da jogada –, e isto de acordo com a conveniência, mas uma vez escolhida as peças a serem retiradas e aquelas que permanecerão no jogo, elas não poderão mais ser trocadas. Note que há peças cuja alocação é sempre mais fácil que as outras, como as mostradas a seguir:

As peças de alocação mais fácil, a meu ver são as demais:

3.6.2.- Jogo Solitário 2 - Jogo Solitário de Estratégia e Sorte

Nesta primeira modalidade do *'Jogo das 1, 2, 3, 4 ou 5 Quadrículas'* podemos utilizar dados tetraédricos, hexaédricos ou até octogonais, podendo combiná-los dois a dois: dois dados tetraédricos, dois dados hexaédricos; um dado tetraédrico e um hexaédrico etc, combinações normalmente escolhidas de acordo com o tamanho do tabuleiro.

As regras do Jogo Solitário 2 são simples:

1. Escolher um tabuleiro – iniciar com o tabuleiro 6 X7 – ou de acordo com uma das medidas sugeridas acima;
2. Escolher um dado hexagonal (6 valores) ou outro que você julgue mais adequado;
3. Jogar o dado e colocar sobre o tabuleiro uma ou mais peças tais que a soma de suas quadrículas resulte no valor obtido no dado;
4. Se não houver peças suficientes para a obtenção do valor de quadrículas conseguida no dado, lance o dado outra vez;

---

[17] Leia com atenção o item '32.9.- Comentário Pertinente' para saber mais sobre as peças do jogo. Este comentário poderá facilitar a alocação das peças no tabuleiro.

5. Duas vezes perdidas sucessivamente (dois insucessos seguidos) indicam o final do jogo.
6. Reinicie o jogo.

3.6.3.- Jogo em Duplas 1 - Jogo de Estratégia

Devem jogar dois jogadores e não mais que dois. As regras deste jogo são simples, mas as estratégias mudam muito na medida em que tabuleiros com diversas medidas possam ser escolhidos:

1. Escolher um tabuleiro – iniciar com o tabuleiro 6 X7 – ou de acordo com uma das medidas sugeridas acima;
2. Cada um dos jogadores deve escolher um conjunto completo de peças (14 peças), mas de cores distintas. A cor escolhidas será a 'sua' cor;
3. Os oponentes devem colocar sobre o tabuleiro (os tabuleiros podem ser 4 X 4, 5 X 5 ou 6 X 6, 6 X7 etc) uma peça de cada vez alternando-se nas jogadas.
4. Vence aquele que conseguir "travar" as possibilidades de jogadas do oponente.
5. Observar: a escolha do número de quadrículas deve estar de acordo com o número de casas do tabuleiro (somente como sugestões: 1, 2 e 3 para o 4 X 4; 1, 2, 3 e 4 para o 5 X 5 e todas para o tabuleiro 6X6 ou 6X7).
6. Os jogadores podem combinar jogar com menos peças, eliminando as peças com maior número de quadrículas ou aquelas com menor número de quadrículas, para aumentar a dificuldade do jogo.

3.6.4.- Jogo em Duplas 2 - Jogo de Estratégia e Sorte

Devem jogar dois jogadores e não mais que dois. As regras deste jogo são simples, mas devem ser bem estudadas pela dupla de jogadores:

1. Escolher um tabuleiro – iniciar com o tabuleiro 6 X7 – ou de acordo com uma das medidas sugeridas acima;
2. Cada um dos jogadores deve escolher um conjunto completo de peças (14 peças), mas de cores distintas. A cor escolhidas será a 'sua' cor;
3. Escolher um dado hexagonal (6 valores) ou uma combinação de dois dados – conforme as sugestões acima;
4. *No caso de um dado:* o primeiro jogador deve lançar este dado e colocar sobre o tabuleiro uma ou mais peças tais que a soma de suas quadrículas resulte no valor obtido no dado;
5. *No caso de dois dados:* o primeiro jogador que os lançou deve escolher apenas o resultado de um dos dados, para colocar sobre o tabuleiro uma ou mais peças tais que a soma de suas quadrículas resulte num dos valores obtidos em um dos dados;
6. Se não houver peças suficientes para a obtenção do valor de quadrículas conseguida no dado (ou em um dos dados), o jogador perde a vez;
7. O segundo jogador deve jogar o dado (ou os dados) e fazer o seu lance;
8. Duas vezes perdidas sucessivamente (dois insucessos seguidos) indicam o final do jogo;
9. O jogador que perdeu as duas jogadas perde a partida.

32.7.- Sugestões

Os jogadores podem e devem modificar as regras dos jogos, alterando os tabuleiros – através de recortes e colagens ou pela adoção de mais peças, imprimindo-as, plastificando-as, recortando-as e utilizando-as para jogar.

É o estudo de estratégias convenientes a cada nova modificação dos tabuleiros ou da eliminação ou do acréscimo de peças que torna este tipo de jogo interessante. Faça este estudo com os seus parceiros de jogo.

32.8- Jogando com Fichas Coloridas e Dados

Uma idéia que dispensará a necessidade de impressão dos poliminós de 1 até 5 é a da adoção de fichas coloridas de plástico - redondas ou quadradas, pelo menos de duas cores distintas – e dois dados hexagonais, além do tabuleiro padrão 6 X 7 (ou outro qualquer que seja julgado conveniente pelos jogadores).

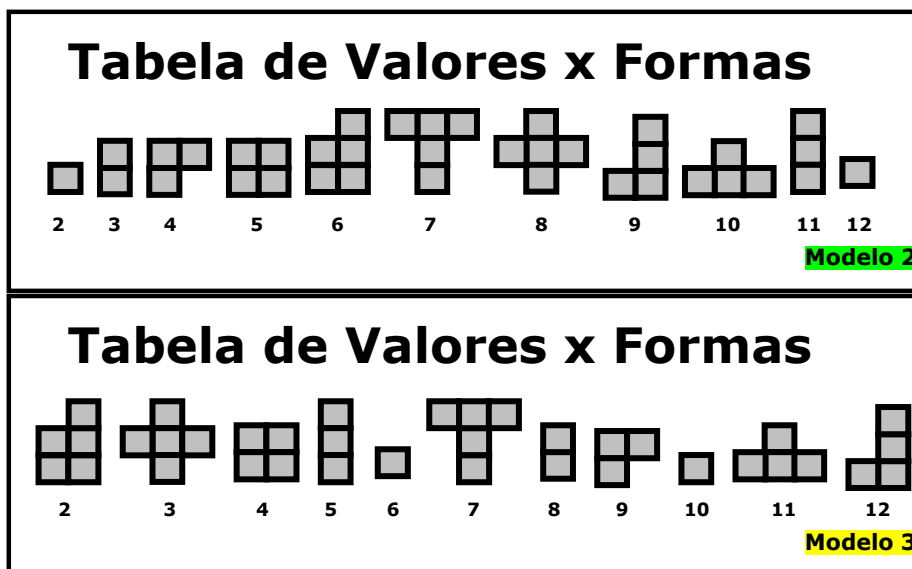
As regras do jogo são bastante simples.

1. Cada jogador deve iniciar o jogo com 30 fichas coloridas cada um, sendo que as cores dos conjuntos de fichas de cada jogador devem ser distintas – cada jogador terá a 'sua' cor para jogar;
2. Lançar os dois dados e somar os valores obtidos;
3. Preencher o tabuleiro com as fichas dispostas de acordo com as figuras constantes da seguinte tabela- denominada Modelo 1:

4. O símbolo em vermelho onde se lê 'PV', significa, 'Perde a Vez';
5. O jogador também perde a vez quando não houver, no tabuleiro posições tais que possibilitem alocar as suas fichas;
6. O jogo termina quando:
   a. O tabuleiro estiver todo preenchido;
   b. Quando um dos jogadores não tiver mais fichas para jogar;
7. Vencerá o jogador que conseguiu alocar mais fichas no tabuleiro.

32.8.1.- Adotando Outras Tabelas

A tabela anteriormente adotada – Modelo 1 – pode ser substituída por outras tabelas cuja distribuição das peças pode ser modificada.

O *'Jogo das 1, 2, 3, 4, ou 5 Quadrículas'* pode ser tornado mais difícil ao adotarmos a tabela Modelo 2, ou a tabela Modelo 3, quando em comparação ao jogo em que adotamos a tabela Modelo 1. Verifique.

A explicação sobre a maior ou menor dificuldade de se jogar com qualquer uma destas três tabelas está relacionada ao seguinte: quando se lançam dois dados hexagonais e se somam os valores de suas faces superiores, as somas mais difíceis de serem conseguidas são o 1 e o 12, enquanto o valor 7 é o que tem a maior probabilidade de ocorrência, na razão de uma possibilidade – para a soma 'um' ou soma 'doze' – contra seis possibilidades da ocorrência da soma 'sete'.
O leitor interessado neste fato probabilístico deve consultar no JLOGC#15 o item intitulado: '*15.4. – Os Jogos de Azar – E bota azar nisto!*' , onde encontrará uma análise sobre o que ocorre com relação à probabilidade de ocorrência das somas de 2 até 12 no lançamento de dois dados hexagonais.

32.9.- Comentário Pertinente

O leitor mais atento irá verificar que duas das peças do nosso jogo são não-simétricas o que poderia criar problemas de alocação no tabuleiro, ou seja, a peça não seria alocável, mas sua simétrica sim. Neste caso, percebido este fato, os jogadores podem combinar, antes do início do jogo, que a alocação deste tipo de peças poderá se dar tanto de forma direta como pela sua simétrica.

No caso de se estar jogando com as fichas plásticas isto é fácil de ser resolvido, já no caso de se star jogando com as peças recortadas basta alocá-las no tabuleiro com a face voltada para baixo, ou seja, com o lado não colorido para cima.
No caso dos Jogos Solitários, dever-se-ia perseguir sempre a alocação das peças da forma direta, mas você sabe, pode ser que às vezes não dê.

JLOGC#33 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 33

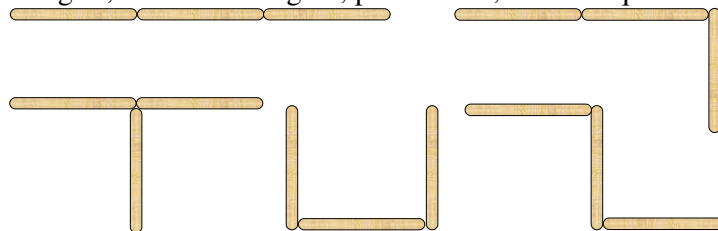
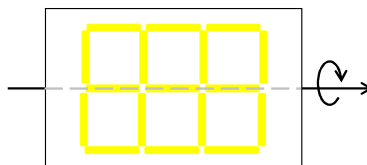
JOGO DOS PALITOS CONSTRUTORES

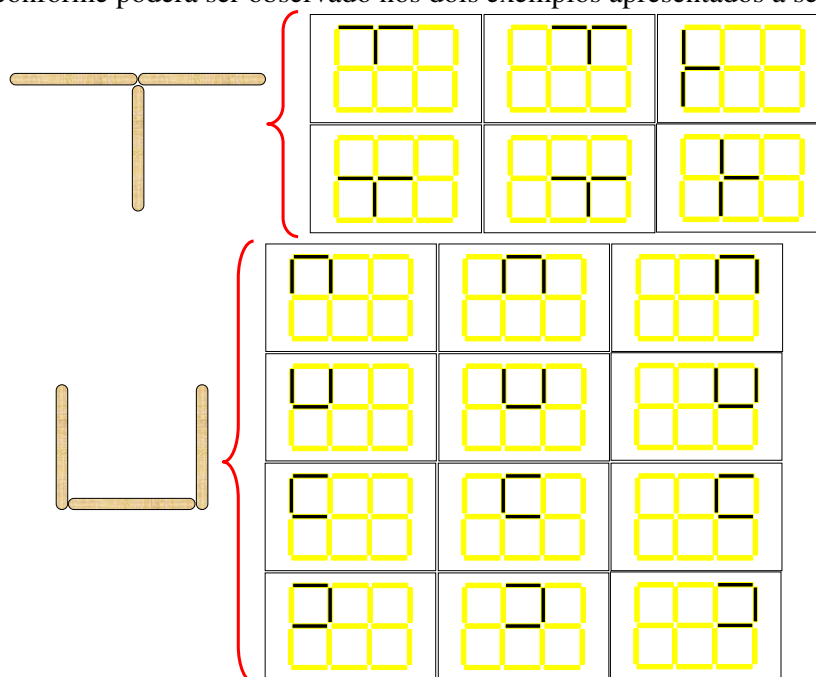
Este é um Jogo Para o Pensamento Lógico que permite a associação praticamente natural do pensamento concreto ao pensamento abstrato. Todas as possíveis construções que podem ser conseguidas concretamente com quatro palitos (coloridos ou não) de sorvete ligados pelas extremidades, formando linhas retas ou ângulos retos (ângulos de 90º) são reproduzidas abstratamente – como desenhos esquemáticos – nos 32 cartões lógicos que compõe o micromundo representativo de todas aquelas possibilidades de construção obtidas concretamente.

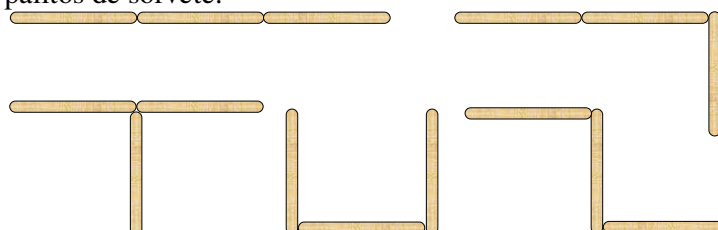
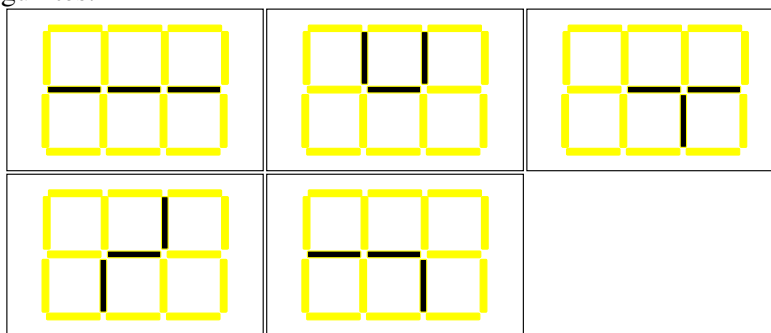
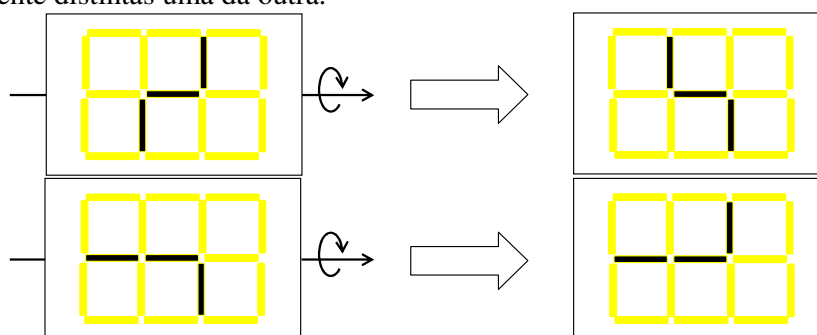
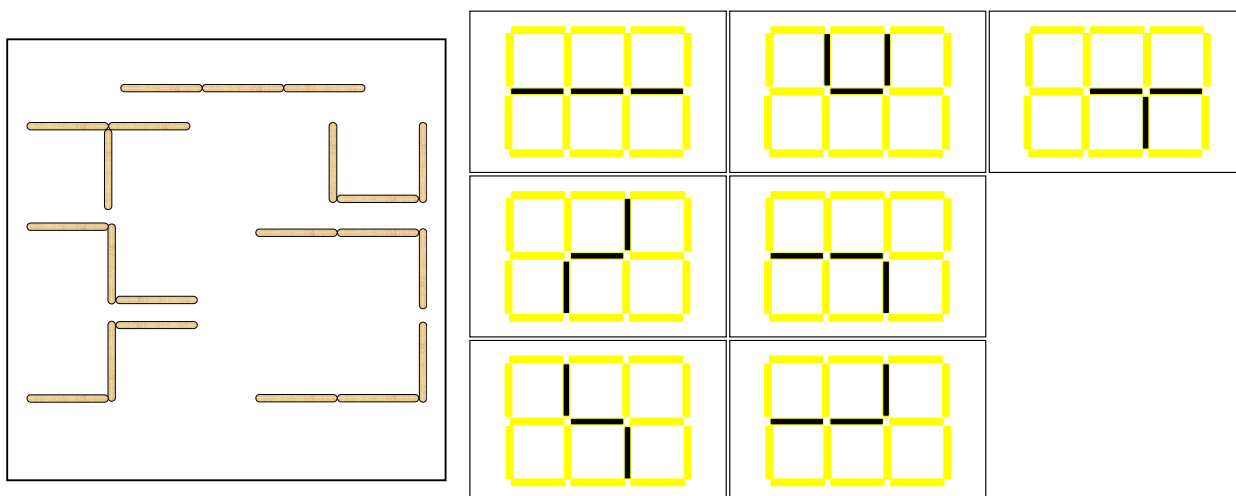
33.1.- As 'Construções' com 2 e com 3 Palitos de Sorvete

Os jogos a serem aqui apresentados envolverão a construção de 'figuras' com palitos de sorvete. Nestas construções, exige-se que os palitos sempre deverão estar *ligados pelas extremidades, formando linhas retas ou ângulos retos (ângulos de 90º).*
A figura a seguir mostra as construções possíveis com dois palitos de sorvete, que segundo a regra acima, permitirá a obtenção de apenas duas 'figuras' ou duas 'construções'.

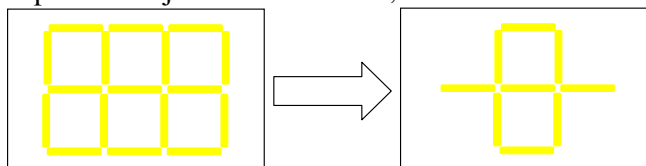
33.1.1.- Um Interessante Jogo para o Pensamento

Os nossos jogos com os palitos construtores, como se verá mais à frente, deverão envolver 4 palitos de cada vez. No entanto, queremos propor ao leitor um interessante Jogo Para o Pensamento: *"Quais e quantas são as 'figuras' distintas possíveis de se obter, construídas com três palitos de sorvete?"*. Note que: os palitos sempre deverão estar ligados pelas extremidades, formando linhas retas ou então ângulos retos.
Verifique, na figura a seguir, se você conseguiu, pelo menos, montar aquelas cinco 'figuras'.

Tente agora, verificar se elas são mesmo as únicas possíveis, verifique se não há ainda outras figuras, que apesar 'parecerem' iguais a estas cinco, são distintas. Na verdade, há mais duas...
Para facilitar a sua tarefa na busca destas duas 'figuras' que faltam, vamos propor que você desenhe as possíveis distribuições dos palitos numa malha como aquela mostrada a seguir.

Esta malha com 3 × 2 posições servirá de base para representar 3 palitos de sorvete conectados pelas extremidades em linha reta ou então formando ângulos de 90º entre si. Veja ainda que, a malha possui um eixo imaginário, em torno do qual iremos 'rodar a figura'. Esta operação denominada informalmente *'rodar' em torno de um eixo* é uma operação que no campo da Matemática (na Geometria) e da Física é denominada *reflexão em torno de um eixo* e produz o *reflexo espectral* da figura, isto é, produz a imagem da figura como se ela fosse *refletida em um espelho.*

Nesta malha, a escolha das três posições que irão receber o desenho dos três palitos será qualquer. No entanto, a 'figura' obtida sobre a malha, relativa a uma dada construção com palitos, sempre será a mesma, conforme poderá ser observado nos dois exemplos apresentados a seguir.

Assim, será necessário 'eleger' uma única destas representações para integrar o conjunto de cartões que devem apresentar todas as 'figuras', mas de forma unívoca (única), como por exemplo, aquelas mostradas a seguir.

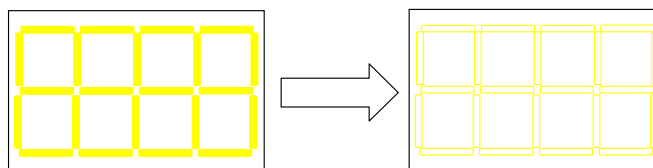
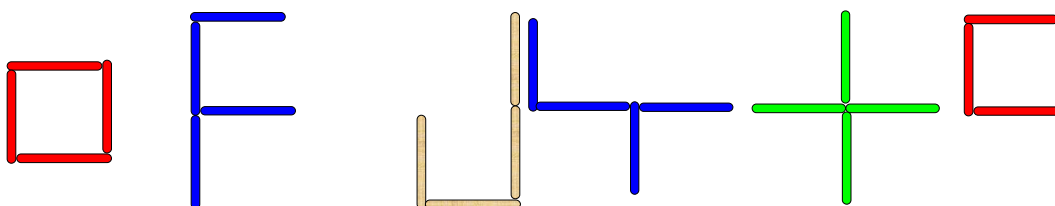
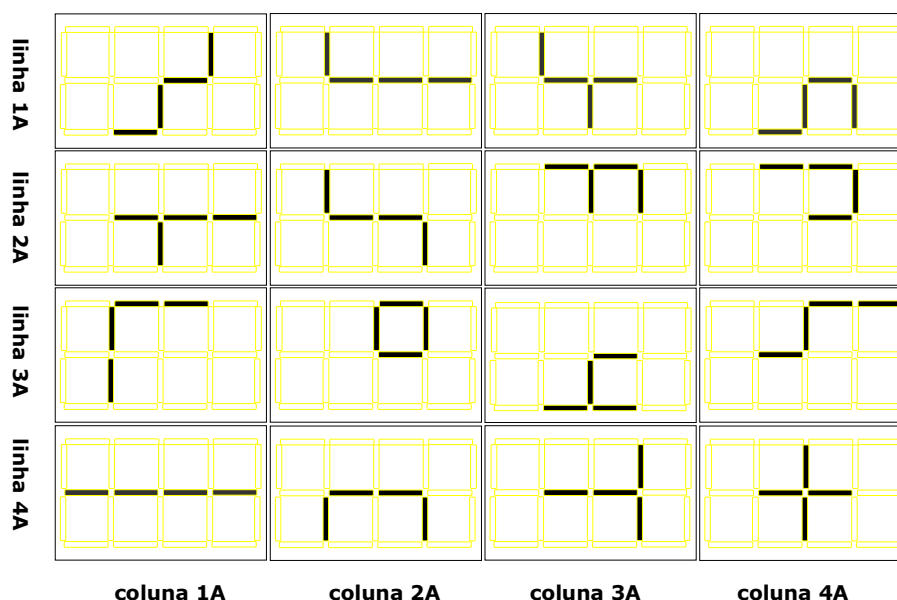
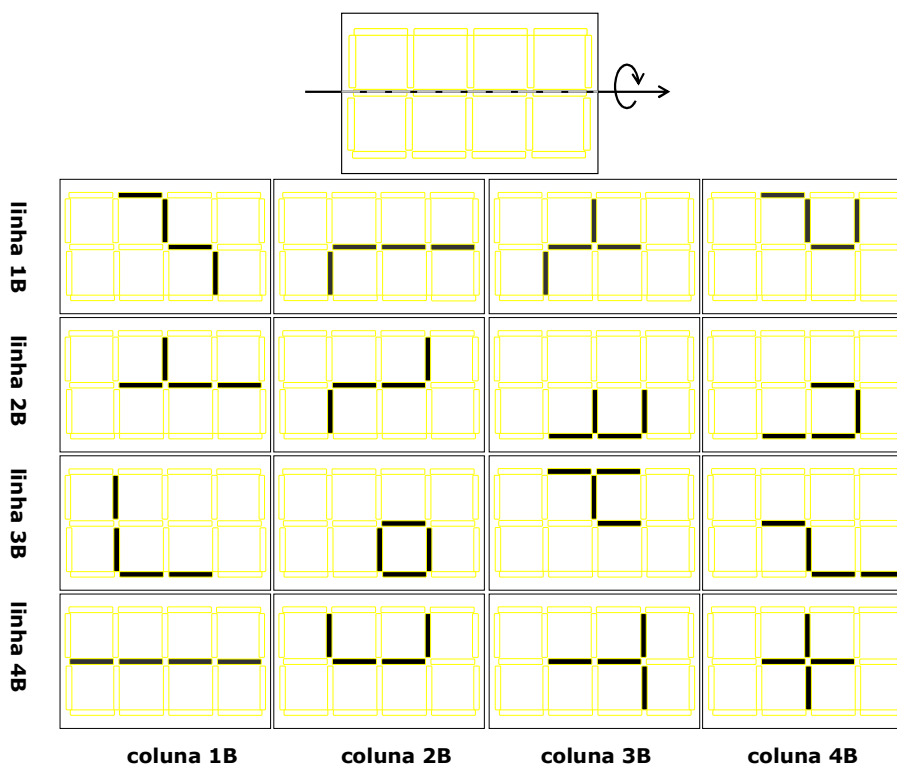
A partir disto, poderemos agora, representar utilizando estas malhas, as cinco figuras, inicialmente construídas com os palitos de sorvete:

como sendo as seguintes:

Podemos, agora, utilizar os eixos de simetria para verificar se há outra 'figuras' que são distintas daquelas cinco encontradas no início de nossa pesquisa. Veja as duas figuras e suas simétricas a seguir, e analise o porquê delas serem bastante semelhantes entre si, e serem, no entanto, totalmente distintas uma da outra.

A partir desta nova constatação, temos agora um conjunto com sete cartões distintos entre si que representam todas as possíveis construções com 4 palitos de sorvete que conseguiremos construir, o que poderá ser conferido nas duas figuras a seguir.

Uma idéia bastante interessante deve ser introduzida aqui: *as construções obtidas com os palitos são frutos do nosso pensamento sobre objetos concretos (pensar utilizando objetos manipuláveis = pensamento concreto) enquanto os desenhos que são apresentados nos cartões, fazem parte do nosso pensamento abstrato.* As figuras (abstrações) que aparecem nos sete cartões apenas representam as construções que obtivemos usando os palitos de sorvete (concretudes).

33.2.- Mais Um Jogo Para o Pensamento

Podemos pensar que a malha 3 × 4 apresentada anteriormente pode ser redesenhada contendo algumas restrições, restrições estas que não impeçam a construção de todas as 'figuras' conseguidas com a utilização dos três palitos. Veja a malha anterior, e a nova malha com as restrições, a seguir.

Imprima os dois conjuntos de malhas, que são apresentados na pasta referente a este jogo (JLOG#33) e tente desenhar todas as 'figuras' possíveis em cada um dos conjuntos de malhas, comparando os resultados.

33.3.- Analisando as 'Construções' com 4 Palitos de Sorvete

Este é um jogo para 2, 3 ou 4 jogadores. O material necessário para se jogar os Palitos Construtores é o seguinte:

- Quatro conjuntos contendo 4 palitos de sorvete coloridos (preferencialmente nas cores: azul, vermelho, amarelo e verde), sendo um conjunto da mesma cor para cada jogador.
- As peças do jogo deverão ser representadas sobre uma malha com 3 × 5 posições, que é mostrada a seguir, agora adotada com traços mais finos.

- Esta malha servirá de base para os cartões que representam todas as possibilidades de se conectar sobre o plano, 4 palitos de sorvete, distribuídos em linha reta ou formando entre si ângulos retos (ângulos medindo 90º).
- A figura a seguir mostra algumas possibilidades de construções utilizando os conjuntos de 4 palitos coloridos.

- Haverá neste jogo, 32 cartões, apresentados nas duas figuras a seguir designados como cartões do grupo A e cartões do grupo B.

- Os cartões do Grupo B serão obtidos, pela rotação de cada um deles, em torno de um eixo de simetria (*reflexão em torno de um eixo), como mostra a figura a seguir:*

33.3.1.- Imprimindo os Cartões

Os cartões dos grupos A e B devem ser impressos duas vezes, o que nos fornecerá a quantidade de 64 cartões. Devido aos jogos em que estes cartões estarão envolvidos, em alguns casos, invertidos, deve-se imprimir no verso dos mesmos uma veladura – um fundo opaco que não permite que o que esteja impresso nas faces dos cartões seja visível pelo seu avesso.

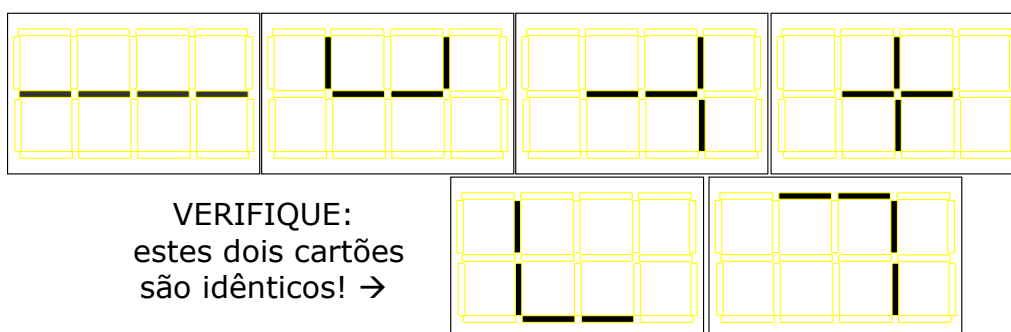
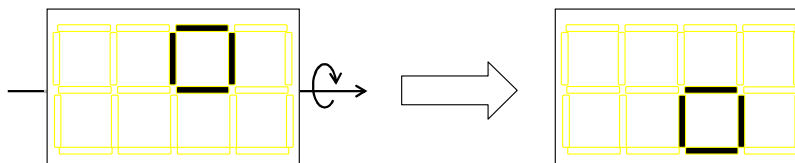
33.3.- A Título de Aquecimento

A finalidade deste 'aquecimento' é dar ciência aos jogadores de que existem 16 cartões em cada um dos Grupos A e B totalizando 32 cartões, mas que:

- Dez deles são idênticos entre si, quando tomados dois a dois;
- Dois deles são semelhantes, ou seja, eles contêm a mesma 'figura', mas em posições simétricas, uma com relação à outra.

33.3.1.- Regras do Jogo Inicial

Podem participar deste jogo 1 destinado ao 'aquecimento' vários jogadores que deverão discutir e realizar as tarefas a seguir propostas:

- Junte todos os cartões do grupo A e os cartões do Grupo B (veja que totalizam 32 cartões).
- Tente formar pares de cartões, segundo os critérios:
  - (1) Pares de cartões idênticos (8 cartões): *estes cartões são todos aqueles localizados na linha 4A (4 cartões) e 4B (mais 4 cartões) e um cartão localizado na linha3A/coluna1A e linha3B/coluna1B.* .

  - (2) Um par de cartões semelhantes, por conterem a mesma figura em posições distintas, mas que não podem ser considerados cartões idênticos: *eles estão na linha3A/coluna2A e linha3B/colun2B.*

  - (3) Verifique que, nos demais pares de cartões (10 pares), as figuras não são idênticas, elas são simétricas.
  - (4) Verifique que existem 20 ('32 menos 12') cartões distintos entre si por apresentarem figuras simétricas.
  - (5) O conjunto de todos os cartões distintos entre si a partir dos 32 cartões dos conjuntos A e B serão constituídos por: 20 cartões com figuras simétricas, 5 dos cartões escolhidos entre dos 10 *cartões idênticos* e 1 dos cartões ditos *'semelhantes'*, totalizando 26 cartões completamente distintos entre si.
  - (6) constate que estes 26 cartões constituem o conjunto de todas as possíveis montagens de figuras com 4 palitos de sorvete interligados pelas suas extremidades, formando linhas retas ou ângulos de 90º.

33.4.- Mais Quatro Jogos com os Palitos Construtores

Vamos apresentar a seguir as regras de quatro jogos com os *Palitos Construtores*. Nestes jogos os jogadores deverão sempre trabalhar com a hipótese de que as composições possíveis com

os 4 palitos coloridos de sorvete devem apresentar os palitos interligados pelas suas extremidades formando linhas retas ou ângulos de 90º.

Utilizam-se aqui: 4 palitos de sorvete de uma mesma cor para cada um dos jogadores e os cartões que apresentam as possíveis montagens das figuras.

33.4.1.- O Jogo das Mudanças de Posição – 1, 2 ou 3 Mudanças

Este é um jogo para no mínimo dois jogadores. Ele envolve sorte e estratégias bastante simples.

- Cada um dos jogadores deve escolher 4 palitos de sorvete de uma mesma cor. Esta será a cor daquele jogador.
- Deve-se embaralhar o conjunto de todos os 32 cartões e colocar sobre a mesa de jogo o maço de cartões virado para baixo.
- O primeiro jogador deve comprar um dos cartões e montar a figura constante naquele cartão.
- Ainda ele, deverá retirar mais um cartão do monte e verificar: quantos movimentos serão necessários para transformar a montagem inicial para torná-la igual à figura constante do ao segundo cartão: nenhum (zero), um, dois ou três movimentos com os palitos.
- Vence o jogador que tiver que fazer menos movimentos para passar de uma montagem para a outra.
- Outra forma de se computar os pontos é a de se combinar uma determinada quantidade de pontos, como por exemplo: '21'. O primeiro jogador a atingir esta pontuação vence aquela rodada. No caso de empate
- Neste tipo de jogo é comum que ocorram empates. Quando necessário, e no caso de haverem mais do que dois jogadores na disputa, o desempate entre eles deve envolver uma nova disputa para desempatar a rodada.

33.4.2.- O Jogo da Montagem de Todas as Figuras Possíveis

Este é um jogo para dois participantes, jogado contra o relógio – os participantes devem combinar o tempo de duração de cada partida, utilizando para controlar este tempo um cronômetro, um despertador ou uma ampulheta. Neste jogo deverão ser utilizados somente os 26 cartões distintos entre si (retirar do jogo: um cartão de cada par de cartões idênticos e um dos dois cartões semelhantes).

- *O primeiro participante:* é o jogador, aquele que deve tentar montar todas as 26 possíveis 'figuras' utilizando 4 palitos de sorvete a cada vez, segundo as regras já apontadas acima;
- *O segundo participante:* será o supervisor, aquele que, de posse de todos os 26 cartões distintos entre si, deve entregar um cartão, a cada montagem correta feita pelo jogador.
- O jogador não poderá ver os cartões que estão de posse do supervisor.
- Os cartões, cujas construções foram realizadas pelo jogador, devem ficar expostos para que ele possa controlar as próximas construções.
- Findo o tempo de jogo, as posições dos participantes devem se inverter.
- Vencerá aquele jogador que conseguiu realizar a maior quantidade de construções corretas no tempo combinado.

33.4.3.- Dominó das Diferenças entre os Cartões

O Dominó das Diferenças é um jogo que já deve ser bastante conhecido dos nossos leitores, mas vamos repetir, a seguir, as suas as regras básicas e algumas sugestões interessantes.

33.4.3.1.- Regras Básicas – O Dominós de Uma Diferença

Deste jogo de dominós (o Dominó de Uma Diferença) podem participar dois ou mais jogadores. O ideal seria a participação de apenas dois jogadores.

- Embaralhe todos os 32 cartões (todos os cartões dos grupos A e B).
- Distribua os cartões para os jogadores numa quantidade tal, que possam sobrar alguns deles, para que possam ser colocados sobre a mesa. Estes cartões restantes podem ser colocados: (a) virados para cima (espalhados sobre a mesa) ou (b) virados para baixo (num pequeno monte) – isto deve ser combinado pelos jogadores a cada nova partida do jogo. A segunda alternativa, isto é, a alternativa (b) pode dificultar o jogo, a alternativa (a) nos parece a mais razoável.
- O primeiro jogador inicia o jogo colocando sobre a mesa qualquer um de seus cartões.
- O jogador seguinte deve justapor (como no caso dos dominós comuns) um cartão com apenas uma diferença relativamente ao cartão anterior – esta diferença se refere à quantidade de 'palitos' que devem ser movidos (no caso, um só movimento) necessários para se passar da figura anterior para a nova figura.
- Quando o jogador não possuir cartões que satisfaçam àquela jogada, ele deve comprar um cartão da mesa (ou do monte). Se aquele cartão não servir àquela jogada, ele passa a vez para o próximo jogador.
- Vence o jogador que não tiver mais nenhum cartão nas mãos.

33.4.3.2.- Sugestões

O Dominó das Diferenças, no caso dos Palitos Construtores, pode ser jogado como o de uma, duas ou três diferenças. A escolha da quantidade de diferenças que deve ser mantida de um cartão para outro deve ser combinada antes de se iniciar cada partida.
Outra forma, mais interessante de se jogar este Dominó é fazê-lo com o auxílio de um dado hexagonal (com 6 faces). Deve-se combinar as quantidades de diferenças que deve ser mantida entre os cartões de uma jogada para outra: (a) uma ou duas; (b) nenhuma (zero), uma ou duas; (c) nenhuma (zero), uma, duas ou três.
Deve-se combinar também a correspondência entre o valor obtido na face superior do dado e a quantidade de diferenças à qual ele se refere, como mostrado nos exemplos a seguir:

- *Caso (a) – uma ou duas diferenças:* os valores pares corresponderão a duas diferenças e os valores ímpares corresponderão a uma diferença.
- *Caso (b) – nenhuma, uma ou duas diferenças:* os valores 1 e 2 corresponderão diretamente à quantidade de diferenças de um cartão para outro, quaisquer um os demais valores (3, 4, 5 ou 6) corresponderá a nenhuma diferença.
- *Caso (c) – nenhuma, uma, duas ou três diferenças:* os valores 1, 2 e 3 corresponderão diretamente à quantidade de diferenças de um cartão para outro, quaisquer um os demais valores corresponderá a nenhuma diferença.
- *Notar que:* estes três casos de estabelecimento de correspondência entre valores obtidos em um dado de jogar e a quantidade de diferenças entre um dominó e outro pode ser melhorada quando se fizer o uso de um dado tetraédrico (com 4 faces) numeradas de 1 até 4. Normalmente, você encontrará este e outros tipos de dados (em forma de tetraedro – 4 faces, hexaedro – 6 faces , octaedro – 8 faces, dodecaedro - 12 faces e icosaedro – 20 faces) em lojas de brinquedos.

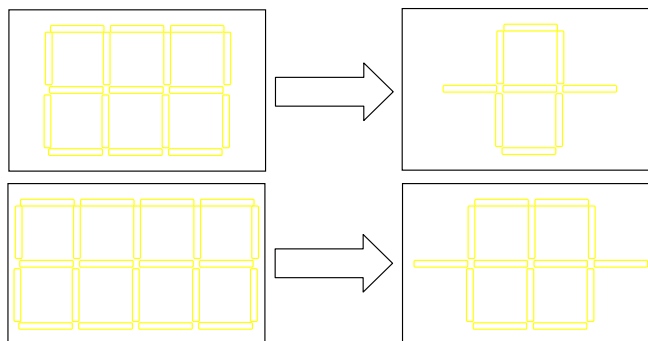
Para aqueles que entendem um pouco de Teoria das Probabilidades fica aqui uma sugestão: como melhorar este tipo de correspondência entre os valores obtidos num dado e a quantidade de diferenças a ser mantida de um cartão para outro.

33.3.4.- O Jogo da Compra de Cartões

Este é o quarto destes jogos e aparentemente é o mais difícil, mas nem por isto menos interessante que os anteriores. Deve-se jogar inicialmente com os 26 cartões totalmente distintos entre si.

- Deste jogo podem participar até 4 jogadores.
- Cada jogador escolhe 4 palitos de uma determinada cor. Esta será a cor do jogador.
- Os cartões devem ser embaralhados e distribuídos em quantidades iguais (4, 5, 6 cartas, ou mais) para cada participante. As cartas restantes devem ser colocadas sobre a mesa viradas para cima (mostrando as figuras).
- Os jogadores, cada um de posse de seus cartões – mas sem exibi-los para os demais participantes, devem tentar adivinhar quais as cartas que estão com seus oponentes.
- O jogador da vez deve construir, usando seus 4 palitos, uma das figuras que imagina estar com um de seus oponentes (logicamente evitando as construções cujas figuras já estejam expostas sobre a mesa).
- O jogador que estiver de posse daquela carta deve colocá-la sobre a mesa, expondo o seu desenho. O jogador que acertou recolhe a carta computando um ponto a seu favor.
- A carta 'recolhida' poderá: (a) ser colocada virada para cima (mostrando a figura) ao lado do jogador que a retirou do jogo, ou então, (b) deverá ser 'escondida' (virada para baixo) ao lado do jogador que acertou aquela jogada. Esta regra deve ser combinada no início de cada rodada. O caso da escolha da alternativa '(a)' facilita as jogadas seguintes, mas a escolha de '(b)' irá dificultar as próximas jogadas, tornando o jogo mais interessante em termos de Jogo para o Pensamento Lógico.
- O jogador que errar, construindo uma figura que já esteja sobre a mesa ou que esteja em sua própria mão (ou que foi retirada do jogo – veja as possibilidades (a) e (b) no item acima), perde a vez. Note que as possibilidades de erro advêm do fato de que: (1) há figuras simétricas que podem ser confundidas entre si e (2) pode haver, no caso (b), cartas 'escondidas' pelos acertadores de jogadas anteriores.
- O jogo termina quando todos (menos um dos jogadores) não tiverem mais nenhum cartão nas mãos.
- Ganha o jogo quem tiver feito mais pontos (aquele que acertou mais vezes), isto é, aquele que retirou mais cartas do jogo.
- Tendo jogado várias vezes com os 20 cartões que contêm figuras distintas, tente agora jogar com todos os 32 cartões.

33.5.- Repensando a Disposição das Figuras nas Malhas 3 x 5

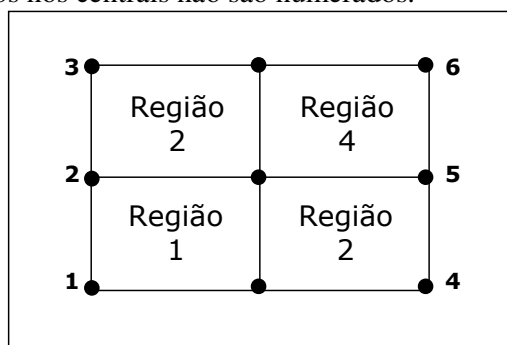
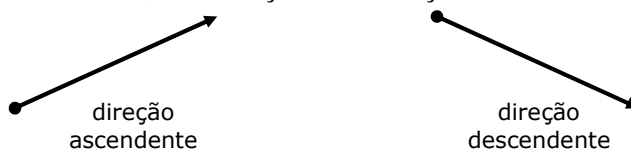
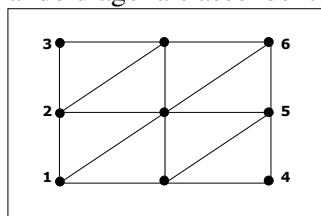
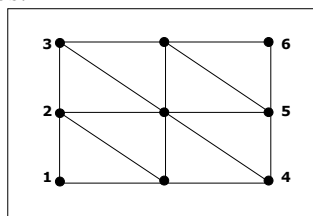
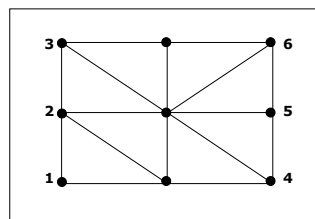
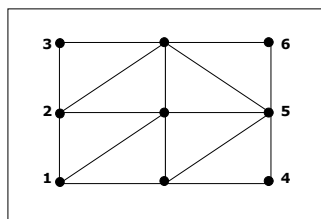
Como já havíamos feito com a malha 3×4 que foi devidamente redesenhada com algumas restrições que não impediam a construção de todas as 'figuras' conseguidas com a utilização dos três palitos, vamos propor o mesmo para a malha 3×5. Veja na figura a seguir as malhas completas , e as novas malhas com as restrições.

Imprima os dois conjuntos de malhas 3×5 – o das malhas completas e o que contém as restrições – , que são apresentados na pasta referente a este jogo e tente desenhar todas as 'figuras' possíveis em cada um dos conjuntos de malhas, comparando os resultados. Este é um exercício meramente exploratório, para ser pensado a longo prazo.

JLOGC#34 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 34

JOGO DOS CAMINHOS DE: 1, 2 OU 3 PARA 4, 5 OU 6

Este é um jogo em que caminhos devem ser desenhados pelos jogadores sobre um reticulado, segundo regras que exigem que os caminhos sejam contínuos tendo como origem um dos nós numerados como 1, 2, ou 3 do reticulado, passando por nós intermediários e tendo como final um dos nós de número 4, 5 ou 6. Outros jogos são apresentados, como aqueles em que se exige a construção de caminhos maximais ou minimais nos diversos tipos de reticulados.

34.1.- O Modelo Básico do Cartão

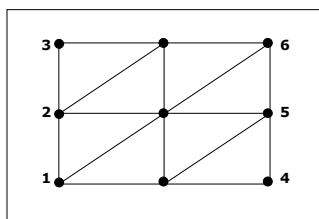
O cartão básico do jogo '*Caminhos de 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6*' é mostrado na figura a seguir. No centro do cartão há um reticulado com quatro regiões, os pequenos pontos são denominados nós, os nós externos do reticulado que se localizam à esquerda do reticulado são numerados como 1, 2 e 3, os da direita como 4, 5 e 6; os nós centrais não são numerados.

Cada uma das quatro *regiões retangulares* apresentará sempre uma de suas diagonais ou na posição ascendente ou descendente, com relação à numeração lateral.

Os cartões mostrados a seguir – denominados *cartões-caminho* –, como título de exemplo – pois existem outros –, apresentam: o primeiro, com todas as diagonais dos retângulos na posição ascendente; o segundo, com todas as diagonais dos retângulos na posição descendente; o terceiro e o quarto, misturando diagonais ascendentes e descendentes.

Diagonais ascendentes

Diagonais descendentes

Diagonais ascendentes e descendentes misturadas

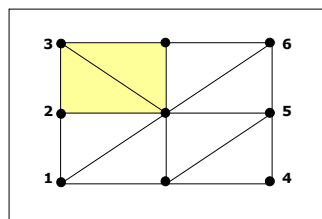
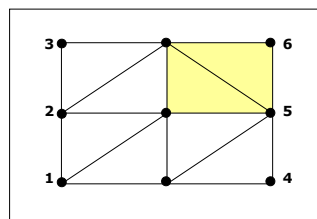
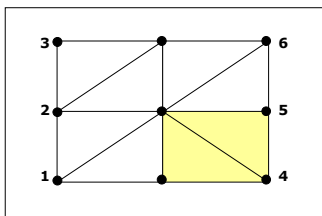
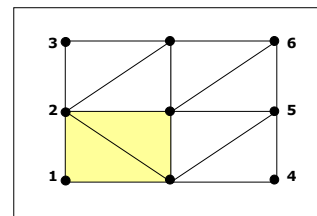
34.2.- Gerando os Cartões-Caminho Distintos uns dos Outros

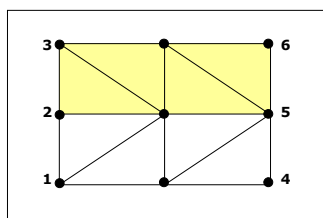
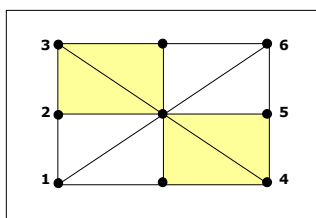
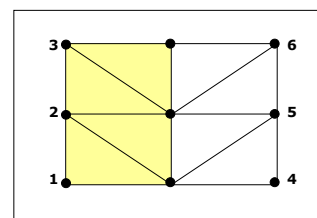
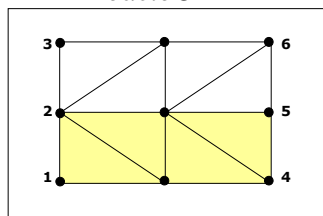
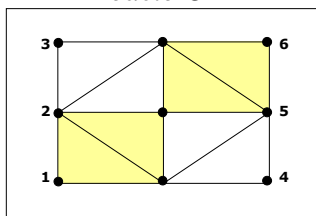
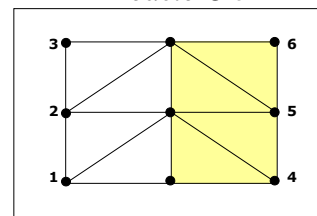
Para gerarmos todos os cartões-caminho que irão compor a família básica do jogo '*Caminhos de 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6' vamos partir do cartão-caminho* cujas diagonais são todas ascendentes, denominado aqui, como sendo o cartão-caminho do 1º tipo.

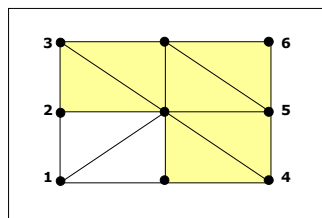
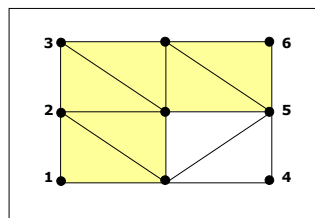
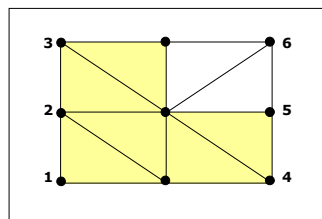
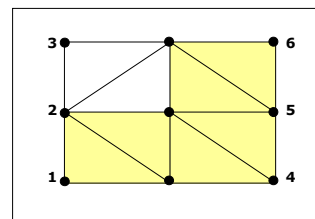
Basta mudarmos, a partir do cartão-caminho do 1º tipo, a cada instante, a posição de ascendente para descendente, de uma, duas, três ou mesmo das quatro diagonais de cada um dos retângulos, como é mostrado nas figuras a seguir. Esta estratégia nos permitirá gerar 16 (dezesseis) cartões-caminho classificáveis em 5 (cinco) tipos de cartões-caminho distintos uns dos outros.

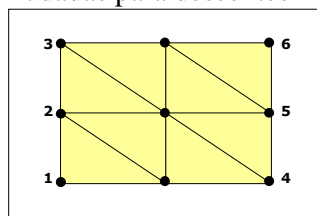
A cor amarela estampada em cada um dos cartões-caminho é meramente indicativa de qual das diagonais do cartão apresentado no 1º tipo – aquele que tem todas as diagonais ascendentes –, teve a direção modificada.

Tipo A: Todas as diagonais ascendentes – 1 modelo:

Modelo A-1

Tipo B: Uma das diagonais foi mudada para descentes – 4 modelos:

Modelo B-1 *Modelo B-2*

Modelo B-3 *Modelo B-4*

Tipo C: Duas das diagonais foram mudadas para descentes – 6 modelos:

ModeloC-1 *Modelo C-2* *Modelo C-3*

Modelo C-4 *Modelo C-5* *Modelo C-6*

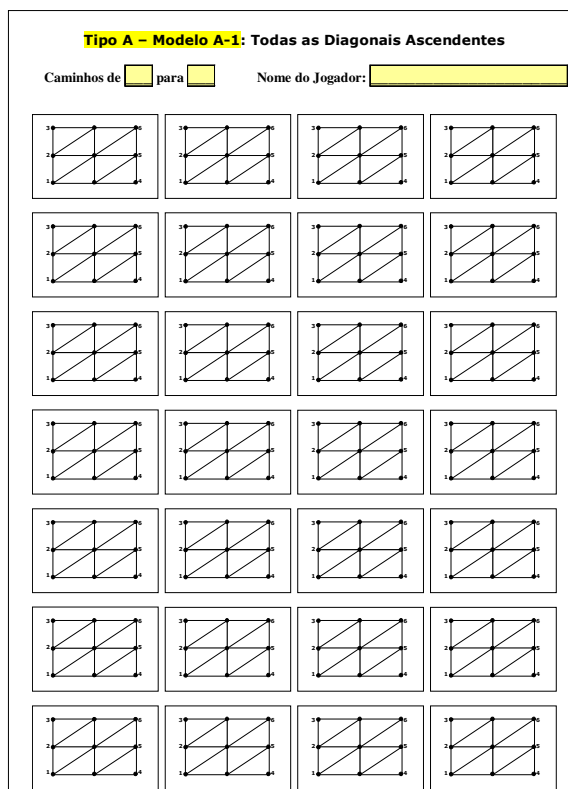
Tipo D: Três das diagonais foram mudadas para descentes – 4 modelos:

Modelo D-1 *Modelo D-2*

Modelo D-3 *Modelo D-4*

Tipo E: Todas as diagonais foram mudadas para descentes – 1 modelo:

Modelo E-1

34.2.- As 16 ‘Folhas de Desenho’ Para o Jogo dos Caminhos

Para tentar desenhar os possíveis caminhos de *1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6,* o leitor encontrará, no CD-R que acompanha este livro, 16 ‘***Folhas de Desenho’***, uma para cada um dos 16 modelos de malha (que de acordo com a classificação acima, é dividida em 5 tipos: A, B, C, D e E).
Note que cada uma das páginas contém dois tipos de informação, sendo uma delas obrigatória: o nó de início e o nó final dos caminhos a serem desenhado naquela página como, por exemplo:

‘Caminho de __2__ para __5__’

A outra informação que seria obrigatória, mas somente no caso de duas ou mais pessoas tentarem desenhar os caminhos: é o nome do jogador, que esteja tentando construir os ‘seus’ caminhos naquela folha. A seguir apresentamos o primeiro dos 16 modelos de ‘Folha de Desenho’.
Abaixo é mostrada a Folha de Desenho para o Cartão-Caminhos Tipo A, Modelo A-1:

34.2.1.- Quantos são os 'Caminhos: de 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6'

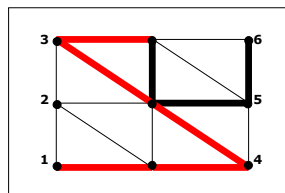
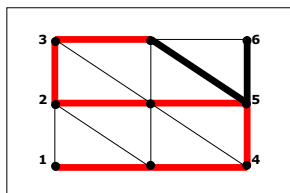
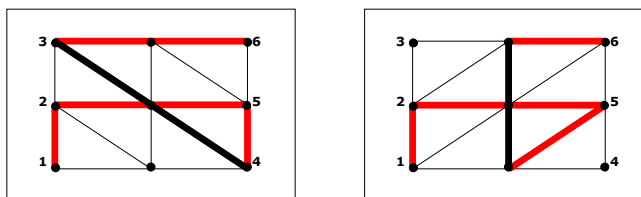
Cada um das 'Folhas de Desenho' poderá ser impressa mais do que uma vez para os casos em que haja mais possibilidades de criação de caminhos do que a quantidade de cartões que figurem numa das páginas – 28 cartões-caminho, dispostos em 7 linhas com 4 cartões cada uma.
Note que precisaremos de 15 'Folhas de Desenho' para cada um dos modelos de cartões-caminho para traçar os caminhos de:

- 1 para 4; de 1 para 5 ou de 1 para 6;
- 2 para 4; de 2 para 5 e de 2 para 6;
- 3 para 4; de 3 para 5 e de 3 para 6;

para cada um dos modelos de cartão.

34.2.1.1.- O que é Proibido na Construção dos Caminhos

Veja nas figuras a seguir – em caminhos desenhados de 1 até 6 – aquilo que é proibido na construção dos mesmos:

1. Não se pode retornar a nenhum dos nós já atingidos anteriormente:

2. Não se pode cruzar nenhum caminho já traçado:

→ Note que neste segundo caso já estará incluído o primeiro, isto é, para podermos cruzar um caminho já traçado, acabamos por passar obrigatoriamente por um nó já atingido. *Um estudo mais detalhado é afeito no item* 34.2.2. – pergunta 4, *a seguir*.

34.2.1.2.- Qual a Quantidade Total de Criação de Caminhos Distintos?

Queremos calcular quantos caminhos podem ser traçados ligando cada um dos nós 1, 2 ou 3 aos nós 4, 5 ou 6, e isto para cada um dos 16 modelos de cartões existentes.

Este é um problema simples de contagem, em que os valores envolvidos são os seguintes:

- Temos para cada um dos nós iniciais: 1, 2 ou 3, três possibilidades de escolher os nós finais: 4, 5 ou 6; aqui já temos um total de $3 \times 3 = 9$ possibilidades.
- Vamos agora considerar que temos 16 'Folhas de Desenho' distintas entre si, o que nos leva a um total de $9 \times 16 = 144$ jogos distintos, o que é sem dúvida alguma, uma quantidade respeitabilíssima.

34.2.2.- Como Desenhar Todos os Caminhos: As Perguntas

As perguntas que acorreria a qualquer um de nós que queremos saber mais sobre os jogos de traçado dos caminhos para cada um dos 16 cartões-caminho, são possivelmente as seguintes:

Pergunta 1. Como traçar estes caminhos?

Pergunta 2. Quantos são todos os caminhos possíveis?

Pergunta 3. Há alguma estratégia, algum tipo de raciocínio ou fórmula, que nos garanta que desenhamos todos os caminhos possíveis?

Pergunta 4. Há ações proibidas no traçado dos caminhos?

Pergunta 5. É importante desenhar todos os caminhos possíveis, ou seja, é necessário resolver o problema de forma definitiva?

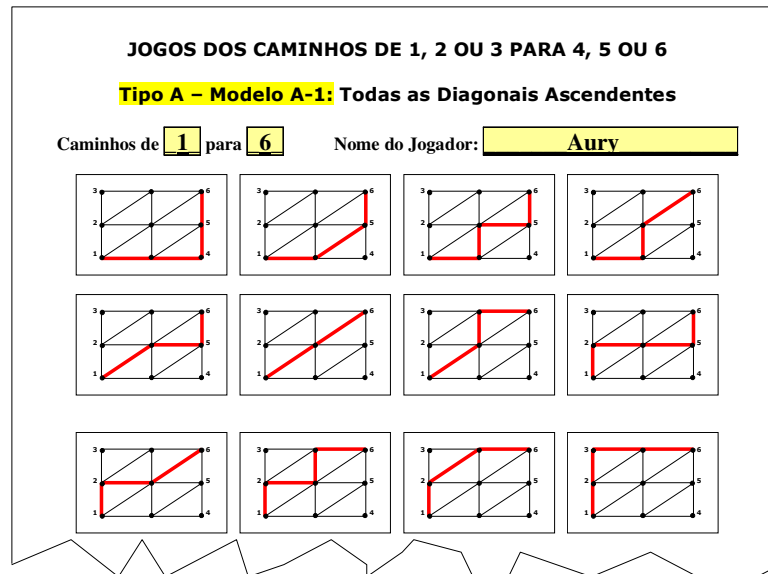
34.2.3.- Como Desenhar Todos os Caminhos: As Respostas

Iremos tentar responder, da melhor forma possível, às perguntas que fizemos no item acima. As respostas não vão resolver todos os problemas, mas vão sugerir formas de abordagem minimamente inteligentes, que poderão ser desenvolvidas pelo leitor para preencher as Folhas de Desenho.

➔ Resposta à Primeira Pergunta:

- De posse de uma caneta com ponta de nylon (caneta hidrográfica de cor bem viva: vermelho, verde ou azul escuros, por exemplo), vamos supor que queiramos desenhar os possíveis caminhos que vão de 1 para 6 sobre os cartões-caminho do Tipo A – Modelo A-1. Anotamos isto na *Folha de Desenho*, o caminho de onde parta onde, bem como o nosso nome, principalmente se estivermos jogando com outras pessoas.

➔ Resposta à Segunda Pergunta:

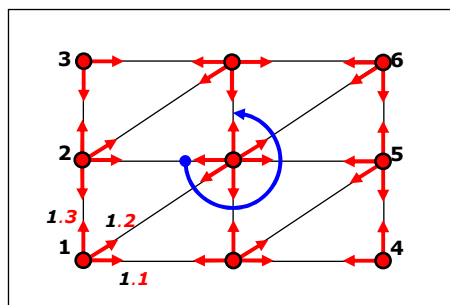
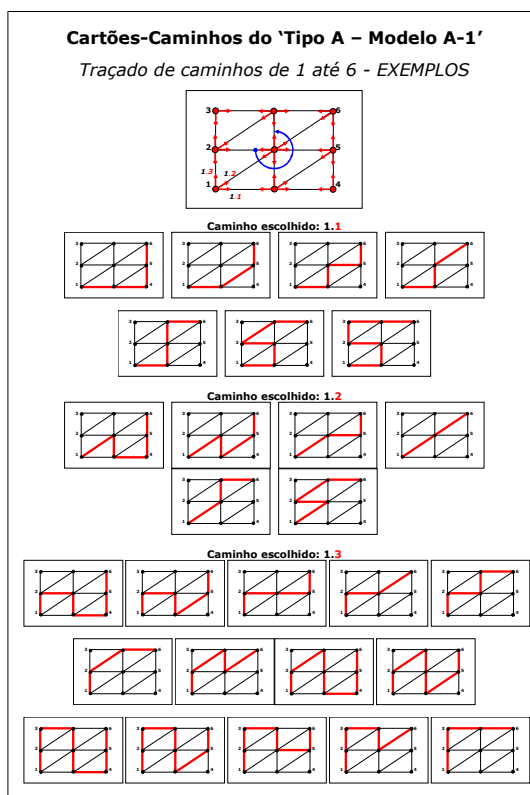
- Vamos mostrar a seguir alguns destes possíveis caminhos utilizando a primeiro de nossas 16 'Folhas de Desenhos': aquele do 1º caso, em que as diagonais são todas ascendentes.

- Não estamos preocupados em encontrar todos os caminhos possíveis de 1, 2 ou 3 até 4, 5 ou 6, mesmo porque estaremos envolvidos, com até 144 Folhas de Desenho completamente distintas entre si.

- *Em função desta imensa quantidade de folhas e de possibilidades de geração de caminhos* (veja os cálculos no item 34.2.1.1., acima) *preferimos classificar estes jogos como tipicamente Jogos Para o Pensamento, cujas respostas não interessam tanto como a descoberta das possibilidades e das estratégias envolvidas na busca de soluções.*

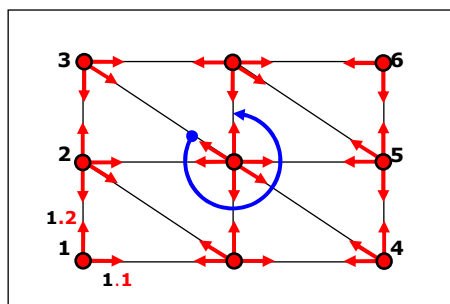
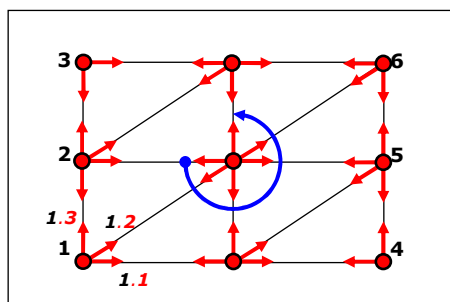
-

➔ Resposta à Terceira Pergunta:

- Observe cuidadosamente na Folha de Desenho acima (na *Resposta à Segunda Pergunta*) a sequência dos desenhos dos caminhos traçados em cada um dos cartões-caminhos. Os cartões devem ser analisados linha por linha, da esquerda para a direita e de cima para baixo.

- Tome agora o cartão-caminho do 'Tipo A – Modelo A-1', um cartão que possui todas as diagonais ascendentes e verifique que estamos mostrando, a partir de cada nó, todas as possibilidades de escolha das direções para o traçado de segmentos:

- Em cada um dos nós (pequenos círculos em vermelho com bordas pretas) há um conjunto de setas (em vermelho) indicativas das direções (mais propriamente dos sentidos) possíveis para o traçado de um segmento que partindo daquele nó, vai até o próximo nó;
- A seta em arco desenhada em azul indica a *sequência ideal* em que estes segmentos podem ser traçados.
- Destacamos no nó de número 1, os caminhos que podem ser escolhidos, como: **1.1, 1.2 e 1.3**, respectivamente: horizontal, diagonal e vertical (não necessariamente nesta ordem), onde o segundo dígito (**em vermelho**) sugere a ordem em que os caminhos devem ser escolhidos a partir deste nó o que também é apontado pela seta em arco desenhada em azul.
- Veja no quadro a seguir, para os cartões-caminho 'Tipo A – Modelo A-1', os traçados de segmentos a partir das ***escolhas das direções horizontal, diagonal ou vertical***, sempre nesta ordem e sempre que possível. Talvez esta seja uma boa estratégia.

- Observe que entendemos os exemplos dados a seguir apenas como alguns exemplos de traçados de 1 até 6 segundo a estratégia: horizontal, diagonal, vertical sempre quando possível e não necessariamente nesta ordem, obedecendo aos sentidos de

rotação indicados no cartão que figura no topo da página apresentada acima. Lembrando que este é um *Problema com solução em aberto* (do inglês: *Open Ended Problem*), em que ele, o problema, deve ser encarado como um Jogo Para o Pensamento, e neste caso específico, como um Jogo Para o Pensamento Lógico!

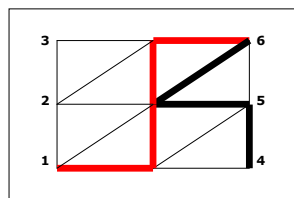
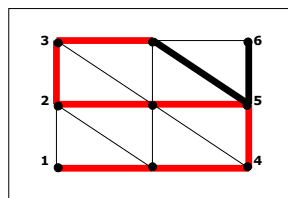
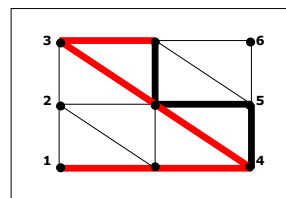
- A pergunta é: *Poderemos aplicar esta estratégia em todas as 144 'Folhas de Desenho' para os Jogos dos Caminhos de 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6?*
- O exemplo a seguir envolve o cartão-caminho do 'Tipo E – Modelo E-1'.

- Note que comparativamente, ele é muitíssimo mais complexo que o exemplo anteriormente apresentado mais acima, o do cartão-caminho do 'Tipo A – Modelo A-1', reproduzido novamente, abaixo:

- Isto nos leva a concluir que teremos que pensar novas formas de desenhar os caminhos para cada um dos 16 modelos de reticulados que nos foram apresentados inicialmente.
- Isto nos leva a repensar muito bem as estratégias para a obtenção dos desenhos dos diversos caminhos, talvez uma para cada um dos 16 modelos (5 tipos) de reticulados que nos foram apresentados inicialmente.

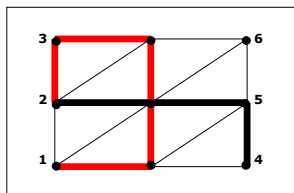
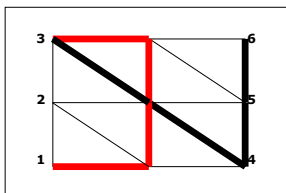
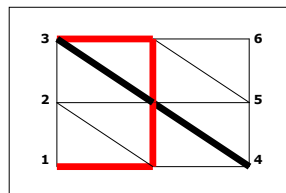
➔ Resposta à Quarta Pergunta:

Há duas ações proibidas quanto ao traçado dos caminhos:

1. Passar duas vezes pelo mesmo nó.
2. Cruzar o caminho já traçado;

Os exemplos a seguir mostram, em reticulados do 'Tipo A – Modelo A-1', e do e do 'Tipo D – Modelo D-1', estas ações proibidas que foram destacadas em preto:

(1) Passar duas ou mais vezes por um mesmo nó:

Caminho: de 1 para 4 Caminho: de 1 para 4 Caminho: de 1 para 6

- (2) Cruzar um caminho já traçado:

Caminho: de 1 para 4 Caminho: de 1 para 4 Caminho: de 1 para 6

➔ Resposta à Quinta Pergunta:

Não é importante que consigamos resolver estes 144 problemas de forma definitiva, mesmo porque, a finalidade deles não é com na maioria dos problemas apresentados em matemática, a busca uma resposta seguida de uma forma de comprovarmos a veracidade desta resposta. ***Aqui, estamos tão somente utilizando o nosso raciocínio para nos divertir, e não para buscar soluções definitivas***. Afinal este é um *Jogo Para o Pensamento Lógico*, onde o que realmente interessa é o exercício mental e a reflexão do que a necessidade de encontrar e comprovar (!) a resposta.

34.3.- Folha de Desenho Para Caminhos Maximais e Minimais

Uma folha especial que exibe todos os 16 modelos de reticulado – mostrada ao lado –, é destinada aos desenhos de caminhos máximos e mínimos, que intitularemos *caminhos maximais* e *caminhos minimais.*

Os caminhos podem ser escolhidos como de 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6. Isto resultará em 3 caminhos que podendo ser minimais ou maximais, nos dará uma quantidade de $3 \times 2 = 6$ possibilidades distintas.

A Folha de Desenho, para este caso, é reproduzida aolado, e pode ser impressa a partir do CD-R que acompanha este livro.

JLOGC#35 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 35

A FORMAÇÃO DE CONCEITOS BASEADA EM CÓDIGOS

Este texto irá introduzir algumas idéias relacionadas com os processos de formação e aquisição de conceitos. São apresentados ainda, alguns tipos de teste que permitem verificar como funcionam estes processos, a partir de raciocínios que envolvem: discriminação, combinação, recombinação, abstração e generalização realizadas a partir de conjuntos de figuras bem estruturados. Tomaremos contacto com exemplos bastante interessantes de testes de discriminação e com exemplos do teste de formação de conceitos baseados na idéias de Heidbreder.

35.1.- O Que São os Conceitos

Um *conceito*, segundo o dicionário Houaiss, *"é a representação mental de um objeto abstrato ou concreto, que se mostra como um instrumento fundamental do pensamento em sua tarefa de identificar, descrever e classificar* ***os diferentes*** *elementos e aspectos da realidade"*.
Esta é uma definição circular, porque os conceitos – instrumentos fundamentais do pensamento – que irão nos permitir pensar, repensar, apreender, assimilar, compreender e nomear outros conceitos, no momento em que tentamos "*identificar, descrever e classificar* ***novos*** *elementos e aspectos da realidade"*.
Vamos recorrer ao dicionário Aurélio. Nele a palavra conceito é dada como sendo: "representação de um objeto pelo pensamento, por meio de suas características gerais; ação de formular uma idéia por meio de palavras; definição, caracterização".
Já no American Heritage Dictionary, conceito é uma "idéia geral derivada ou inferida de instâncias ou ocorrências específicas; *alguma coisa formada na mente*; pensamento ou noção[18]". Parece-nos que estas duas últimas definições são mais amplas que a primeira delas, por parecerem contemplar os aspectos descritos até aqui sobre o que o autor entende por conceito. Mas é melhor, pelo menos por enquanto, que não fiquemos com estas definições, mas que passemos a examinar outras idéias.

35.1.1.- Sobre a formação de Conceitos

Vejamos um pequeno exemplo de como conceitos primitivos são utilizados para "*identificar, descrever e classificar novos elementos e aspectos da realidade"*: vamos supor que uma criança que esteja aprendendo a falar saiba o significado das palavras 'nenê' (bebê) e de 'cacá' (cavalo), conceitos que ela aprendeu (adquiriu) com pessoas de seu grupo parental. Conceitos assim adquiridos são denominados conceitos primitivos. Qual não será a surpresa de sua mãe ao ver o seu bebê se referir a um potro, que esteja perto de um outro cavalo – uma égua – como sendo um 'cacá nenê' ou 'nenê cacá'. Pois é, esta criança acabou de 'formar' um novo conceito, tendo como um

[18] **con·cept** (kŏn′sĕpt′) *n.* **1.** A general idea derived or inferred from specific instances or occurrences. **2.** Something formed in the mind; a thought or notion.

rótulo a junção de dois conceitos anteriormente assimilados, que como rótulos línguísticos simples, possuíam um profundo significado para ela.
Este é um caso típico de formação de um novo conceito – a formação intuitiva – e é, como se verá mais adiante, a segunda forma de aquisição de conceitos. Mas existem outras formas de um ser humano adquirir novos conceitos, como será mostrado a seguir.

35.1.2.- Os Processos de Aquisição de Conceitos

De maneira geral, um conceito é uma representação abstrata, mas geralmente suscetível de generalização, inferida a partir, ou derivada, de *ações físicas ou mentais sobre*: objetos, seres, ocorrências, fenômenos, instâncias ou idéias específicas, conhecidos e/ou reconhecíveis que possam ser expressos através de um dado rótulo linguístico ou de um conjunto de rótulos conectados, palavras, conectivos e/ou outros conceitos, reunidos em uma 'explicação exata' deste novo conceito, ou seja, uma 'definição' do conceito.
O processo aquisição de um novo conceito e a sua compreensão – seja ele, um conceito primitivo, intuitivo ou definido –, envolve o uso da linguagem, seja ela a linguagem natural ou alguma linguagem simbólica (linguagem formal) e, obrigatoriamente envolve pensamentos sob a forma de linguagem, uma forma de pensar em que formulamos espécies de discurso dialogado em nossas próprias mentes. A Psicologia Cognitivista cunhou o termo "discurso interior" ("inner speach") ou "linguagem interior" para caracterizar a conversa silenciosa que cada indivíduo mantém consigo mesmo, considerando este fenômeno importantíssimo quando se discute a relação entre o pensamento e a linguagem.
Pelo que foi exposto até aqui, pode-se concluir que haja basicamente, mas sem perda da generalidades, pelo menos três tipos de *aquisição de conceitos*: *a aquisição de conceitos primitivos, a formação intuitiva de conceitos e a aprendizagem de conceitos científicos*, que serão analisadas a seguir.

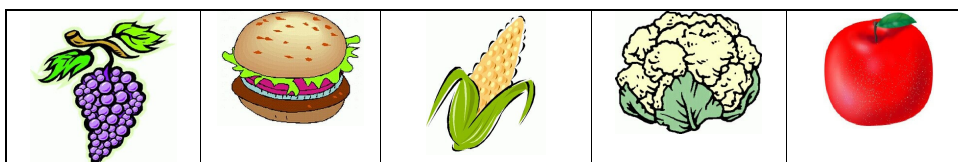
1. *A aquisição de conceitos primitivos* – conjunto de conceitos normalmente assimilados a partir da mais tenra idade, a partir da interação com o grupo parental e interação social com outros indivíduos – a sócio-aprendizagem. Estes conceitos provêm da experienciação sensível da criança através da interação com o seu universo. Entre estes conceitos que envolvem uma rotulação ou nomeação dos objetos e sensações, se encontram ainda os *esquemas cognitivos funcionais*, tais como: o sugar, o tocar, o pegar, o atirar algo longe, o esconder-se de brincadeira etc.
2. *A formação intuitiva de conceitos* – ela se dá de forma endógena – algo que se origina no interior do organismo, a partir do sistema cognitivo existente na mente daquele indivíduo. A aquisição do novo conceito ocorre através de experienciação do indivíduo com a realidade imediata, ou ao defrontar-se com certos fenômenos ou aspectos da realidade, seguida de uma reorganização conceitual intuitiva e inovadora;
3. *A aprendizagem de conceitos científicos* – que neste caso se dará através da compreensão de sua definição.

Normalmente, num processo de aquisição de um conceito, quatro operações mentais básicas – que serão definidas a seguir –, são realizadas pelo indivíduo, utilizando a sua memória de curto prazo:

- a *discriminação*,
- a *combinação (ou recombinação)*,
- a *abstração*,
- *a generalização.*

Normalmente estas operações mentais, em certos casos, poderão exigir ainda a *memorização de dados e/ou fatos essenciais*, que normalmente deverão ficar retidos na memória de longo prazo do indivíduo, sob a forma de um *esquema conceitual* (vide JLOGC#38, onde discutimos longamente e exemplificamos esta idéia).

35.1.2.1- A Discriminação

Discriminar significa perceber diferenças, distinguir, discernir. A discriminação é uma operação mental que permite selecionar, classificar, agrupar objetos, seres ou outros elementos, segundo propriedades específicas. A discriminação é uma capacidade operacional profundamente exigida para a formação de conceitos. Em resumo, a discriminação é uma operação que associa o distinguir e o relacionar, como sendo uma única operação mental, quando se tem por objetivo a aquisição conhecimentos.
A seguir mostramos um tipo de testes de discriminação. O leitor deve analisar as figuras mostradas na tira a seguir, que contém o desenho de cinco objetos, apontando aquele que não combina com os demais.

A resposta surge quase que intuitivamente, o leitor certamente apontará para o sanduíche, pois apesar de todos os desenhos apresentarem alimentos, enquanto o sanduíche é um alimento preparado e condimentado os demais são alimentos 'in natura'.

35.1.2.2.- A Combinação e a Recombinação

Ainda podemos acrescentar que: apesar das cinco figuras acima representarem alimentos, há quatro figuras que mostram alimentos 'in natura' – no estado natural, isto é, isento de processamento industrial –, e mais, destes quatro, dois deles são frutas, um deles é uma hortaliça e o outro um cereal. Neste caso, além da *discriminação* estaremos utilizando outras operações mentais denominadas *combinação* e *recombinação*, definidas a seguir.
Combinar significa ajustar, reunir ou fundir, coisas diferentes ou coisas semelhantes, em determinada ordem hierárquica ou não, isto é, estabelecer uma ligação íntima entre coisas díspares ou que tenham afinidade. Pode ser entendido ainda como 'fazer coexistir', aliar, harmonizar.
Recombinar significa tornar a combinar, sujeitar a uma nova combinação.

35.1.2.3.- A Abstração

A *abstração* é uma operação mental cuja finalidade é isolar os elementos essenciais de um todo ou da representação de um todo (objeto, ser, ocorrência, fenômeno, instância, idéia) a fim de considerá-los isoladamente, desprezando os elementos julgados desnecessários ou irrelevantes naquele instante ou situação. A *abstração* isola por intermédio do pensamento aquilo que não pode ser isolado materialmente ou de fato. Ou em outras palavras: abstrair é considerar isoladamente um ou mais elementos de um todo.
Na tira a seguir, em que são mostradas sete figuras 'representando' barcos à vela, pede-se que o leitor aponte o desenho mais abstrato.

O desenho de barco a vela mais abstrato só poderia ser o que aparece na posição central, ou seja, o quarto da esquerda para a direita. Há ainda o sexto barco à vela da esquerda para a direita, que

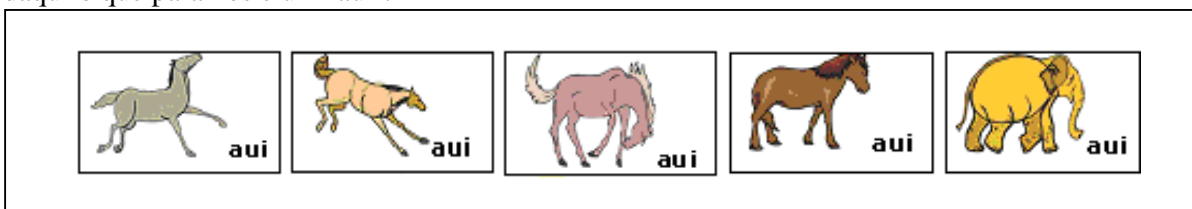
também é abstrato, no entanto, o quarto barco é mais abstrato que este. Isto nos leva a ter que concordar que existem níveis distintos de abstração, um menos e outros mais abstratos.

35.1.2.4.- A Generalização

A *generalização*, que também é uma operação mental, consiste em estender a toda uma classe representações aquilo que foi obtido através da operação anterior, a abstração. A *generalização* é a operação que permite estender a toda uma classe aquilo que se observou num número limitado de indivíduos ou casos singulares que pertençam a tal classe. A *generalização* permite ainda estender verdades reconhecidas de determinadas classes para outras classes que guardem semelhanças com aquelas. A toda classe definida de objetos corresponde um conceito.

Vejamos um exemplo de como ocorre a formação de um conceito através de discriminação, combinação e abstração, seguido da generalização.

Vamos utilizar o seguinte cartão com 'coisas' denominadas 'aui'.

Iremos mostrando para uma dada pessoa, uma a uma as imagens – da esquerda para a direita –, daquilo que para nós é um 'aui'.

- a primeira imagem será associada a 'cavalo', ou seja o rótulo 'aui' = 'cavalo'.
- a segunda imagem mostra novamente um cavalo em atitude aparentemente agressiva, seria 'aui' um 'cavalo selvagem'?
- a partir da terceira imagem 'aui' poderá ser associado, agora com alguma certeza, a 'cavalo selvagem' ou 'cavalo xucro[19]'.
- a quarta imagem, modifica um pouco o conceito anterior, e possivelmente venha a associar 'aui' apenas a 'cavalo', pois este quarto cavalo não parece ser um cavalo, nem selvagem, nem xucro;
- a quinta imagem modifica totalmente o conceito que vinha sendo formado, que de maneira tão enfática, apontava para 'cavalo';
- o elefante da figura não se enquadra em nenhuma das concepções anteriores, e o rótulo 'aui' só poderá ser associado agora a: 'animal quadrúpede' ou apenas 'quadrúpede'.

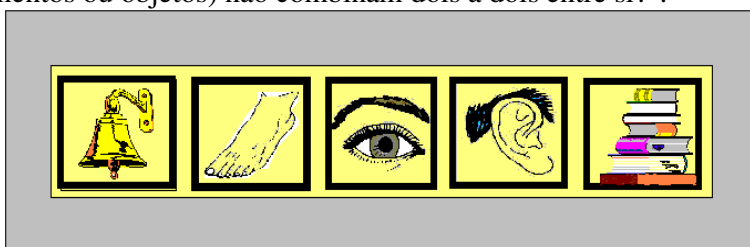
Este exemplo nos mostra, de forma bastante clara, que a formação de conceitos depende de discriminação, combinação, recombinação, abstração e generalização, e mais, os conceitos intuitivos, e mesmo os definidos, não se estabelecem de forma definitiva num primeiro momento, mas sim através de abordagens sucessivas, através de exemplos e contra-exemplos, que permitam a delimitação ou limites exatos do seu significado. Os educadores sabem muito bem da importância disto que afirmamos aqui.

[19] Regionalismo, utilizado no Sul do Brasil e em Minas Gerais: *animal não domado, bravio, esquivo*.

35.2.- Sobre o Processo de Formação de Conceitos

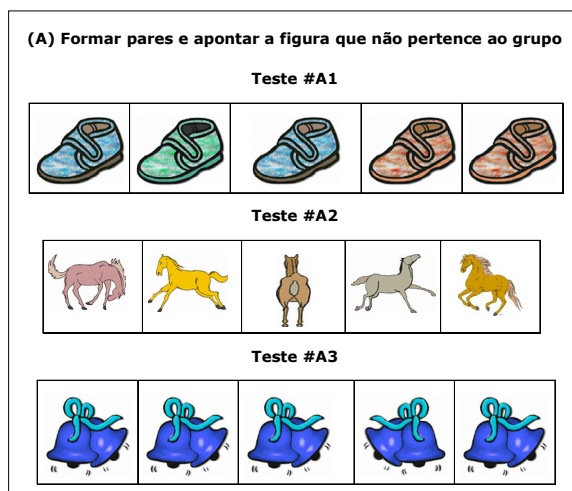
Vários modelos de testes destinados à formação de conceitos formados a partir de conceitos básicos ou pré-adquiridos, serão mostrados e analisados a seguir, mas antes vejamos como se dá o processo de formação de conceitos.
A memória humana possui uma tal natureza que permite discriminar, combinar, abstrair e generalizar, mais do que individuar e preservar informações de forma completa e detalhada. É a natureza abstrativa da memória humana que permite formar os conceitos mais complexos com base em conceitos mais simples.
A *abstração* permite isolar a propriedade e é a *generalização* que permite reconhecer que a propriedade (um rótulo) pode ser atribuída a vários objetos.

35.3.- Discriminação e Emparelhamento de Conceitos

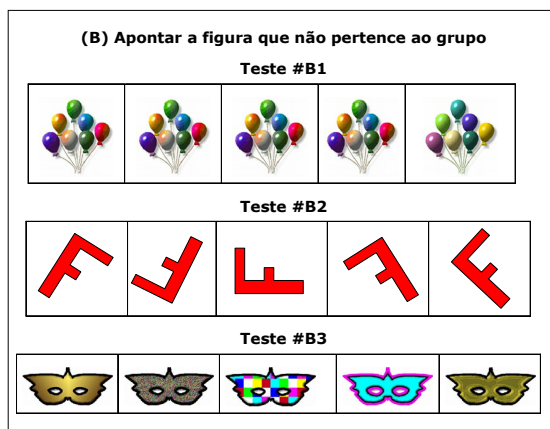
Reproduz-se a seguir, de forma adaptada, um conjunto de figuras que são utilizadas em testes de discriminação conceitual mediante o emparelhamento de figuras. Este tipo de teste, geralmente apresentado em papel cartonado, são modernamente encontráveis sob a forma de sofisticados sistemas computacionais multimídia.
Vejamos um exemplo deste tipo de teste.
A pergunta a ser respondida pelo indivíduo que examine este conjunto de figuras é: "Qual destas coisas (destes elementos ou objetos) não combinam dois a dois entre si?".

Seja em função da formulação da pergunta, ou seja, devido à falta de hábito em responder a esses tipos de testes, algumas pessoas respondem: são o "sino e os livros que não estão combinando", justificando que "o pé, a orelha e olho estão combinando, pois são partes do corpo humano"; outros dão a resposta esperada que é: o "pé", pois "o ouvido serve para ouvir (o sino) e, o olho, para ler (os livros)".
No entanto, se a pergunta for: “Qual dos elementos não combina com os demais neste conjunto de figuras?”, então as respostas passam a ser: “O sino porquê é de metal!” ou então: “Os livros, porque estão em maior quantidade que os demais elementos”.

35.4.- Alguns Testes de Discriminação e Emparelhamento

A seguir são apresentados alguns testes de lógica que envolve discriminação e emparelhamento de figuras. Os testes aqui apresentados devem ser assumidos como Jogos Para o Pensamento Lógico. Como testes de lógica, os testes a seguir não se prestam a avaliações psicológicas, mesmo porquê esta é uma área de acesso exclusivo de especialistas.

35.4.1.- Planilha A: Teste e Soluções

35.4.1.1.- Soluções

Teste #A1: 2 – pois o sapato verde é o único desemparelhado, os pares são feitos a partir da coincidência de cores: sapatos azuis e sapatos marrons.
Teste #A2: 3 – o cavalo que está de costas, enquanto os demais estão de lado; os pares poderiam ser: 1 e 4, 2 e 5, pois os cavalos estão indo numa mesma direção. .
Teste #A3: 4 – a imagem do sino na posição 4 está invertida com relação às demais; os pares podem ser formados aleatoriamente com as figuras que sobraram, pois elas são idênticas.

35.4.2.- Planilha B: Teste e Soluções

35.4.1.2.- Soluções

Teste #B1: 5 – o balão mais à direita é amarelo..
Teste #B2: 4 – todas são a letra ‘F’, a figura 4 é uma letra ‘F’ invertida.
Teste #B3: 3 – é a única máscara axadrezada.

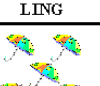
35.4.3.- Planilha C: Teste e Soluções

35.4.1.3.- Soluções

Teste #C1: Pares: 1 e 4; 2 e 6; 3 e 5. No Par 3 e 5 as máscaras estão invertidas, verifique pela inversão nas cores do axadrezado.
Teste #C2: Pares: 1 e 5; 2 e 4; 3 e 6. Dois pares têm o barrete (touca) invertidos – um está para a direita e o outro para a esquerda, somente no par vestido de azul, par 3 e 6, os barretes estão voltados para o mesmo lado..
Teste #C3: Pares: 1 e 5; 2 e 6; 3 e 4. Em dois pares os desenhos aparecem um, invertido com relação ao outro, somente no par 2 e 5 isto não ocorre.

35.4.4.- Planilha D: Teste e Soluções

35.3.1.3.- Soluções

Teste #D1: Os peixes devem ser ordenados pelo tamanho, do maior para o menor, no entanto existem dois peixes do mesmo tamanho: o 3 e o 5.
Teste #D2.1: Este teste é bem difícil, pois os seus elementos parecem não ter nenhuma correlação, no entanto ele é repetido logo abaixo (veja Teste #D.2.2.) em que os objetos aparecem ordenados.

Teste #D2.2.: A ordem é dada pela quantidade de elementos que aparecem em cada desenho: 1, 2, 3, ..., até 7.

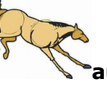
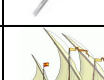
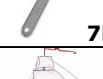
35.5.- O Teste de Formação de Conceitos de Heidbreder

O modelo de teste de formação de conceitos a seguir apresentado é devido a Edna Heidbreder (1890/1985), pesquisadora da University of Minesota. O teste é feito, com o auxílio de uma tabela que apresenta cinco colunas, tendo cada uma delas seis linhas, onde aparecem figuras e *palavras em código*, como a mostrado a seguir. A tabela a seguir é uma adaptação bastante próxima da tabela original, encontrada no livro texto de psicologia de Charles G., Morris, *Psychology – An Introduction,* da editora Prentice-Hall, Inc., datado de 1976, que de acordo com aquele autor também seria uma adaptação da tabela original.
As Tabelas de Heidbreder permitem que, através das operações de discriminação, abstração, generalização, sejam formados conceitos a partir de desenhos de objetos, seres, ocorrências, fenômenos, instâncias ou idéias específicas, que vão sendo (re)combinadas a cada passo do processo de aprendizagem. Vejamos os exemplos.

MOLP	LETH	RELF	LING	FARD
LETH	LING	FARD	PILT	MOLP
FARD	PILT	LETH	FARD	RELF
PILT	RELF	LING	MOLP	PILT
LING	MOLP	PILT	RELF	LETH
RELF	FARD	MOLP	LETH	LING

Cabe reiterar que a figura anterior foi adaptada, mas contém essencialmente o proposto inicialmente por Heidbreder, ou seja, uma série de desenhos distintos, grupados cinco a cinco por um mesmo rótulo, uma palavra sem sentido (as palavras apesar de parecerem pertencer à língua inglesa , não possuem nenhum significado, sendo praticamente códigos, e não precisam ser necessariamente linguísticos, como se verá em dois exemplos mostrados adiante).

Os códigos na presente tabela são: FARD, LETH, LING, MOLP, PILT, RELF.

As colunas da tabela – cortadas em tiras – devem ser apresentadas, uma a uma, ao indivíduo, para que ele as estude detidamente, e passe a compará-las entre si, a partir da segunda coluna a ele apresentada.
Sabe-se, ao contrário dos indivíduos a serem testados, que cada desenho está em correspondência com um rótulo que destaca uma característica específica de cada um daqueles desenhos, e mais, que o teste se destina à verificação de como se dá a aprendizagem de um conceito.
A análise das cinco tiras anteriormente apresentadas deve levar às seguintes conclusões: FARD = redondo ou círculo ou circular; LETH = casa, prédio, construção ou moradia; LING= par ou 'o número dois'; MOLP = árvore; PILT = cinco; RELF= pessoa, ser humano ou face.

O teste termina no momento em que o indivíduo consegue relacionar cada conceito com o respectivo rótulo, ou seja, consiga dizer o que significa cada uma das palavras-código ou palavras-rótulo ali apresentadas.
O que normalmente ocorre com relação a estes tipos de testes é que podem ocorrer árias possíveis respostas que precisam ser analisadas para se obter uma melhor resposta. O processo de resolução destes tipos de testes envolve uma série de estratégias e de caminhos de resolução que poderiam ser descritos, ou não, por cada um dos indivíduos testados. Só para citar um exemplo: LETH ao ser assumido como 'casa' ou 'prédio' seria o mínimo desejável, mas o ideal seria 'construção' ou 'moradia', por abranger todos os tipos de figuras apresentadas sob aquele rótulo.
O leitor mais atento poderia agora analisar todos os rótulos para os quais foram indicados mais de um significado, procurando o mais incisivo deles.

35.5.1.- Como utilizar as Tabelas de Heidbreder

São mostradas a seguir duas tabelas no estilo das Tabelas de Heidbreder. Na primeira aparecem etiquetas formadas por uma sequência de três vogais: aui; oui; ooi; ioe; eai, para representar e relacionar cada um dos conceitos.

Na segunda tabela aparecem etiquetas contendo códigos alfanuméricos: 1A5; 2B5; 4C9; 7P1; 8E4 e 7B5.

1A5	8E4	7P1	7B5	7P1
2B5	4C9	8E4	1A5	7B5
4C9	7B5	1A5	7P1	2B5
7P1	1A5	2B5	8E4	4C9
8E4	2B5	7B5	4C9	1A5
7B5	7P1	4C9	2B5	8E4

As colunas destas tabelas devem ser mostradas uma a uma para os indivíduos, de forma que eles possam desenvolver suas inferências passo a passo, na tentativa de 'descobrir' um rótulo linguístico adequado, agora em linguagem natural e não mais simbólica, para a cada conjunto a ele apresentados de figuras interligadas por um mesmo código.
No CD-R que acompanha este livro o leitor irá encontrar não somente as tabelas, mas as colunas de cada uma destas tabelas separadas em tiras, para serem impressas e utilizadas uma a uma.
Normalmente estas tabelas, deveriam ter suas colunas apresentadas, uma a uma, da direita para a esquerda, mas nada impede que decidamos utilizar as colunas cortadas em tiras (confira nas figuras a seguir), onde a ordem não seja necessariamente a original.

35.6.- A Aquisição de Conceitos – Algumas Conclusões

Baseado no estudo que fizemos até aqui sobre a aquisição de conceitos, mas que de forma alguma se esgotou, pode-se tirar algumas conclusões interessantes que iremos apresentar a seguir, sobre: (a) a fixação e o emprego correto dos conceitos, (b) aprendizagem de conceitos na práxis escolar e, (c) os conceitos contrários à intuição

35.6.1.- A Fixação e o Emprego Correto de Conceitos

Como se pode verificar através dos testes até aqui apresentados, um *indivíduo mostra que adquiriu um conceito,* quando for capaz de associar a uma série de objetos distintos, mas de alguma forma correlacionados, um mesmo rótulo, ou seja, ele foi capaz de, a partir de um processo de discriminação, recombinação e abstração, chegar a uma generalização.
Adicionalmente, levando-se em conta o que afirma Piaget: *que não há conhecimento sem conceitos,* e que, o conhecer envolve organização e estruturação internas ao aprendiz e que permite explicações verbalizadas, vê-se nitidamente que a aprendizagem de conceitos pode, quando necessário, passar por uma *verificação qualitativa,* mas possivelmente, também se possa fazer uma verificação quantitativa, ou seja, realizar aquilo que na práxis escolar se resolveu denominar: *avaliação da aprendizagem.*
Os educadores podem verificar a aprendizagem de conceitos a partir da observação de que o indivíduo:

(1) consegue discriminar os elementos a ele apresentados;
(2) consegue realizar abstrações seguidas de generalização;
(3) conseguiu fixar (reter ou memorizar) e empregar o conceito de forma correia.

22 partir daqui, vamos nos dirigir aos educadores. Normalmente, eles se referem à aquisição de conceitos, como sendo *ensino-aprendizagem.* No caso das Teorias Cognitivistas, é uma heresia falar-se em ensino-aprendizagem, pois para estes teóricos, pode haver ensino sem que haja aprendizagem, e por mais absurdo que pareça, pode haver aprendizagem sem que haja ensino, no sentido formal do termo. Veja o caso da autoaprendizagem, em que muitas pessoas aprendem a tocar um instrumento musical por tentativa e erro, aprende a utilizar computadores e outras tecnologias apenas tentando acertar o mais possível, mas errando também.
Assim, contrariando um pouco a práxis escolar atual, adotaremos aprendizagem como nossa palavra chave para o que virá a seguir, ou seja, a apresentação de algumas ideias ligadas profundamente ao dia-a-dia dos professores, com as quais eles se confrontam diuturnamente, mas que para a maioria deles, são ideais intuitivas, e que não foram verbalizadas por eles ou para eles.

- Os conceitos *não são aprendidos* (assimilados) de forma definitiva num primeiro momento, pois a aprendizagem de conceitos é uma construção cultural e, devido a este fato, os conceitos científicos, em particular, devem passar, necessariamente, por

refinamentos linguísticos gradativos. Além disto a aprendizagem depende de muitas condições externas, como por exemplo, da quantidade (amplitude) e qualidade da educação recebida anteriormente, da sua inserção sócio-histórica, bem como da motivação e do interesse do indivíduo.

- No processo de aprendizagem de conceitos definidos ou experimentais, o indivíduo parte de hipóteses inicialmente intuitivas e vagas, baseando-se em sua experienciação anterior, tentando analisar logicamente estas hipóteses, com o intuito de ao compreendê-las: confirmá-las, redirecioná-las ou refutá-las - e tudo isto ocorre, principalmente nas salas de aulas, através do uso do "discurso interior" onde cada aluno "se vira como pode, utilizando apenas os seus próprios recursos intelectuais";
- A aprendizagem de conceitos através de definição envolve o uso da linguagem, o que pode se tomar um problema, na medida em que ela não pode ser dissociada imediatamente do ambiente e dos processos sócio-históricos estabelecidos ou partilhados pelo grupo ao qual pertençam estes indivíduos. Por isto é de se esperar que haja níveis distintos de concepção (discriminação, recomposição, abstração e generalização; compreensão de uma definição) que dependem de cada indivíduo, e que varia numa escala de zero a dez, desde o zero!

35.6.3.- Os Conceitos Contrários à Intuição

Há muitos problemas a serem superados com relação à classificação dos conceitos quanto ao processo de aprendizagem escolar, dos quais podemos citar como exemplo:

- Há conceitos tipicamente intuitivos, mas que podem ser definidos. O conceito de "porta" é obviamente intuitivo, mas nada nos impede de defini-lo como: *"abertura em parede, ao nível do solo ou de um pavimento, para dar entrada ou saída, geralmente guarnecida por uma peça de madeira ou de metal que, ao girar sobre gonzos ou dobradiças, permite fechar esta abertura".* Entretanto, não se percebe a necessidade de que a aprendizagem deste tipo de conceito se dê através da definição, ao invés, de interações do indivíduo diretamente com o mundo.
- Há conceitos científicos que acabam sendo formados intuitivamente, sem a necessidade de uma definição imediata, como por exemplo, os conceitos de: distância, capacidade, volume, temperatura, peso e até mesmo o de densidade. Neste caso, diz-se que o conceito exige um baixo nível de abstração, ou seja, ele está próximo do concreto.
- Há conceitos científicos que vêm sendo classificados como contrários à intuição ("counterintuitives concepts"). Eles são tais que, mesmo definidos rigorosamente, exemplificados ou experimentados laboratorialmente, não são formados convenientemente pelo aprendiz. Só para citar alguns exemplos: (a) na Física: os conceitos de momento e de trabalho; (b) na Matemática: a representação de um mesmo número nas suas formas de fração ordinária (própria ou imprópria), fração com denominador na base 10, números decimais (exatos ou dízimas periódicas, bem como a sua representação sob a forma de potência de 10) e porcentagem.

JLOGC#36 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 36

A FORMAÇÃO DE CONCEITOS BASEADA EM SÍMBOLOS LINGUISTICAMETE ESTÁVEIS

Aqui nós iremos apresentar algumas idéias sobre a formação indutiva de conceitos. Em 1956, Bruner, Goodnow e Austin – pesquisadores da Universidade de Harvard –, publicaram o livro "A Study of Thinking", uma síntese do 'The Harvard Cognition Project', no qual, entre outras coisas, relatavam um experimento destinado a estudar o processo de formação de conceitos através de indução, no qual se utilizavam cartões lógicos especialmente desenvolvidos para este fim. Curiosamente neste mesmo ano, 1956, Robert Abbott, um estudante de Harvard, passa a ser citado como sendo o criador de um jogo indutivo denominado Elêusis, no qual se utilizavam cartas do baralho comum e que guardava muita semelhança com uma das pesquisas levadas a efeito por aqueles cientistas de Harvard.

36.1.- O Material devido a Bruner, Goodnow & Austin

O livro *"A Study of Thinking" de Bruner, Goodnow e Austin* publicado pela editora *John Wiley & Sons,* em 1956, apresenta em preto, branco e em tons de cinza, na página 42, uma figura com o conjunto dos 81 (oitenta e um) cartões lógicos que foram utilizados nas experiências de formação de conceitos propostas por aqueles autores ao longo do Projeto *'The Harvard Cognition Project', da universidade de Harvard*. Aquela figura traz no seu rodapé uma legenda, legenda esta que nos permitiu reproduzir os cartões com uma de suas cores originais (vermelho), e a adotar outras duas cores[20]: o amarelo e azul, respectivamente nos casos das figuras claras e no caso da cor preta. A legenda é a seguinte:

> *"Figure 1. An array of instances comprising combinations of four attributes, each exhibiting three values. Plain figures are in green, striped figures in red, solid figures in black", frase, que traduzida livremente para o português, seria: "Figura 1. Uma coleção de instâncias que incluem combinações de quatro atributos, cada um exibindo três valores. As figuras claras estão em verde, as figuras listradas em vermelho, as figuras sólidas em negro."*

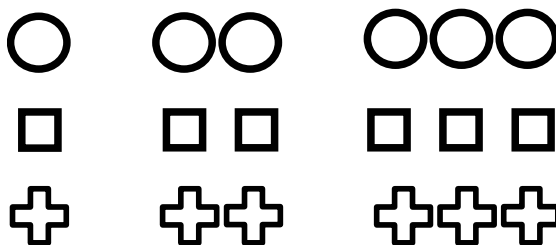
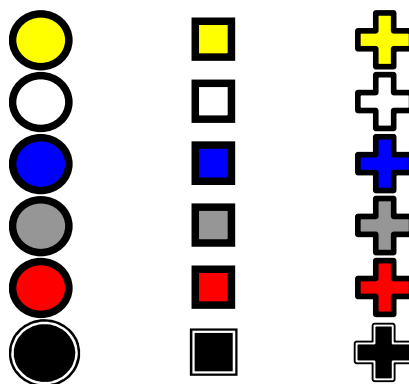
36.1.1.- Sobre os Atributos dos Cartões

O conjunto dos 81 (oitenta e um) cartões criados por aqueles pesquisadores seguiu estritamente o que é indicado para a criação dos cartões lógicos, em que a partir da escolha criteriosa dos atributos (vide JLOGC#06 item 6.1.2.), foram criadas as diversas instâncias distintas entre si, a serem alocadas nos suportes (cartões). Estas instâncias são conseguidas através da combinação ordenada dos quatro atributos, cada um deles com três valores, conforme mostrados a seguir:

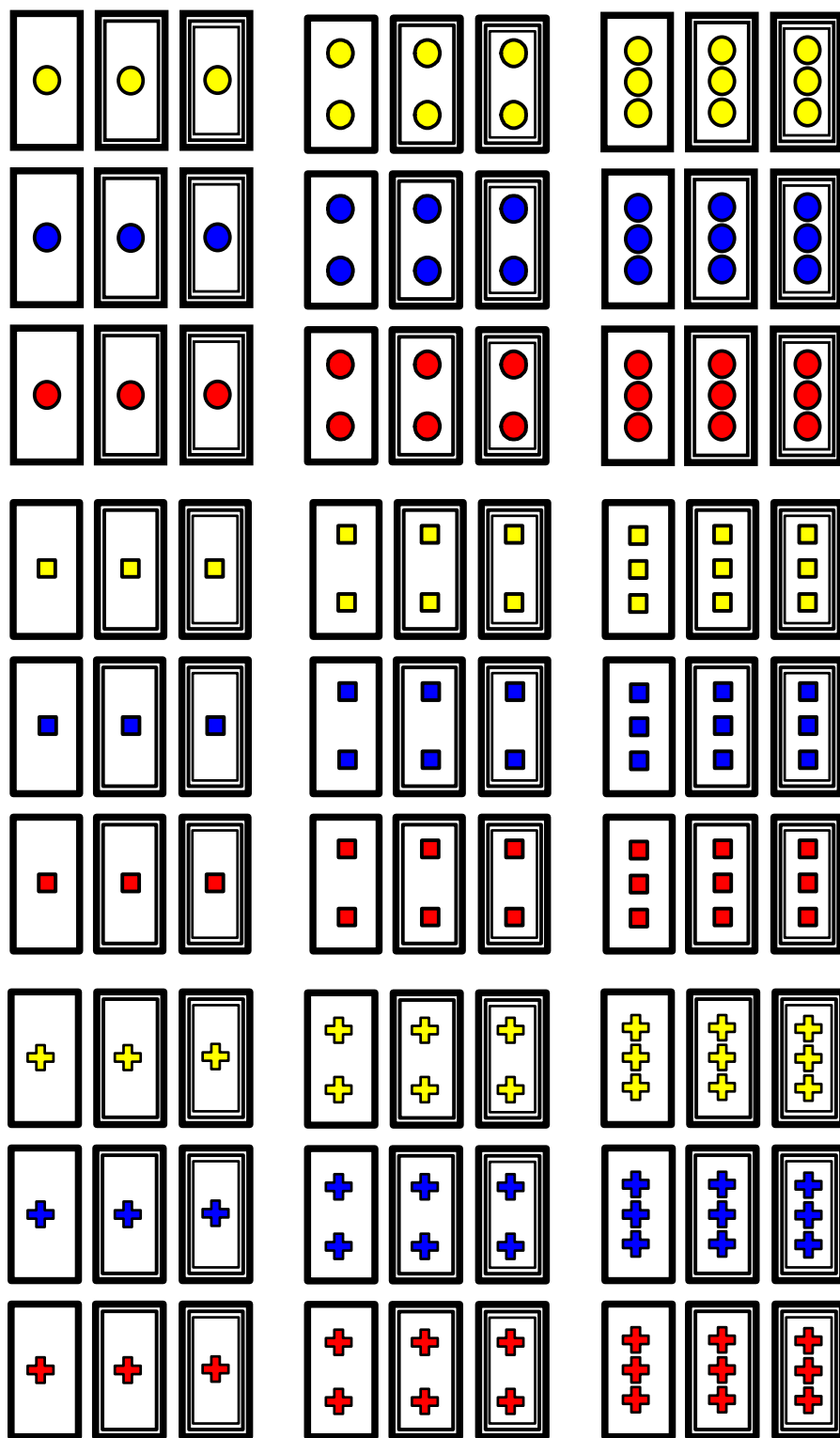
1. As formas das figuras centrais: círculos, quadrados ou cruzes:

---

[20] A escolha das cores amarela, vermelho e azul se deu devido ao seguinte: elas são as cores primárias, facilmente reconhecíveis por crianças pequenas, mas também porque as cores primárias são as mais indicadas quando se pretende pintar brinquedos e jogos educativos e/ou pedagógicos (Vide os Blocos Lógicos ou Blocos Atributos - JLOGC#06).

2. A quantidade de figuras centrais: 1, 2 ou 3 figuras:

3. As cores das figuras centrais - se coloridas: amarelo, azul ou vermelho, se monocromáticas (branco, cinza ou preto):

4. A quantidade de bordas do cartão: 1, 2 ou 3 bordas:

36.1.2.- O Conjunto dos 81 Cartões Lógicos

O conjunto dos cartões que apareceu em preto e branco no texto do livro *"A Study of Thinking" de Bruner, Goodnow e Austin,* é a seguir apresentado nas cores conveniente escolhidas por nós – amarelo e azul nos lugares de verde e preto –, conservando-se a cor vermelha da proposta original. Convidamos o leitor a conferir se os cartões apresentados a seguir, elaborados pela combinação dos atributos acima referidos, são ao todo 81, mas não mais que 81.

No CD-R que acompanha este livro o leitor encontrará novos conjuntos dos cartões acima expostos:

1. **Cartões Grandes de Bruner, Goodnow e Austin:** No tamanho considerado grande, cujas medidas são: 4,5 cm x 8 cm, com fundo branco, um micromundo com 81 elementos.

2. **Cartões Pequenos de Bruner, Goodnow e Austin:** No tamanho considerado pequeno, cujas medidas são: 2 cm x 4 cm. Este micromundo se constitui de 81 elementos com fundo branco, 81 com fundo verde, 81 com fundo laranja claro, o que permitirá ampliar o micromundo básico de 81 elementos, criando as possibilidades de uso seja de 162 elementos ou então de até 243 elementos, quando necessário.

36.1.3.- Calculando a Quantidade de Cartões Distintos

Para confirmarmos a quantidade de cartões distintos entre si, que compõem o conjunto de cartões, basta multiplicar a quantidade de atributos entre si: *3 cores; 3 tipos de figuras; uma, duas ou três de cada uma destas figuras; uma, duas ou três bordas*, isto é: $\mathbf{3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81}$, ou seja, teremos 81 cartões distintos compondo este micromundo.

36.2.- Uma Análise dos Cartões de Bruner, Goodnow e Austin

Estruturalmente, este conjunto de 81 cartões distintos entre si criados por *Bruner, Goodnow e Austin*, pode ser classificado como sendo *um micromundo educativo fechado, linguisticamente estável e de transição uniforme*:

1. *Um micromundo fechado* (vide os prolegômenos[21] *deste livro):* por que todas as possibilidades de geração de seus elementos, de acordo com os atributos, foram esgotadas uma a uma, e todas as transformações de um elemento para outro se fazem sem a possibilidade de extravasamento além do próprio conjunto (é uma operação interna ao conjunto), ou seja, a solução é sempre encontrada entre os próprios elementos do conjunto. Em resumo, todos os cartões possíveis estão presentes do conjunto, não há nenhum cartão desemparelhado (um 'mico') e não há a necessidade da existência de cartões multivalentes ('curingas').
2. *Um micromundo educativo*: pois este conjunto de cartões se destina a um jogo em que se pretendia pesquisar um dado processo de formação de conceito (indução); ele pode ser denominado educativo, se com esta finalidade vier a ser utilizado, apesar de, nada impedir que ele possa ser utilizado de forma recreativa;
3. *Um micromundo linguisticamente estável*: por que os conceitos presentes nos cartões podem ser reconhecidos através de *rótulos linguísticos simples e estáveis,* ou seja, rótulos linguísticos padronizados – facilmente memorizáveis e reconhecíveis, formando um 'dicionário'[22] particular para aquele micromundo, contendo os seus atributos e os seus respectivos diversos valores. É fácil reconhecer que esta estabilidade lingüística está fortemente ligada à escolha dos elementos gráficos bastante simples para compor os cartões;
4. *Um micromundo de transição uniforme*: por que a transição de quaisquer dos cartões para outro cartão através das diferenças (vide: *O Dominó das Diferenças* – item 5.5. do JLOGC#05) se faz de forma padronizada, isto é, *todos os elementos estão interligados entre si por 1, 2, ..., ou até n diferentes atributos* (no presente

[21] Prolegômenos: amplo texto introdutório que contém as noções preliminares necessárias à compreensão de um livro; introdução, prefácio

[22] A estabilidade linguística de um conjunto de cartões não se estende às proposições que podem ser formuladas a partir do seu 'dicionário' particular, pois há muitas palavras e conceitos emprestados da linguagem usual que podem ser utilizadas para formular aquelas proposições, como por exemplo: 'igual', 'maior do que', 'menor do que' etc (vide os exemplos de proposições na página a seguir). A *metalinguagem*, aqui, é entendida como aquela linguagem que permanece fora do 'dicionário' do micromundo, dicionário este bastante restrito, de onde somente constam os atributos e seus valores.

conjunto de cartões, n = 4), e sempre é possível encontrar uma forma de transição de um para outro elemento do conjunto.

Os leitores interessados neste tipo de classificação devem examinar o JLOGC#17, apresentado a seguir, onde estas propriedades serão detidamente reexaminadas e exemplificadas, bem como contra-exemplificadas através dos cartões denominados *Cartões Conceituais Quantidade-Cores-Posições,* que representam um *micromundo não-fechado, não-estável linguisticamente e não-uniforme em termos de transição* de um cartão para outro.

362.1.- Um Jogo Para O Pensamento: Um Conceito a ser Descoberto

Este é um jogo para pelo menos 4 jogadores que devem escolher entre eles um gerente (um supervisor, aplicador ou facilitador) – aquele que irá estabelecer exatamente o "conceito" a ser a ser descoberto e 'inspirado' numa parte do universo dos 81 cartões, os demais serão os jogadores propriamente ditos.
O conceito a ser descoberto, que naturalmente utilizará as palavras contidas no 'dicionário' deste micromundo, deverá ser escolhido pelo gerente e deverá ser mantido no mais completo sigilo.
O conceito deverá ser expresso sob a forma de uma sentença metalingüística[23] afirmativa, e verificável naquele micromundo, ou seja, o conceito deverá ser expresso sob a forma de uma *proposição lógica* que o jogador deverá validar, envolvendo os atributos dos cartões de *Bruner, Goodnow e Austin,* interligados pelos os conectivos lógicos "e" ou então "ou", como mostrado nos exemplos a seguir:

a. "Uma figura central de qualquer cor (ou tonalidade) e duas bordas"
b. "Vermelho (cinza), qualquer quantidade de figuras centrais, uma borda".
c. "Figuras amarelas (branco) ou vermelhas (cinza)".
d. "Uma figura central azul (preto) e uma borda ou duas bordas".
e. "Vermelho ou amarelo, quantidade de figuras centrais igual à quantidade de bordas".
f. "Azul com quantidade de bordas maior do que a quantidade figuras centrais".

Cabe reiterar que as sentenças afirmativas acima apresentam não somente os atributos dos cartões lógicos, mas são interligadas com palavras da linguagem usual.

36.2.2.- As Regras do Jogo

Há duas formas de abordagem para este jogo, a primeira é recomenda para estudantes do Ensino fundamental a partir de 11 anos, o segundo, para crianças pequenas com idade inferior a 11 anos. No entanto, cabe ao gerente do jogo decidir o que fazer.

- *No primeiro caso:* o jogador nunca viu antes os cartões e nem conhece os atributos;
- *No segundo caso:* o jogador nunca viu antes os cartões, mas estudou, esquematizou e memorizou os atributos e pode reconhecer os termos da linguagem usual.

Na verdade, o que ocorre com os jogadores que nada sabem sobre os cartões, nem sobre os atributos, é que: *o jogar se constituirá num desafio apenas na primeira ou segunda rodadas do*

[23] Uma sentença que utiliza, além das palavras contidas no 'dicionário' do micromundo, as palavras da linguagem usual.

jogo, depois, somente as proposições é que passarão a constituir o alvo precípuo de suas descobertas.
Dito isto, vamos às regras do jogo destinado à *Formação de Conceitos Baseado em Símbolos*, que serão expostas passo a passo:

- *Primeiro Passo:* Anotada a proposição lógica num pedaço de papel, o papel deve ser guardado à vista dos jogadores, mas sem que eles possam vê-la;
- Segundo Passo: O gerente embaralha e distribui aleatoriamente os cartões (em quantidades *aproximadamente* iguais) entre os jogadores (lembrando que, além do gerente, deve haver pelo menos mais 3 outros jogadores);
- *Terceiro Passo:* Os jogadores, de forma ordenada, devem colocar um cartão sobre a mesa, com a face voltada para cima, e o gerente dirá: "SIM" se o cartão satisfizer a "proposição que estará escondida" e "NÃO", caso contrário.
- Quarto Passo: Os cartões que satisfizerem à proposição lógica devem ser dispostos em uma linha reta, um ao lado do outro. Os cartões que não satisfazem à regra deverão ser também agrupados em linha ou dispostas de forma organizada sobre a mesa – na forma tabular, isto é, formando uma tabela –, veja um exemplo desta disposição dos cartões, a seguir.

- *Quinto Passo:* O jogador que acha que descobriu a "sentença oculta" deve interromper os demais jogadores dizendo: "Eu sei!" (ou algo parecido) e deve dizer a sentença para o supervisor que aprovará ou não o que foi dito, ou orientará os jogadores sobre os erros. Se o jogador errou, ele sai do jogo, e passa suas cartas para os demais jogadores. Se houver dois ou mais jogadores que pensam que descobriram a regra, eles devem lançar um dado, aquele que obtiver o número mais alto é que será o primeiro a dizer a "sentença".
- *Sexto Passo:* O jogador que conseguir validar a proposição lógica, que foi escrita pelo gerente, ganha o jogo, e passará a ser o gerente da próxima rodada.
- Sétimo Passo: Em caso de acerto, a regra que havia sido escrita pelo supervisor, deverá ser exibida aos demais jogadores para que eles a validem.
- Oitavo Passo: Caso nenhum dos jogadores acerte a sentença, ela deverá ser exibida, e o supervisor deve recomeçar o jogo (voltar ao *Terceiro Passo*).

36.3.- Outro Jogo: O Dominó das Diferenças

O Jogo Dominó das diferenças poderá também ser jogador com os cartões de *Bruner, Goodnow e Austin.* Este jogo já foi abordado várias vezes nos JLOGC's anteriores, mas não nos custa repetir as suas regras:

1. Distribua aleatoriamente todos os cartões para no mínimo de 2 e no máximo 6 jogadores. Os cartões restantes, quando houver, podem ser retirados do jogo, ou então, devem ser

colocados sobre a mesa com as faces viradas para baixo (formando um "monte") para serem comprados pelo jogador que, apesar de ainda possuir cartões, não possuam um cartão adequado ao descarte, na sua vez de jogar.

2. O jogador só poderá comprar um cartão de cada vez do monte e, se depois da compra do cartão, ainda não puder descartar, passa a suas vez para o próximo jogador.
3. O primeiro jogador deve colocar sobre a mesa um de seus cartões.
4. O jogador seguinte deve colocar, lado a lado, como num jogo de dominó, um cartão que dê seqüência ao jogo, de tal forma que ele difira do cartão anterior por apenas um atributo. Esta diferença pode se dar em termos de *um, e apenas um,* dos seguintes atributos: tipo da figura ou das figuras centrais; quantidade destas figuras; cor (amarelo, vermelho ou azul), ou então, que difira pela tonalidade (no caso da escolha de cartões monocromáticos: branco, cinza ou preto); quantidade de bordas. *Há aqui uma idéia lógica que pode ser testada em todas as jogadas: se um cartão difere de outro por um atributo, então ele deve ter três atributos exatamente iguais ao cartão anterior.*
5. Cada jogador deve sempre colocar um cartão ou passar a jogada quando não dispuser de um cartão adequado para jogar, ou quando não restar nenhum cartão no "monte" para ser comprado.
6. O jogador que colocar um cartão errado – o qual deverá ser recusado pelos demais jogadores – perde a vez de jogar, como punição.
7. Como no dominó comum, o jogo termina quando um dos jogadores não tiver mais nenhum cartão, e ele será o ganhador.
8. No caso em que todos os jogadores estejam impossibilitados de descartar, o jogo termina, o ganhador é aquele com o menor número de cartões nas mãos.

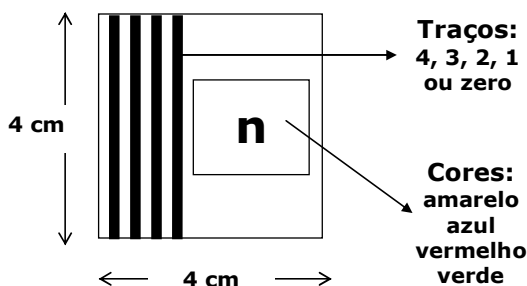
36.3.1.- Sugestão

O leitor pode, depois de aprender a jogar bem o "Dominó de Uma Diferença", jogar o "Dominó de Duas Diferenças", o "Dominó de Três diferenças" e o "Dominó de Quatro Diferenças".
Os jogadores podem também, utilizar um dado com 4 faces (dado tetraédrico), para sortear a quantidade de diferenças a cada nova jogada, isto se constitui num Jogo Para o Pensamento Lógico bastante interessante. Um dado com 6 faces (hexaédrico) pode ser utilizado com a mesma finalidade, sendo que no caso da ocorrência dos valores 5 ou 6, pode ser combinado o seguinte: (1) o jogador 'passa' a vez' ou então (2) joga de novo o dado até obter o 1, 2, 3 ou 4.

36.4.- Os Cartões Listras-e-Números

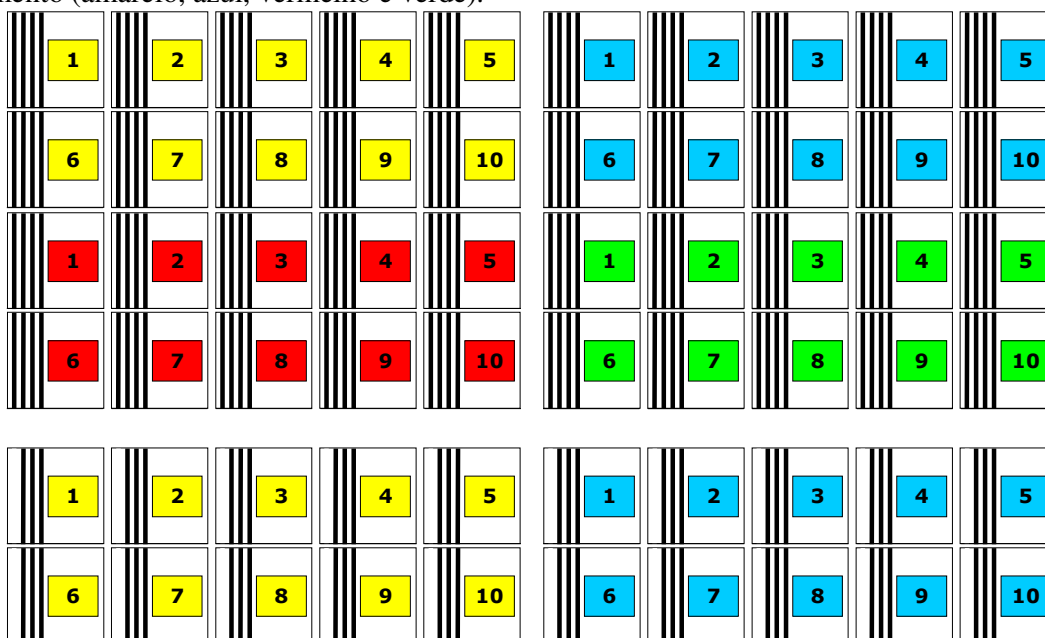
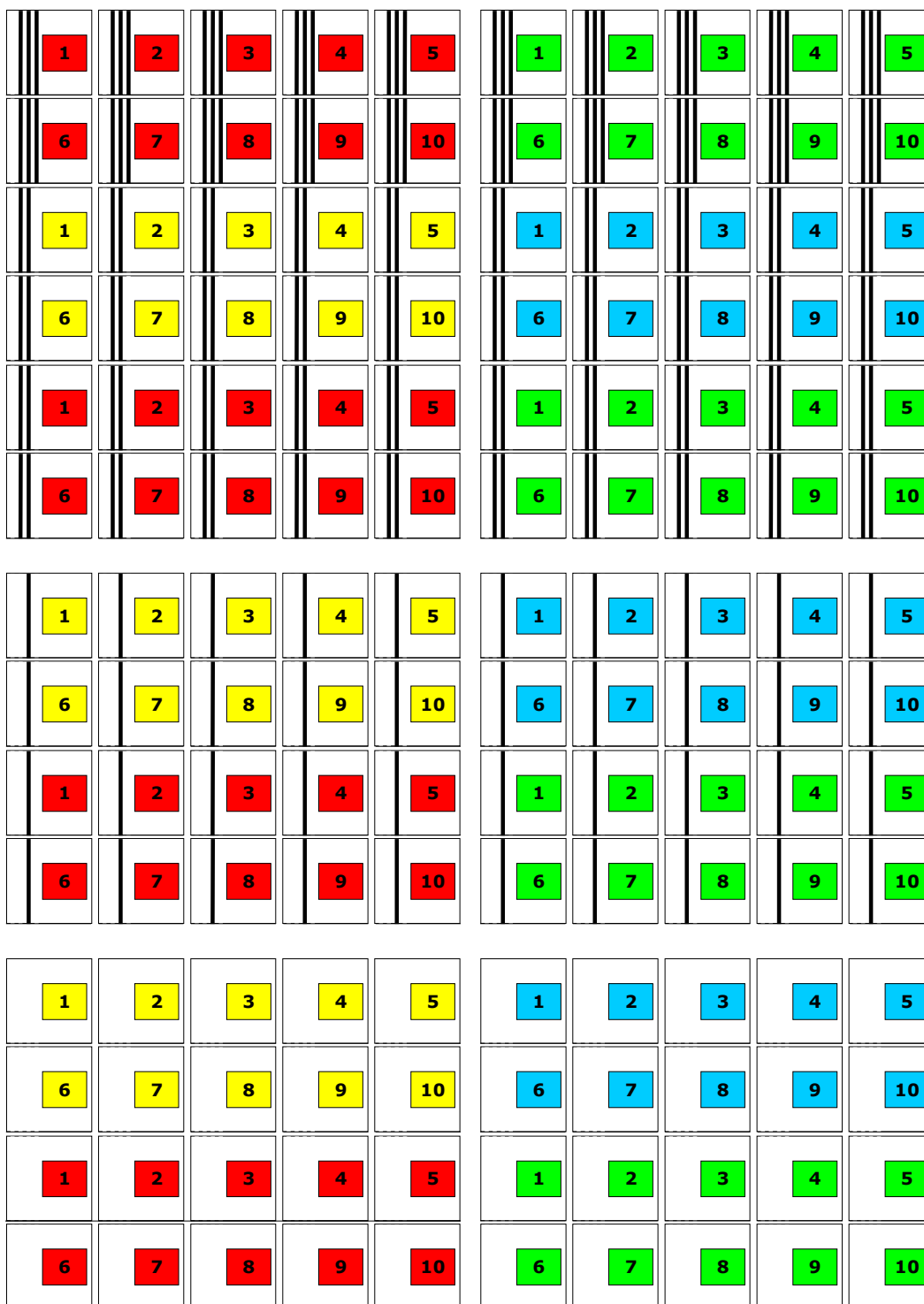
Iremos propor a criação de um novo conjunto de Cartões Lógicos – os cartões Listras-e-Números –, distintos daqueles criados por *Bruner, Goodnow e Austin,* mas com as mesmas finalidades: a da formação de conceitos através de um processo indutivo. Estes cartões possibilitam ao aplicador testar novas possibilidades de formação de conceitos num espaço linguístico mais amplo, como será sugerido a seguir.

36.4.1.- Sobre os Atributos dos Cartões Listras-e-Números

O novo modelo básico para os cartões é o seguinte: um cartão quadrado, como o mostrado a abaixo, cujos atributos serão citados a seguir:

Os atributos a serem combinados e recombinados – para a obtenção de 200 cartões absolutamente distintos entre si –, são três, respectivamente com: cinco, dez e quatro valores, a saber:

1. Listras[24] variando de 1 até 4 e ainda um cartão sem as listras – 'o atributo listra tem cinco valores';
2. Um numeral que varia de 1 até 10 – o atributo numeral tem dez valores;
3. Uma das 4 cores: amarelo, azul, vermelho e verde – o atributo cor tem quatro valores.

36.4.2.- A Quantidade de Cartões

Para calcularmos a quantidade de cartões basta efetuar a multiplicação: 6 × 10 × 4 = 240. Temos aí 200 cartões, que corresponde às seguintes quantidades: 5 possibilidades de quantidades de listras (0, 1, 2, 3 ou 4 listras); 10 possibilidades de numeração (de 1 até 10) e 4 possibilidades de colorimento (amarelo, azul, vermelho e verde).

[24] Não confundir 'listra' com 'lista'. ***Listra***: risca ou faixa em tecido, de cor diferente deste; traço horizontal ou vertical sobre uma superfície. ***Lista:*** tira comprida e estreita de pano ou papel; série de nomes de pessoas ou de coisas relacionadas por escrito. Em algumas regiões do Brasil: 'lista' é utilizado como sendo 'listra'.

36.4.3.- Sugestões

As regras para os jogos deste conjunto de 200 cartões devem ser as mesmas utilizadas para os cartões de *Bruner, Goodnow e Austin,* com as devidas alterações que visam assimilar os novos atributos e a novo universo linguístico gerado pela *interação* entre estes atributos.

36.4.3.1.- A Linguagem do Micromundo

No tocante ao conceito a ser descoberto, e que naturalmente estará contido como idéias linguística neste novo micromundo, se poderão incluir comparações entre os atributos quantitativas presentes nos cartões, tais como mostrado nos exemplos a seguir:

a. "Verde e um número igual à quantidade de listras".
b. "Uma quadrado de qualquer cor, um número maior que 7 e duas listras".
c. "Verde ou vermelho e um número maior que o número de listras".
d. "Não azul e um número par e uma quantidade ímpar de listras".
e. "Qualquer cor, a soma da quantidade de listras com o valor numérico resulta 10".
f. "Não vermelho, a diferença entre o valor numérico e a quantidade de listras vale 3".

36.4.3.2.- A Linguagem Matemática como Metalinguagem

Entende-se por metalinguagem *uma linguagem (natural ou formalizada) que serve para descrever ou falar sobre uma outra linguagem, natural ou artificial.* Há casos em que as línguas naturais podem ser usadas como sua própria metalinguagem.
No nosso caso, a linguagem matemática pode ser tomada como uma metalinguagem a ser utilizada no jogo. Por exemplo, os conceitos matemáticos de paridade e imparidade numérica ('números pares' e 'números ímpares'), bem como os de desigualdade: 'maior', 'menor', 'maior ou igual' e 'menor ou igual', são estabelecidos ou definidos com a utilização da linguagem natural.
Pelo menos inicialmente, se o vocabulário metalingüístico (fora do 'dicionário' do micromundo de onde constam os atributos e seus valores) não tiver sido estabelecido já no início do jogo, 'decifrar' algumas proposições envolvendo a linguagem matemática, pode ser bastante difícil para a maioria dos jogadores. Por isto, sugerimos que os conceitos de: 'números pares' e 'números ímpares' sejam discutidos/ensinados/aprendidos, bem como os conceitos de 'maior do que', 'menor do que', 'menor ou igual a' e 'maior ou igual a'.
Outros *conceitos metalingüísticos – matemáticos – mais difíceis* podem ser acrescentados às proposições lógicas a serem apresentadas aos jogadores pelo gerente (supervisor, aplicador ou facilitador) do jogo. Eis alguns exemplos destes conceitos: 'soma' e 'diferença 'números primos' e 'números compostos', 'é divisível por' ou 'é múltiplo de' (incluídos aí: 'dobro'/'metade', 'triplo'/'terça-parte' e 'quádruplo'/'quata-parte'), conceitos estes, que por passarem a estar presentes no vocabulário a ser adotado pelo gerente em suas proposições, *antes do início do jogo, devem ser bem explicitados e atentamente combinados pelas partes envolvidas no jogo*.
Estes conceitos podem ser utilizados nas seguintes proposições que aqui são dadas como exemplos: como nos casos: 'A quantidade de listras é a metade do valor numérico" ou "o valor numérico é o triplo da quantidade de listras"; "as duas quantidades representa números primos"; "Um dos números é composto" etc.,.
A partir daquilo que se afirmou até aqui sobre as características lingüísticas engendráveis a partir deste novo conjunto de cartões, vemos que: a classificação de micromundo educativo fechado, linguisticamente estável e de transição uniforme, apesar de ainda conveniente, poderia passar a ser adotada micromundo educativo fechado, linguisticamente instável e de transição uniforme, no caso do 'dicionário' do micromundo passar a admitir que um mesmo atributo possa ser referido por rótulos (nomes) distintos.
Somente para citar um exemplo de instabilidade linguística possível, vejamos o caso em que, as palavras: 'riscos', 'traços' ou 'segmentos de retas' poderiam ser utilizadas no lugar de 'listras', mas não cremos que seja este o caso. Assim sendo, achamos que, o segundo conjunto de cartões, apresentado aqui, ainda é linguisticamente estável.

36.5.- Sobre o Jogo Elêusis

O Elêusis é um jogo com *cartas de baralho* cuja invenção (ou desenvolvimento), em 1956, é atribuída a Robert Abbott, um jovem estudante da Universidade de Harvard localizada nos Estados Unidos da América.
Martin Gardner escreveu um artigo elogioso sobre este jogo na revista *Scientific American,* na sua coluna *Mathematical Games* (Jogos Matemáticos), em junho de 1959, fazendo com que tanto o jogo, como o seu criador, ganhassem grande projeção. Gardner descreveu o Elêusis como um dos poucos jogos que envolvem o raciocínio indutivo e afirmando que: *este tipo de jogo deveria interessa particularmente aos matemáticos, como também a outros cientistas, por causa de sua analogia notável com o método das ciências e o seu envolvimento com habilidades psicológicas no que tange à formação de conceito, que é o que normalmente embasa a intuição dos pensadores criativos.*
Nos anos 70 Robert Abbott fez algumas modificações no Elêusis, incluindo ali a opção para um jogador se tornar um 'profeta' e tentar predizer se cada jogada seria ou não correta segundo alguns critérios impostos. Esta nova versão foi publicada na revista americana *Scientific American* em outubro de 1977.

36.5.1.- Um Fato Muito Estranho

Há alguns anos, tomei contacto com o Elêusis e quase simultaneamente, ao desenvolver pesquisas sobre a formação de conceitos para a minha tese de doutorado, me deparei com um excelente livro sobre o assunto. A partir disto, um fato bastante intrigante passou a fazer parte de meus questionamentos e dúvidas. Este fato é o seguinte:

> No livro intitulado "A Study of Thinking", de autoria de Jerome S. Bruner, Jacqueline J. Goodnow e George A. Austin, publicado em 1956, coincidentemente no mesmo ano em que se afirma que o Elêusis foi 'inventado' por Robert Abbott, havia um relatório sobre os resultados da pesquisa sobre a formação indutiva de conceitos. O mais incrível fica por conta do seguinte: no livro era apresentada uma coleção de instâncias lógicas suportadas por cartões retangulares (como cartas de baralho) que eram destinados a um jogo em que se testava a formação de conceitos, cujos princípios eram idênticos ao do Elêusis – ou, ao contrário: 'Seria o Elêusis baseado no jogo proposto por *Bruner, Goodnow e Austin'?*

Qual a conclusão que se pode tirar do que foi exposto acima?

> Primeiramente poderíamos concordar que há muitas coincidências, todas elas bastante relevantes, neste caso:
>
> - *Uma publicação – o livro "A Study of Thinking" com 330 páginas – do Projeto de Cognição de Harvard, datada de 1956 com absoluta certeza foi elaborado ao longo de alguns anos que antecederiam a data de sua publicação;*
> - *Robert Abbott era um jovem estudante de Harvard;*
> - *Robert Abbott afirma que 'inventou' o jogo em 1956, outros autores afirmam que ele 'desenvolveu' o jogo nesta época, o que nos parece mais aceitável;*
> - *Enquanto Robert Abbott originalmente propunha que se jogasse o Elêusis com as 52 cartas de um baralho comum tantas vezes quanto fossem os jogadores, sendo dado a cada um destes jogadores, um conjunto completo de cartas. No livro de Bruner, Goodnow e Austin,* o *Jogo Indutivo de Descoberta de Conceitos envolvia a utilização de 81 'cartas' especialmente elaboradas para isto (vide figura no item 14.1.2. acima);*

- *Não existe demérito nenhum em Abbott ter 'desenvolvido' o seu jogo a partir das idéias veiculadas naquele livro de Psicologia ou que ele tenha tomado conhecimento delas diretamente, ou através de outrem, já durante o período das pesquisas levadas a efeito em Harvard, onde ele era aluno: a idéia da formação de conceitos e a necessidade de se adotar um raciocínio indutivo com a finalidade de se 'descobrir' o conceito que emerge dos cartões de Bruner, Goodnow e Austin. O curioso é que: se isto realmente ocorreu, isto nunca foi mencionado, nem mesmo, citado por alguém;*
- *Alguns sites na Internet mostram que outros autores, além de Martin Gardner, deram suas contribuições para a divulgação do Elêusis, bem como propuseram modificações nas suas regras ou em suas cartas de jogar, tais como:*
    - *John Golden que propôs o 'Eleusis Express';*
    - *David Matuszek que propôs o 'New Eleusis';*
    - *Ulrich Roth que propôs um novo conjunto de 192 (cento e noventa e duas!) cartas intitulado: The ultimate card deck for Robert Abbott's "Eleusis".*
- *Para acessar dados sobre o Elêusis na Internet pode-se utilizar uma ferramenta de buscas utilizando como chave os nomes, tanto dos autores acima citados, como os nomes de suas contribuições, ou então, acessando os endereços abaixo listados onde figuram artigos sobre este jogo. No primeiro destes sites o artigo está em português, nos demais em inglês.*

http://www.ilhadotabuleiro.com.br/jogos/arquivos/5712-10551.doc
http://www.logicmazes.com/games/index.htm
http://www.terra.es/personal2/u.roth/home.htm
http://www.terra.es/personal2/u.roth/eleusis.htm
http://www.terra.es/personal2/u.roth/eleusis.htm

JLOGC#37- JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 37

A FORMAÇÃO DE CONCEITOS BASEADA EM PROPOSIÇÕES LÓGICAS

Este é um jogo de discriminação e formação de conceitos um pouco diferente daqueles baseados nas concepções de Heidbreder (JLOGC#35) e nas de Bruner-Goodnow-Austin (JLOGC#36). No entanto, ele possui metas bem estabelecidas e envolve a necessidade de um gerente (supervisor, aplicador ou facilitador) que irá estabelecer as tarefas e conferir a execução das mesmas. Ele é um interessante jogo que envolve sequências de tentativas e erros por parte dos jogadores, até a obtenção do resultado final. Outros jogos menos complexos, que utilizam as reguinhas coloridas, são também propostos: O Jogo das Composições e, o já bastante conhecido, Jogo das Diferenças.

37.1.- Introdução

Os *testes de formação de conceitos* modelados nas idéias de *Heidbreder* (JLOGC#35) envolvem *raciocínios dedutivos* baseados em figuras associadas a códigos, enquanto os testes baseados nas concepções *de Bruner-Goodnow-Austin* (JLOGC#36) são focados na *análise indutiva* de *conjuntos de símbolos*. Acrescente-se a isto, que é através do uso de operações mentais, como: *discriminação*, *combinação, recombinação*, *abstração* e *generalização* que:

- *No primeiro caso (Heidbreder):* o indivíduo procura descobrir a idéia que está por trás dos elementos a ele apresentados – figuras e códigos a elas associados –, isto é, ele deve *escolher um rótulo linguístico adequado* para aquele conjunto de situações figurais codificadas. O raciocínio utilizado para a formação do conceito neste caso é o raciocínio dedutivo, um processo de raciocínio no qual uma conclusão é obtida necessariamente de premissas válidas, é uma inferência que parte do geral para o específico

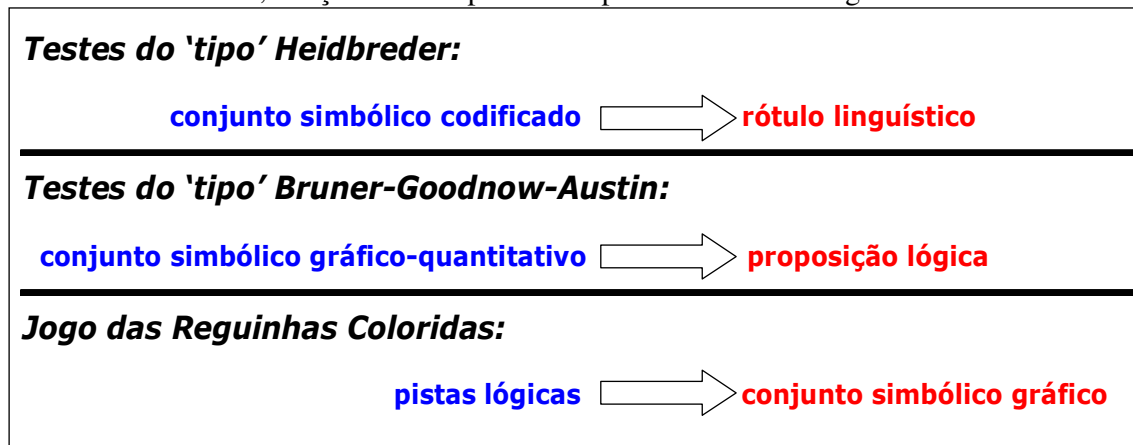
- *No segundo caso (Bruner-Goodnow-Austin):* o indivíduo procura *formular uma proposição lógica* que permita relacionar as idéias percebidas ou intuídas a partir dos símbolos tidos como *válidos*[25] (positivos) e os símbolos tidos como *não válidos* (negativos). O raciocínio utilizado para a formação do conceito neste caso é o raciocínio indutivo, que parte de vários indícios particulares para concluir algo geral.
- Comparando estes dois tipos de testes que visam a formação de conceitos se pode perceber de imediato, que os testes apresentados no JLOGC#35 é bastante mais simples que o teste apresentado no JLOGC#36.

No caso do Jogo das Reguinhas Coloridas, que será apresentado a seguir, iremos dar mais um passo em direção a uma complexidade ainda maior do que a encontrada nos dois casos anteriores. A

[25] Válido: que é logicamente correto, seja do ponto de vista formal, seja do ponto de vista interpretativo.

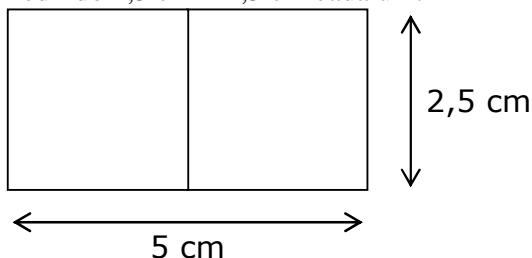
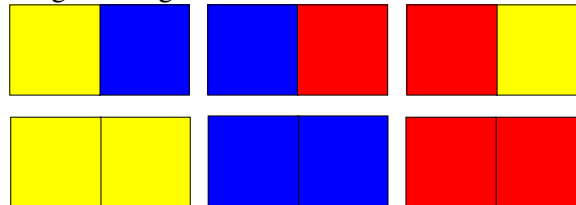
maior complexidade fica por conta do seguinte: no Jogo das Reguinhas Coloridas, o jogador deve elaborar um conjunto de símbolos, através de um processo que envolve tentativas e erros, a partir de pistas dadas pelo facilitador *(superviso ou aplicador)*, que corresponda exatamente a uma *proposição lógica* bem formulada por este último.

37.1.1.- Quadro Resumo – Distintas Maneiras de Formar Conceitos

O quadro a seguir mostra, de forma resumida, os três métodos para a formação de conceitos que estamos analisando, realçando-se os pontos de 'partida' e os de 'chegada':

375.1.2.- O Jogo das Reguinhas Coloridas

No Jogo das Reguinhas Colorida a *proposição lógica,* formulada pelo gerente do jogo, será denominada *a meta conceitual* ou *objetivo conceitual*. Uma meta conceitual – como poderá ser visto adiante sob a forma de exemplos – é, na verdade, uma *situação-problema* exposta sob a forma de uma *proposição lógica*.
Normalmente, um problema matemático envolve um texto afirmativo seguido, pelo menos, de uma pergunta que deve ser respondida por quem tenta resolvê-lo, já no caso das *metas conceituais*, apenas algumas afirmativas são feitas e nenhuma pergunta é formulada, logo não há o que ser respondido; a solução deste tipo de situação-problema envolve tão somente a composição de um conjunto de figuras que satisfaça à proposição lógica, ou seja, que satisfaça à meta conceitual.
Em resumo: o gerente do jogo estabelece uma tarefa a ser cumprida (uma situação-problema a ser resolvida), tarefa esta, que envolve a compreensão da *meta conceitual* e a consequente *configuração física* apropriada – um *conjunto figural consistente – a ser elaborado pelo jogador.*
Ao longo do Jogo das Reguinhas Coloridas, erros ou acertos do jogador devem ser confirmados pelo gerente. O processo interativo que liga o gerente e o jogador envolve o primeiro como formulador e enunciador da meta conceitual e, em seguida, como aquele que aceita as configurações corretas, podendo dar sugestões ao segundo, em caso do cometimento de erros persistentes.

37.2.- Jogo com Fichas Duplas em que se Combinam Cores

Cada uma das fichas deste jogo – um retângulo medindo 2,5 cm × 5 cm –, está dividida em duas regiões – dois quadrados medindo 2,5 cm × 2,5 cm cada um.

O material do jogo, diversas fichas baseadas no modelo acima, com duas secções onde aparecem três cores (amarelo, azul ou vermelho), combinadas duas a duas, ou repetidas duas vezes no mesmo cartão, o que é mostrado na figura a seguir.

37.2.1.- O Cálculo da quantidade de Fichas

As quantidades de fichas horizontais, sejam elas divididas em 2, 3 ou 4 regiões, como serão mostradas ao longo deste texto, podem ser calculadas pela seguinte fórmula:

$$C_{n,p} + n = \frac{A_{n,p}}{P_p} + n,$$

onde: $C_{n,p}$ é a fórmula das Combinações Simples de n elementos tomados p a p, $A_{n,p}$ são os Arranjo Simples de n elementos tomados p a p sem repetição e P_n são as Permutações Simples (sem elementos repetidos) de n elementos. Na fórmula o valor de n será dado pela quantidade de cores enquanto p corresponderá à quantidade de divisões na ficha a ser elaborada.

Note ainda, que o valor de n adicionado ao cálculo das combinações representa os cartões cujas cores são repetidas. Pense sobre isto analisando a figura acima, onde apresentamos as fichas com combinação de cores e as fichas em que as cores foram repetidas.

37.2.2.- Construir os Conjuntos de Fichas com 3 Cores Tomadas 2 a 2

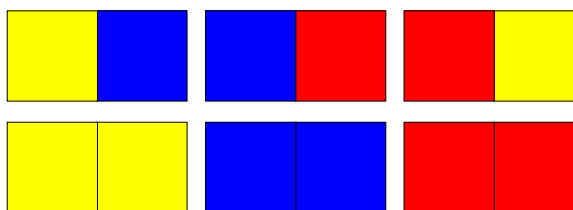
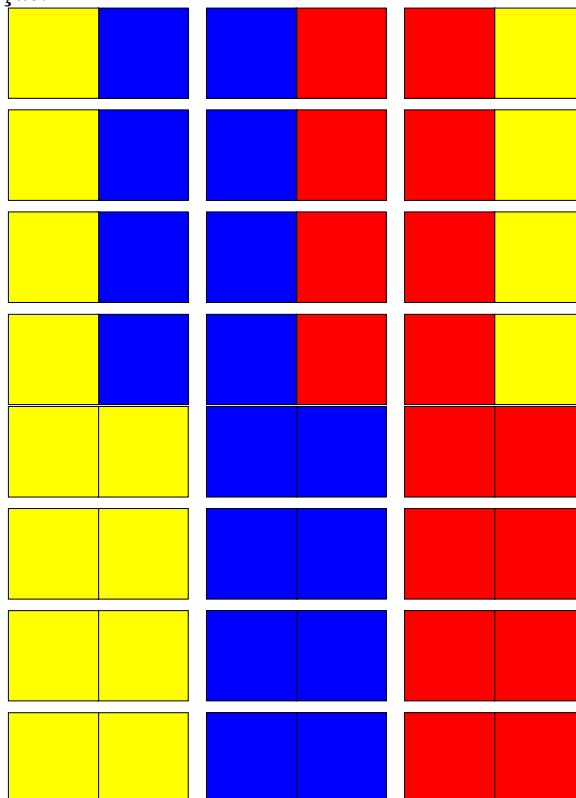
No caso de três cores – seria bom escolhermos, sem perda de generalidade[26], as cores primárias: vermelho, azul e amarelo –, que deverão ser tomadas duas a duas e, em seguida,. uma a uma, para distribuí-las em cada uma das duas secções medindo 2,5 cm × 2,5 cm, em um cartão retangular cujas medidas são 2,5 cm × 5 cm. A fórmula para calcular a quantidade de cartões que pode ser gerada é: $C_{3,2} + 3 = \frac{A_{3,2}}{P_2} + 3 = \frac{3 \times 2}{2} + 3 = 6$.

- Tomar três cores duas a duas: $C_{3,2} = \frac{A_{3,2}}{P_2} = \frac{3 \times 2}{2} = 3$.

- Uma única cor em cada ficha: + 3 fichas

O conjunto básico das seis peças será então o seguinte:

---

[26] *'Sem perda de generalidade'*: expressão da lógica que indica que a escolha que foi feita não é específica, podendo ser generalizada caso necessário, ou seja, podendo-se acatar alternativas distintas daquela.

Para podermos aproveitar ao máximo as possibilidades de jogar com peças que possam ser repetidas sugerimos que, cada uma das reguinhas, seja multiplicada pelo menos por 4, constituindo-se num conjunto de 24 peças:

37.3.- O Mapa de Metas Conceituais Para as Reguinhas Duplas

Nesta primeira abordagem, o Jogo das Reguinhas Coloridas irá utilizar as fichas coloridas, denominadas "reguinhas duplas" e um "Mapa de Metas Conceituais" apropriado para estas reguinhas, que deverá ser preenchido, e sempre controlado pelo gerente, a cada rodada do jogo.

Muitos tipos de *reguinhas* podem ser criados e, as folhas com os *Mapas de Metas,* devem ser elaboradas de acordo com os modelos das *reguinhas*, como se verá a seguir.

O jogo consiste em, estabelecida uma *meta* pelo aplicador *gerente (supervisor, aplicador ou facilitador) do jogo,* ele deve anotá-la simbolicamente no Mapa de Metas a seguir.

Em seguida o aplicador deve fornecer algumas *diretrizes* que permitam ao jogador deduzir, utilizando o conjunto dos 24 cartões, através de tentativa e erro, qual foi a meta estabelecida.

O Mapa de Metas a seguir se destina aos cartões duplos. Outros mapas serão mostrados a seguir para os cartões triplos e quádruplos.

37.4.- Regras do Jogo das Reguinhas Coloridas

As regras do Jogo das Reguinhas Coloridas Duplas serão apresentadas, a seguir, passo a passo, seguidos de exemplos e sugestões, que devem ser entendidas tanto pelo o gerente como pelo jogador.

37.4.1.- 1º Passo – Gerente: Anotar a Meta Conceitual no Mapa de Metas

O gerente do jogo estabelece a meta conceitual a ser atingida pelo jogador, anotando esta meta sem que o jogador possa ver, no *Mapa de Metas Conceituais,* criando uma orla ou cercadura em torno das quadrículas selecionadas. As siglas que devem ser anotadas em cada quadrícula do Mapa de Metas Conceituais, são as seguintes: am, az e vm significando, respectivamente as cores: amarelo, azul e vermelho.

37.4.1.1.- Exemplo de Anotação da Meta Conceitual e da Orla ou Cercadura

A seguir mostramos uma Meta Conceitual na suas forma figural anotada pelo gerente no Mapa de Metas Conceituais, onde estão as siglas correspondentes às cores e orlada ou cercada por um quadrilátero com bordas escuras. Esta Meta é classificada como sendo uma *sequência*.

37.4.1.2.- Os Tipos de Metas Conceituais

O mapa de metas ao lado apresenta quatro exemplos de metas conceituais de tipos distintos, a saber:

- *uma seqüência*
- *um quadrado*
- *dois retângulos – um medindo 2×4 e outro medindo 2×6*

onde o que deve ser levado em conta é a quantidade de quadrículas na horizontal e na vertical. Note que, estas quatro metas conceituais devem, ser propostas uma a cada partida do jogo, ou seja, uma por vez. As quatro metas foram mostradas conjuntamente, por se tratarem dos modelos possíveis de metas: sequência, quadrado e retângulo.

37.4.2.- 2º Passo – Formulação da Proposição Lógica

O gerente deve transformar a *meta conceitual que está na forma figurativa em uma proposição lógica (sentença afirmativa)* de forma a fornecer explicitamente, todas ou algumas, das seguintes informações, que julgue *necessário para facilitar o cumprimento da tarefa* pelo jogador:

1. O ***tipo de figura*** a ser formada: uma ***seqüência***, um ***quadrado*** ou um ***retângulo***;
2. A ***quantidade de reguinhas*** que serão utilizadas para formar a figura – no caso de retângulo estabelecer as dimensões como, por exemplo, altura: 2 e largura: 3;
3. ***A quantidade de cores*** que aparece na figura a ser formada: 1, 2 ou as 3;
4. ***A quantidade de vezes será utilizada cada cor***: como por exemplo 3 vermelhas e 2 azuis;
5. Se as reguinhas serão ***somente monocromáticas*** ou ***bicromáticas.***

37.4.2.1.- A Meta Conceitual e sua Correspondente Proposição Lógica

A primeira meta conceitual escolhida por nós é do tipo *sequência*, em que as reguinhas devem aparecer como uma sequência de cores que ocupa apenas uma linha do Mapa Conceitual.

Tipo de Meta Conceitual: Sequência

O gerente pode formular as proposições lógicas, para uma mesma meta conceitual, de diversas maneiras, desde uma bastante fácil ou simples, até uma bastante complexa, dependendo da idade do jogador, bem como de seu nível de compreensão vocabular.

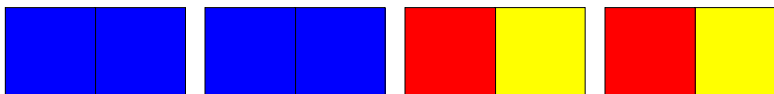
Meta Conceitual Fácil: **"Sequência de quatro reguinhas: duas monocromática azuis e duas bicromáticas: amarela e vermelha".**

Meta Conceitual Difícil: **"Seqüência de quatro reguinhas; envolve 3 cores distintas, distribuídas da seguinte forma: 4 azuis, 2 amarelas e 2 vermelhas".**

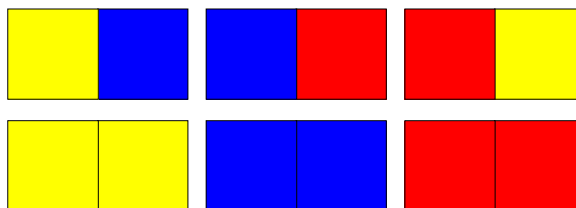
37.4.3.- 3º Passo – Confirmação do Conjunto de Reguinhas em Jogo

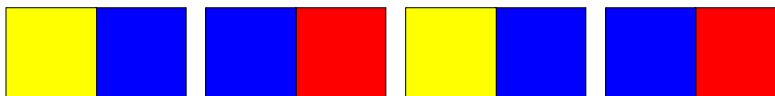
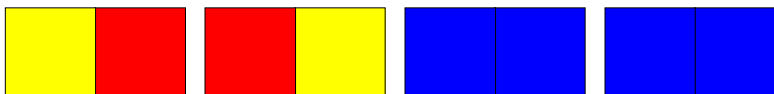
Neste passo o gerente deve confirmar se as reguinhas escolhidas pelo jogador são aquelas que devem figurar na solução da proposição lógica formula por ele. O gerente deve sempre assumir o papel de facilitador da tarefa a ser cumprida pelo jogador.

No caso da *<u>Meta Conceitual Fácil:</u>* a escolha das reguinhas é extremamente fácil, por que obvia.

➔ "Sequência de quatro reguinhas: duas monocromática azuis e duas bicromáticas: amarela e vermelha".

No caso da *<u>Meta Conceitual Difícil:</u>* Todas as reguinhas podem ser combinadas para satisfazerem à proposição lógica, mas quais serão elas?

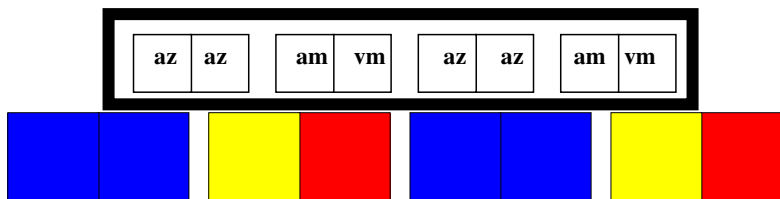
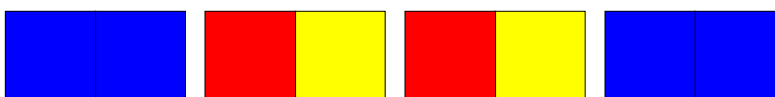
➔ "Seqüência de quatro reguinhas; envolve 3 cores distintas, distribuídas da seguinte forma: 4 azuis, 2 amarelas e 2 vermelhas".

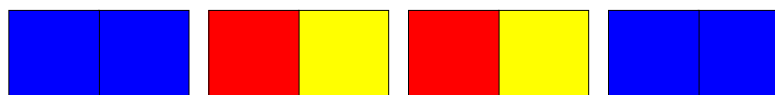
- Neste caso a escolha das 4 reguinhas está bem mais difícil. O jogador deve fazer as escolhas por tentativa e erros no universo das reguinhas duplas, que é composto por 6 elementos, a saber:

- Vamos supor que a primeira das escolhas do jogador seja esta:

- O gerente deverá afirmar, aproximadamente o seguinte: "Há duas reguinhas corretas e as que estão corretas devem ser duplicadas". Note que os casos de reguinhas que irão ser utilizadas mais de uma vez, sempre devem ser mencionados pelo gerente.
- A nova tentativa do jogador poderá ser:

- O gerente irá dizer: "Todas estão erradas".
- Depois de pensar um pouco o jogador apresenta, finalmente o conjunto de reguinhas correto:

- ***O gerente deve confirmar o acerto do jogador.***

37.4.4.- 4º Passo – Busca da Solução Figural para a Proposição Lógica

Agora resta ao jogador colocar as reguinhas em sequência. A quantidade de possibilidades é dada por $PR_4^{2,2} = \frac{4!}{2!\times 2!} = \frac{4\times 3\times 2\times 1}{2\times 1\times 2\times 1} = 6$, que é a quantidade de permutações de 4 elementos, com 2 mais 2, elementos repetidos.
Vamos ver qual seria a solução expressa de forma figurativa e quais seriam as possíveis tentativas do jogador, em particular após as orientações do gerente:

- ***Solução:***

- ***1ª tentativa do jogador:***

- ***Orientação do gerente:*** "Somente duas reguinhas estão na posição correta, mas duas delas estão com as cores invertidas".

- ***2ª tentativa do jogador:***

- ***Orientação do gerente:*** "Três reguinhas estão na posição correta, e as cores de cada uma, estão nas posições corretas".

- ***3ª tentativa do jogador:***

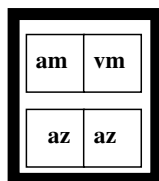
- ***Orientação do gerente:*** "Somente duas reguinhas estão na posição correta, as cores em posições corretas".

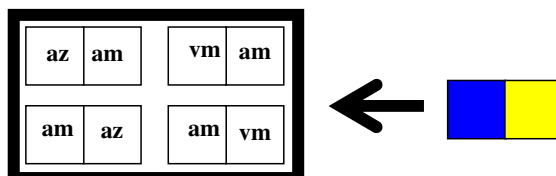
- ***4ª tentativa do jogador:***

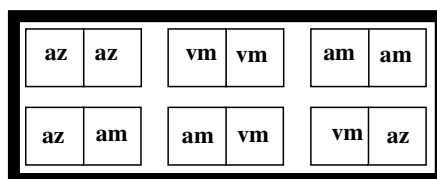
- ***Orientação do gerente:*** "Está correto. Parabéns.".

37.5.- Exemplos de Metas e Suas Proposições

Vamos retomar o Mapa de Metas Conceituais mostrado em 15.4.1.2., e vamos analisar os outros três exemplos ali apresentados, estabelecendo as proposições lógicas a eles correspondentes.

37.5.1.- O 2º Exemplo de Meta Conceitual

<u>*Meta Conceitual:*</u> "Quadrado 2 × 2, com uma reguinha monocromática e uma bicromática".

37.5.2.- O 3º Exemplo de Meta Conceitual

<u>*Meta Conceitual:*</u> "Retângulo com 2 de altura por 4 de largura (o gerente coloca uma reguinha e diz que ela é a que deve ficar no canto superior esquerdo do retângulo); somente reguinhas bicromáticas; as mesmas cores nunca se encontram (ou seja, amarelo não fica ao lado de amarelo, por exemplo)".

37.5.3.- O 4º Exemplo de Meta Conceitual

<u>*Meta Conceitual:*</u> "Retângulo com 2 de altura por 6 de comprimento; 3 reguinhas monocromáticas e 3 bicromáticas; as monocromáticas e as bicromáticas estão alinhadas; as bicromáticas estão interligadas por cores iguais".

37.5.4.- NOTA IMPORTANTE:

Uma meta conceitual pode, ou não, a critério do gerente do jogo, ser fornecida de uma única vez, ou então, pode ser fornecida, no caso de diretrizes muito complexas, aos poucos para facilitar a compreensão do jogador. O jogador pode fazer anotações, não somente sobre as diretrizes, mas também sobre as tentativas e erros cometidos ao longo do jogo até conseguir atingir a meta proposta pelo gerente.

Pode ser, ainda, que o gerente ache necessário dispor previamente algumas reguinhas na posição correta a fim de auxiliar o jogador (inicializar o jogo), veja o 3º exemplo acima.

Cabe realçar mais uma vez que o papel do gerente deve ser visto: ora como o de *supervisor,* ora como o de simples *aplicador,* mas fundamentalmente o seu principal papel é o de *facilitador*, agindo como um professor que pretende que o seu 'aluno', no caso um jogador, compreenda a sua tarefa e a realize com prazer e alegria intelectuais.

37.6.- Sobre as Reguinhas Triplas

Vamos supor que queiramos criar um conjunto de reguinhas triplas, combinando as três cores primárias: amarelo, azul e vermelho, com repetição de cores.

Desta vez, pelo menos, não vamos quere que o nosso leitor se envolva com cálculos que muitas vezes ele nem entende, mas vamos propor uma forma de gerar estas fichas coloridas por tentativas e justificar o nosso raciocínio, o que no final, consistirá num Jogo Para o Raciocínio Lógico bastante estimulante.

37.6.1.- Reguinhas Monocromáticas (Reguinhas com Uma Única Cor)

Aqui temos o caso mais simples: as três quadrículas que formam as reguinhas deverão ter uma mesma e única das três cores escolhidas: amarelo, azul e vermelho.

37.6.2.- Reguinhas Bicolores (Reguinhas com duas das três cores)

Escolheremos agora apenas duas cores para preencher as três quadrículas.
Temos agora um pequeno problema: duas destas três quadrículas devem receber a mesma cor, restando apenas uma quadrícula para a cor restante.

- Seja escolher o amarelo para preencher duas das quadrículas e o azul para preencher a quadrícula restante. Confira na figura a seguir as duas únicas possibilidades de distribuição das cores:

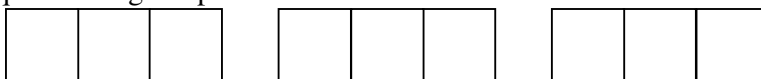
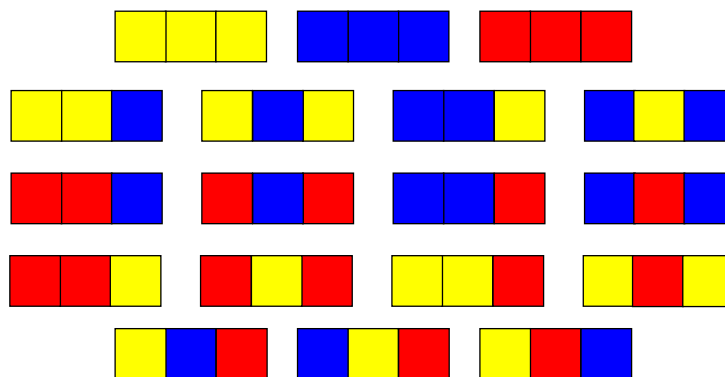
- Por outro lado podemos utilizar o azul em duas quadrículas e o amarelo na quadrícula restante:

Vamos continuar gerando as reguinhas, bastando repetir o procedimento para os seguintes pares de cores: ‘azul & vermelho’ e ‘vermelho & amarelo’, solicitando que o leitor encontre as barrinhas, pintando-as:

- Reguinhas azul & vermelho:

- Reguinhas vermelho & amarelo:

37.6.3.- Reguinhas Tricolores (Reguinhas com três cores)

Vamos adiantar que elas podem ser três, cabendo ao leitor resolver este pequeno(?) problema pintando-as no esquema a seguir apresentado:

Se você está encontrando dificuldade para gerar todas as 18 (dezoito) Reguinhas Triplas, confira a seguir, na a figura que contém todas as reguinhas triplas possíveis, com o que você conseguiu até agora.

37.6.4.- Mapa de Metas Conceituais Para as Reguinhas Triplas

A seguir apresentamos os Mapas de Metas Conceituais para as reguinhas Triplas que foram mostradas na figura acima. As regras para a utilização deste mapa pelo gerente, e as regras para o jogador, são as mesmas utilizadas para as reguinhas duplas (vide item 15.4.).

Mapa de Metas Conceituais – Reguinhas Triplas **Data:________**
Nome do Gerente: _______________ **Jogador ________________**

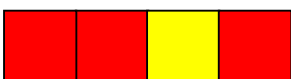
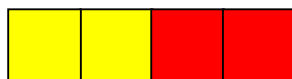
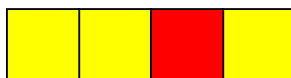
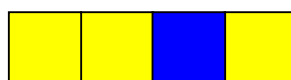
37.7.- Sobre as Reguinhas Quádruplas

Aqui o problema de escolha das cores e da geração das reguinhas torna-se mais complexo do que o proposto anteriormente para as reguinhas duplas e triplas. Por isto iremos trabalhar primeiramente com duas cores, gerando as reguinhas quádruplas monocromáticas e as bicromáticas, para, somente em seguida, nos estendermos no estudo do problema.

37.7.1.- Reguinhas Quádruplas Coloridas

A seguir, vamos propor à elaboração de reguinhas quádruplas utilizando as três mesmas cores anteriormente utilizadas para a elaboração das reguinhas coloridas duplas e triplas: amarelo, azul e vermelho. No entanto aqui, vamos apenas gerar as reguinhas monocromáticas e bicromáticas (bicolores).

- Reguinhas quádruplas monocromáticas:

- Reguinhas com quádruplas bicromáticas, combinando apenas duas cores, tomadas 4 a 4 com repetição:

A seguir apresentamos os Mapas de Metas para as reguinhas Quádruplas que foram mostradas acima.

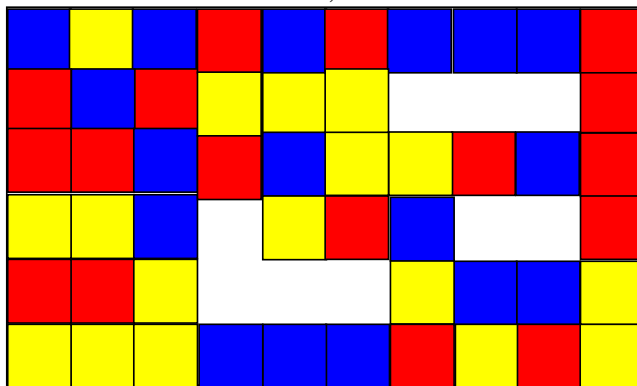
Mapa de Metas Conceituais – Reguinhas Quádruplas Data:______
Nome do Gerente: ______________ Jogador ________________

As regras para estes jogos com este novo tipo de reguinha são as mesmas para as reguinhas duplas.

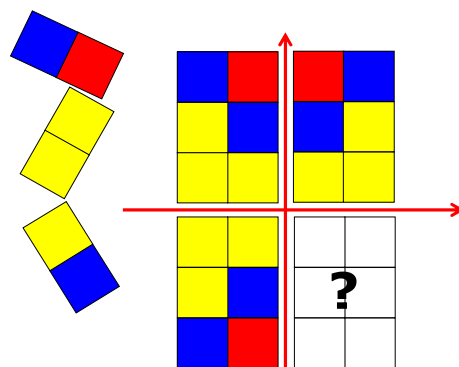
37.8.- Jogo das Composições

As reguinhas podem ser utilizadas no interessante *Jogo das Composições*, em que os jogadores elaboram uma composição com as Reguinhas Coloridas e propõe aos seus oponentes que a reproduzam ou exatamente igual, ou de forma simétrica, utilizando um eixo vertical ou horizontal, ou os dois, como será mostrado a seguir.

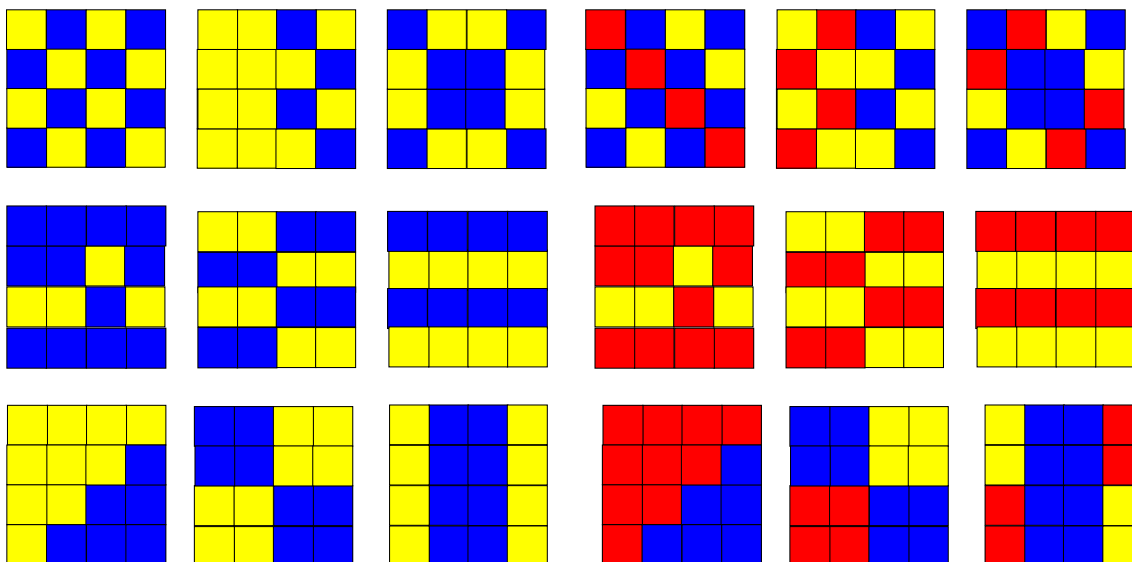
37.8.1.- Composições Simples

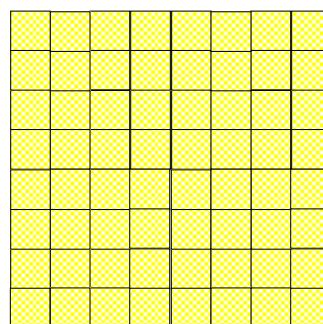
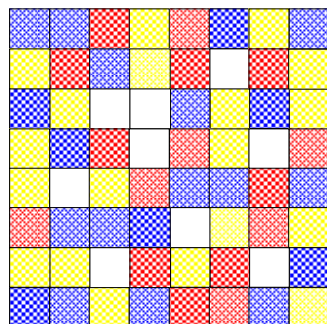
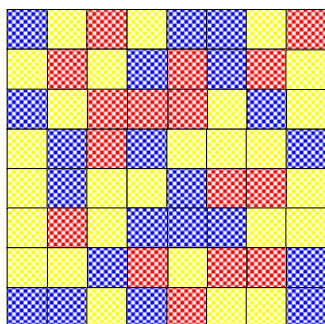
A figura a seguir mostra uma composição em que utilizamos todas as reguinhas triplas, posicionadas, tanto na vertical como na horizontal, onde ainda foram deixados espaços vazios.

Como Jogo Para o Pensamento Lógico, tente refazer esta composição.

37.8.2.- Composições Simétricas

A composição superior à esquerda mostrada no diagrama a seguir – construída com três reguinhas coloridas duplas foi refletida sobre o eixo vertical e sobre o eixo horizontal, gerando figuras simétricas duas a duas. Qual a composição que falta ser elaborada?

37.8.3.- Outros Exemplos de Composições Simples

A seguir o leitor irá encontrar uma série de sugestões para a elaboração de composições simples com as reguinhas coloridas.

37.8.3.1.- Cópias onde se mantém a forma mas se modificam as cores

37.8.3.1.- Composições em que se misturam reguinhas de todos os tipos

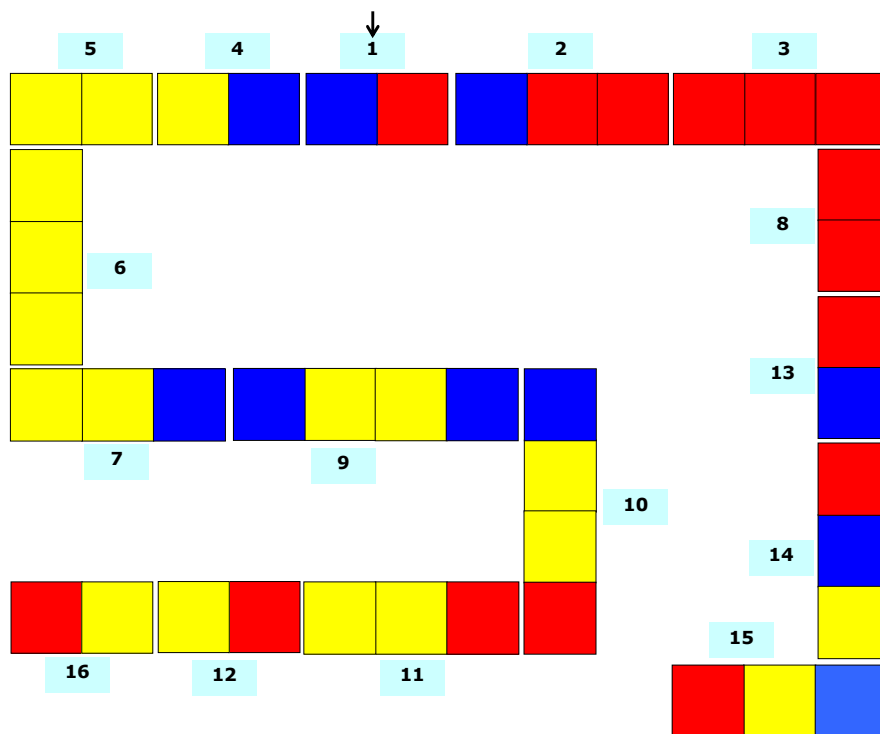
Agora o leitor, poderá tentar como jogo de paciência, montar as mais diversas configurações utilizando as reguinhas duplas, triplas e quádruplas ao mesmo tempo.
Um jogo interessante a ser proposto pelo leitor, que queira desafiar outros jogadores a montarem uma mesma configuração previamente elaborada por ele, ou pintada em um papel quadriculado, este é um jogo a ser jogado contra o relógio. No caso deste jogo, a pintura do papel quadriculado deveria ser feita de acordo com uma configuração prévia, onde foram utilizadas , de fato, as reguinhas. Assim, estas mesmas reguinhas poderiam ser fornecidas ao jogador desafiado, para que ele as utilize na montagem do quebra-cabeças.
Baseado nos desenhos a seguir, tente montar a seguinte composição utilizando todas as reguinhas coloridas. E utilize o quadriculado, já pintado de amarelo, para pintar algumas quadrículas de azul e vermelho, visando criar seus próprios quebra-cabeças. No CD-R que acompanha este livro o leitor irá encontrar estes dois desenhos (em tamanho maior) e uma série de quadriculados já pintados de amarelo para serem impressos e utilizados.

37.9.- O Dominó das Diferenças

O Dominó das Diferenças pode envolver um só dos três tipos de reguinhas – duplas, triplas ou quádruplas – ou envolver uma combinação dois a dois destes tipos, ou até mesmo, os três ao mesmo tempo.
Cada uma das secções destas reguinhas (duplas, triplas e quádruplas) respectivamente 2, 3 e 4, serão referidas, para efeito das regras a seguir, como *quadrículas*.
No *Jogo de Uma Diferença*, as diferenças entre as peças anteriores e a peça a ser jogada, que serão permitidas são as seguintes:

(a) Conservar a quantidade de quadrículas da reguinha anterior e modificar a cor de somente uma das quadrículas;

(b) Aumentar uma quadrícula na nova ficha, desde que ela possua uma das cores da reguinha anterior, *mantendo a mesma disposição das cores da reguinha anterior*;

(c) Diminuir uma quadrícula na reguinha anterior, mantendo as cores restantes;

(d) Manter a quantidade de quadrículas da reguinha anterior e fazer uma permuta perceptível de cores entre duas quadrículas.

O exemplo dado acima deve ser muito bem analisado. O leitor mais aplicado deve conferir cada uma das jogadas mostradas acima de acordo com as letras: (a) , (b) (c) ou (d), de acordo com as possíveis diferenças aceitáveis entre uma peça e outra do jogo:

1/2 – (b)	**2/3 – (a)**	**1/4 – (a)**	**4/5 – (a)**	**5/6 – (b)**
6/7 – (a)	**7/8 – (b)**	**3/8 – (c)**	**7/9 – (b)**	**9/10 – (a)**
10/11– (c)	**11/12– (c)**	**8/13– (a)**	**13/14– (b)**	**14/15– (d)**

Comentário: a jogada **12/16** é proibida, não houve como em (d) a necessária permuta perceptível de cores entre duas quadrículas, pois as fichas são exatamente as mesmas.

37.9.- Sugestões

No caso do Jogo das Metas Conceituais: o gerente poderá criar regras diferentes daquelas aqui sugeridas. Além disto, outros conjuntos de reguinhas poderão ser criadas.
Os leitores devem modificar as regras exibidas no item 37.8. acima, e tentar jogar o Jogo das Duas Diferenças e até mesmo o Jogo das Três Diferenças. Caso encontre dificuldades, poderá recorrer aos *Jogos Para o Pensamentos Lógico* anteriores, desde o JLOGC#01 até JLOGC#05.

JLOGC#38 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 38

A FORMAÇÃO DE CONCEITOS BASEADA EM ESQUEMAS COGNITIVOS

Aqui, inicialmente são apresentadas uma série de considerações teóricas sobre o que sejam os esquemas cognitivos devidas a Jean Piaget, Lev Vygotsky e Gerard Vergnaud que servirão de base para autor propor a sua classificação dos esquemas cognitivos. A partir disto, são apresentados alguns exemplos de esquemas cognitivos baseados em conceitos matemáticos, e um último deles – um esquema cognitivo de identificação baseado na utilização de símbolos associados à linguagem natural (item 38.4.5) – que servirá de base para a proposição de alguns jogos para o pensamento lógico.

38.1.- Introdução

Quando nos defrontamos com conhecimentos que envolvem um conjunto complexo ou extenso de dados, fatos, informações e/ou procedimentos específicos, e com mais razão, quando estes conhecimentos são representados por símbolos[27], signos e até mesmo fórmulas, muitas vezes nos vemos obrigados a reunir todas estas idéias naquilo que se resolveu denominar: *esquemas cognitivos*. Os *esquemas cognitivos* são uma das formas de organizar ou de representar conhecimentos.

Basicamente um *esquema cognitivo* é inicialmente criado na mente do indivíduo, mas normalmente, pode ser colocado sob forma de esboço, quadro sinóptico, síntese, resumo, tabela, mapa ou quadro.

38.1.1- O que são os Esquemas Cognitivos

Os esquemas cognitivos quando ainda não colocados explicitamente sob a forma de anotações, ou seja, quando apenas presentes na mente de um indivíduo, possuem uma série de características que iremos listar a seguir:

- Os *esquemas cognitivos* são subestruturas mentais contidas na estrutura cognitiva de um indivíduo, pelas quais ele organiza intelectualmente novos conhecimentos de forma sintética ou simbólica, e quando necessário, de forma seqüencial – algorítmica[28].
- Um *esquema cognitivo* é o resultado de um processo mental denominado esquematização. A *esquematização*, em função da natureza abstrativa da mente humana (veja JLOGC#35, item 35.2.), é uma operação mental que, podendo ser

---

[27] *Símbolo:* Sinal figurativo, ser animado ou coisa que representa um conceito, do qual é a imagem, o atributo, o emblema. Todo signo convencional abreviativo. *Signo* - Todo objeto ou forma que representa algo distinto de si mesmo. Um símbolo é transformado em signo através da prática, da memorização ou utilização continuada.

[28] Algoritmo: conjunto de ações, regras e/ou operações bem definidas e ordenadas, destinadas à solução de um problema, ou de uma classe de problemas, em um número finito de etapas ou passos; encadeamento das ações necessárias para o desempenho de uma tarefa.

voluntária ou subliminar[29], permite reduzir um complexo de dados conceituais a um *esquema,* que podem assumir, quando escritas, a um esboço, quadro sinóptico, síntese ou resumo, cujos elementos passam a ser entendidos como rótulos. Sob cada um destes rótulos pode subjazer uma série de *outros conceitos* que ao serem interligados conferem o significado a estes rótulos, ou seja, permite dinamizá-los, torná-los operacionais ou transformá-los em ação.

- Os esquemas cognitivos – mentais ou expressos através de notações - são totalmente pessoais, quase nunca transferíveis de forma integral para outrem, ou seja, não são assimiláveis sem profundas adaptações, necessitando explicações e adequações para poderem ser utilizados por outras pessoas quando interessadas em fazê-lo.
- Os *esquemas cognitivos* se modificam com o desenvolvimento mental – isto é: se tornam cada vez mais refinados à medida que um indivíduo desenvolve a sua estrutura mental, ou seja, os esquemas cognitivos se modificam à medida que o indivíduo estuda, experimenta, vivencia e aprende sobre e nos diversos campos do conhecimento humano.
- Os esquemas cognitivos, por serem sintéticos, são ferramentas aplicáveis ou operacionalizáveis a partir de outros elementos presentes na estrutura mental do indivíduo, elementos estes que de alguma forma servem para conferir significado àquelas informações sintéticas ou desencadear uma compreensão mais profunda sobre aquilo que resumidamente consta do esquema cognitivo.
- Para Lev Vygotsky – psicólogo russo contemporâneo de Jean Piaget –, não existe conhecimento sem linguagem, e assim sendo, não se pode criar um esquema cognitivo sem o uso de algum tipo de linguagem: seja ela interna ao indivíduo (o ‘inner speach’, ou seja, linguagem interior ou discurso interior), seja ela a linguagem materna (linguagem que compartilhamos com nosso grupo social, denominada *linguagem natural*), ou ainda, uma linguagem formal (como no caso da Lógica, da Matemática, da Física, da Química, ou das Ciências em geral) ou uma linguagem artificial (códigos de comunicação: Linguagem binária ou hexadecimal, Linguagem Braile, LIBRAS – Linguagem Brasileira de Sinais, Código de Barras, Código Morse etc). Para descrever, acessar, decodificar ou falar sobre todas estas linguagens, normalmente utilizamos a *linguagem natural*, e é assim que ela passa a ser tomada como sendo uma metalinguagem para estas outras linguagens.
- Gerard Vergnaud é um psicólogo francês apontado como uma das forças do tripé da atual *Didática Francesa da Matemática*, composta ainda por Guy Brousseau e Yves Chevallard. Ele formulou a *Teoria dos Campos Conceituais*[30]*,* na qual propõe que os *esquemas cognitivos individuais* (conjunto de saberes epistêmicos[31] do sujeito, assimilados a partir de alguns tipos de experiências intelectuais ou cognitivas) não conseguem reproduzir de forma completa os conhecimentos científicos (saberes institucionais) adotados e transmitidos pelas e/ou nas instituições. Esta dicotomia é, para Vergnaud, o que gera a dificuldade de se compreender o conflito entre os

---

[29] Subliminar: subconsciente; estímulo que não é suficientemente intenso para que o indivíduo tome consciência dele, mas que, repetido, atua no sentido de alcançar um efeito desejado; idéia que não ultrapassa o limiar da consciência, que não é suficientemente intenso para penetrar na consciência, mas que, pela repetição ou por outras técnicas, pode atingir o subconsciente, afetando as emoções, desejos, opiniões, atitudes.

[30] [Vergnaud 1990] Vergnaud, Gerard, “La Théorie des Champs Conceptuales”. (in) Recherches en Didactiques des Mathématiques 10 (2-3), pages 133-170.

[31] Epistemologia: ramo da filosofia que estuda a natureza dos conhecimentos, suas pressuposições e fundamentações, sua abrangência e validade.

princípios teóricos e os fenômenos empíricos que cercam a aprendizagem das ciências, em particular a aprendizagem da Matemática.

- Para Vergnaud, um *esquema cognitivo* é uma totalidade organizada que permite *gerar uma classe de condutas adequadas*, em função das características de cada uma das situações-problema da classe à qual se refere. Um esquema cognitivo é uma *organização abstrata*, invariante *de conduta individual*, especificamente destinada à resolução de uma bem delimitada classe problemas ou situações, cujas características sejam bem definidas.
- Segundo Vergnaud, cada um dos conceitos, [os axiomas[32]] e os teoremas da Matemática representados de forma simbólica e/ou abstrata num *esquema cognitivo,* quando puderem gerar *uma classe de condutas adequadas* aplicáveis na resolução de um problema ou situação-problema, passam a ser denominados *conceitos-em-ação,* [axiomas-em-ação] e *teoremas-em-ação*.
- Um esquema cognitivo contendo idéias matemáticas abstratas só poderá ser considerado *conhecimentos-em-ação* quando eles permitirem que a ação do sujeito se torne operacional gerando *uma classe de condutas adequadas*, fazendo com que ele possa obter, através de suas aplicações, resultados pertinentes e/ou válidos. Os conhecimentos-em-ação são classificáveis como sendo conceitos-em-ação, [axiomas-em-ação] ou teoremas-em-ação.

38.3.- Classificando os Esquemas Cognitivos

Na classificação dada a seguir para os *esquemas cognitivos* – que não é, nem de longe, uma classificação exaustiva – nós fizemos questão de realçar o papel da linguagem, a forma de geração dos esquemas, a forma de acesso aos seus componentes, bem como alguns exemplos:

1. ***Esquemas cognitivos de ação***
2. ***Esquemas cognitivos de identificação***
3. ***Esquemas cognitivos procedimentais***
4. ***Esquemas cognitivos teórico-científicos***
5. ***Esquemas cognitivos operacionais***

1. **Os *esquemas cognitivos de ação*:**
   - Esquemas geralmente internos ao indivíduo;
   - Baseados em imitação, processos de tentativa e erro;
   - São pragmáticos, isto é, são esquemas úteis e que propiciam alguma espécie de êxito ou de satisfação;

[32] Vergnaud em sua *Teoria dos Campos Conceituais* faz referência apenas aos conceitos e teoremas, deixando de fora os axiomas, que a nosso ver devem ser incluídos nesta relação de concepções matemáticas.

- Dirigem as tomadas de decisão naquilo que se refere às ações físicas do indivíduo, por isto, estão mais ligados à linguagem do corpo e do que à linguagem verbal;
- Alguns exemplos: o ato de sugar nos nascituros; o roteiro para ir de um lugar a outro; o remontar um objeto composto de muitas peças depois que o desmontamos.

2. ***Os esquemas cognitivos de identificação:***
   - Esquemas em que se procura estabelecer a correspondência entre símbolos ou signos a seus rótulos linguísticos ou quantitativos – seus 'nomes', ou seus valores numéricos;
   - Usa-se como metalinguagem a linguagem natural;
   - Podem ser apresentados por escritos e em seguida guardados de memória (memorizados);
   - Acessíveis por quem entenda a linguagem natural (português, inglês, francês, árabe, grego etc) em que foi escrito;
   - Alguns exemplos: uma tabela contendo o alfabeto e a sua correspondente pronúncia em francês e/ou inglês; uma tabela com os valores de algumas constantes matemáticas: π (pi); e (número de Eüler); valores de senos, cossenos e tangentes dos valores 0º, 30º, 45º, 60º e 90º.

3. **Os *esquemas cognitivos procedimentais*:**
   - Esquema contendo os pontos essenciais daquilo que diz respeito à hierarquia ou sequência das ações ou procedimentos (esquema ordinal ou temporal; mapa mental ('mind map'); mapa conceitual ('concept map');
   - Criados através do 'inner speach';
   - São *receitas ou algoritmos* formulados com o uso da linguagem verbal ou da linguagem escrita;
   - São acessáveis através da audição ou da leitura;
   - Alguns exemplos: uma receita culinária; um algoritmo com as etapas necessárias para se passar café; um roteiro de viagem.

4. **Os *esquemas cognitivos teórico-científicos:***
   - Esquemas que contém conceitos formais, axiomas e/ou teoremas;
   - Seus elementos são geralmente expressos através de símbolos, signos, constantes (matemáticas, físicas, químicas etc), fórmulas químicas, fórmulas algébricas, relações formais entre aquelas entidades, bem como, através de desenhos esquemáticos: figuras geométricas, gráficos, grafos, diagramas etc;
   - Somente compreensíveis e/ou utilizáveis por aqueles que conheçam a linguagem científica (por exemplo: Lógica, Matemática, Física, Química, Biologia, Psicologia etc) em que elas são apresentadas;

- Somente acessíveis àqueles que dominem a linguagem ou jargão em que foram formulados;
- Para Gerard Vergnaud um *esquema cognitivo teórico-científico* deve ser transformado em *um esquema cognitivo operacional (veja abaixo)* para se justificar como conhecimento válido, ou seja, ser transformável em conhecimentos-em-ação;
- Alguns exemplos: um resumo contendo fórmulas de uma área específica de alguma ciência: um formulário de Geometria Plana; a Tabela Periódica dos Elementos Químicos.

5. ***Os esquemas cognitivos operacionais:***

- São esquemas *mentais internos ao indivíduo* (onde se faz o uso do 'inner speach') que permite que eles, ao se defrontarem com um dado *esquema cognitivo teórico*, possam decodificar e/ou interpretar os símbolos, signos e fórmulas (conceitos formais, axiomas e teoremas) ali presentes;
- Destinam-se a tornar operacionais os conceitos, axiomas e teoremas contidos nos Esquemas Cognitivos Teórico-Científicos através da geração de *condutas adequadas* visando transformá-los em conceitos-em-ação, axiomas-em-ação e teoremas-em-ação;
- É para ser utilizada por um indivíduo na resolução de situações-problema permitindo-lhe de forma eficaz encontrar uma solução[33] que o leve à obtenção de resultado(s) válido(s).

38.3.1.- A Relação entre os Diversos Tipos de Esquemas Cognitivos

Cada um dos tipos de esquemas cognitivos apresentados na classificação anterior pode não ser excludente. Pode ocorrer que um dado esquema cognitivo poderá ser enquadrado em duas ou mais daquelas categorias. Podemos questionar, por exemplo, se os *esquemas cognitivos de ação* e os *esquemas cognitivos operacionais* são equivalentes. A resposta é: '– Não'.
Os *esquemas cognitivos de ação (uma idéia de Jean Piaget)* são primitivos, oriundos de conhecimentos adquiridos por ações/experimentações sensoriais ou físicas no dia-a-dia – exprimível sob a forma uma sequência de ações cognitivas básicas – como as atividades: o ato de sugar, o ato de escovar os dentes, o ato de andar de bicicleta, por exemplo. De acordo com Jean Piaget, estas atividades requereriam um *esquema de ação* – particular e interno a cada indivíduo –, como no caso de uma criança que vai utilizar uma bicicleta para ir de sua casa até o supermercado. A sequência de ações não precisa ser sempre a mesma, mas pode ser adaptar às circunstâncias. Uma criança pode optar por itinerários diferentes, escolher um ou outro supermercado, encontrar ou não o produto procurado, optar por um produto alternativo, parar alguns instantes para conversar com colegas ou devido a um semáforo fechado etc.

Outra questão que pode ser levantada seria a seguinte: de que serve um *esquema cognitivo teórico*, se o indivíduo não compreende a linguagem científica ou o jargão em que ele foi formulado. Mesmo reconhecendo a linguagem ou o jargão – por exemplo, consideremos a linguagem lógico-matemática em um *esquema cognitivo teórico* – o indivíduo pode não saber interpretar e/ou decodificar os símbolos, signos e fórmulas (conceitos formais, axiomas e teoremas)

---

[33] Solução: conjunto de operações que devem ser executadas para se encontrar a(s) resposta(s) de um problema ou equação.

presentes naquele esquema, ou seja, ele não domina os *fundamentos operacionais* que permitam tornar operacionalizável aquele *conteúdo cognitivo formal*.

A resposta a estas duas questões é a mesma: ***'– Não servem para nada!'.***

38.4.- Exemplos de Esquemas Cognitivos

Escolhemos como nossos exemplos três esquemas cognitivos, sendo que dois deles são baseados em concepções matemáticas. Os esquemas que escolhemos são os seguintes:

1. ***Como passar café***
2. ***Calcular o MDC de números inteiros positivos***
3. ***Propriedades da Igualdade e da Desigualdade***
4. ***Formulário Básico de Geometria contendo Conceitos, Axiomas e Teoremas***
5. ***Formulário Básico de Símbolos Linguísticos***

38.4.1.- Como Passar Café

É sempre desejável que um algoritmo seja eficaz e eficiente:

- A eficácia diz respeito à solução do problema que ele propõe resolver, o algoritmo é eficaz quando ele é infalível;
- A eficiência de um algoritmo diz respeito à quantidade de passos nele existentes, quanto menor quantidade de passos mais eficiente ele será.

Receita para se fazer café

1. **Adquira café de boa qualidade**
2. **Aqueça a água sem deixar que entre em ebulição**
3. **Coloque num coador de papel duas colheres de pó de café para cada litro de água**
4. **Despeje a água lentamente não deixando que o coador transborde**
5. **Com a água quente restante escalde as xícaras e o bule**
6. **Coloque o café no bule**
7. **Sirva o café**
8. **Adoce-o a vontade**
9. **Tome o café ainda quente**

O algoritmo acima irá nos mostrar que mesmo a mais perfeita hierarquia de ações possui interstícios que exigem tomadas de decisão não previstas, em resumo, o algoritmo acima não é eficaz. Vejamos por que:

- Quanto à aquisição do café de boa qualidade pode-se perguntar: o café a ser adquirido deve ser solúvel, em grãos ou em pó. Nada disto consta do algoritmo.
- A água deve ser filtrada, ozonizada, natural, ou com gás?
- O coador deve ser de pano ou de papel?
- O coador deve ter um suporte?
- O café deve sempre ser colocado num bule?
- A única forma de se tomar café é em xícaras?

- Pode-se adoçar o café com açúcar branco, açúcar mascavo, adoçante artificial a base de estévia, aspartame ou ciclamato?

De acordo com o que afirmamos no início deste item, o algoritmo acima não garante que o café passado irá agradar ao paladar das pessoas que irão ingeri-lo – talvez nem venha a ser passado por alguém que nunca soube o que é passar um café. O algoritmo não é eficaz, havendo dúvidas sobre a eficiência, pois o que parece que a quantidade de passos apesar de aparentemente econômica exigiria mais passos ou um maior número de informações.

38.4.2.- Calcular o MDC e o MMC de números inteiros positivos

O algoritmo a seguir permite calcular eficazmente o Máximo Divisor Comum (MDC) de dois números inteiros. O MDC de dois números inteiros A e B é o maior dos valores que dividem ao mesmo tempo A e B.

Algoritmo para o Cálculo do MDC

[1] Números inteiros positivos: A, B e M]

[2] Número inteiro: R

[3] Escolha dois números inteiros A e B;

[4] Se A > B faça: Maior←A e menor←B
Senão: Maior←B e menor←A;

[5] Dividir Maior por menor obtendo o R;

[6] Se R não for zero então Maior←menor e menor←R e repetir o passo [4]

[7] Fazer M ← menor

[8] Escrever: *O MDC entre* A *e* B *vale* M.

Quanto à eficiência pode-se perguntar se poderemos obter o mesmo resultado com uma quantidade menor de passos. A resposta é ' –Sim".

38.4.3.- Propriedades da Igualdade

As propriedades da igualdade são três: reflexiva, simétrica e transitiva. Nos esquemas a seguir pode-se verificar a evolução possível deste esquema cognitivo: do mais simples ao mais complexo.

Vamos apresentar o esquema que naturalmente pode ser construído por estudantes do Ensino Básico:

Propriedades da Igualdade
1. Reflexiva: a=a
2. Simétrica: se a=b então b=a
3. Transitiva: a=b e b=c então a=c

No esquema cognitivo a seguir, ao contrário do anterior, são inseridos símbolos lógico-matemáticos abstratos que permitem formalizar as propriedades em um nível que seria compreensível por estudantes do Ensino Médio. Note que o esquema cognitivo a seguir, só será significativo para os estudantes que conseguirem fazer a 'leitura' dos símbolos lógico-matemáticos ali envolvidos (veja na figura destacados em amarelo).

Deve-se notar que os itens 1, 2 e 3 constantes do esquema cognitivo a seguir só podem ser entendidos ou ganhar um significado operacionalizável por quem souber ler os símbolos lógico-matemáticos que ali aparecem. Em outras palavras: a operacionalização do esquema cognitivo abaixo depende da existência de conhecimentos altamente especializados – a compreensão de símbolos lógico-matemáticos – na estrutura mental dos indivíduos.

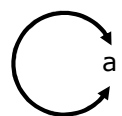
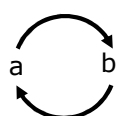
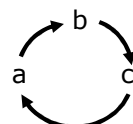
Propriedades da Igualdade

1. Reflexiva: $\forall a \in \mathbb{R}$, $a=a$
2. Simétrica: $\forall a \in \mathbb{R}$, $\forall b \in \mathbb{R}$, $a=b \Rightarrow b=a$
3. Transitiva: $\forall a \in \mathbb{R}$, $\forall b \in \mathbb{R}$, $\forall c \in \mathbb{R}$, $a=b \wedge b=c \Rightarrow a=c$

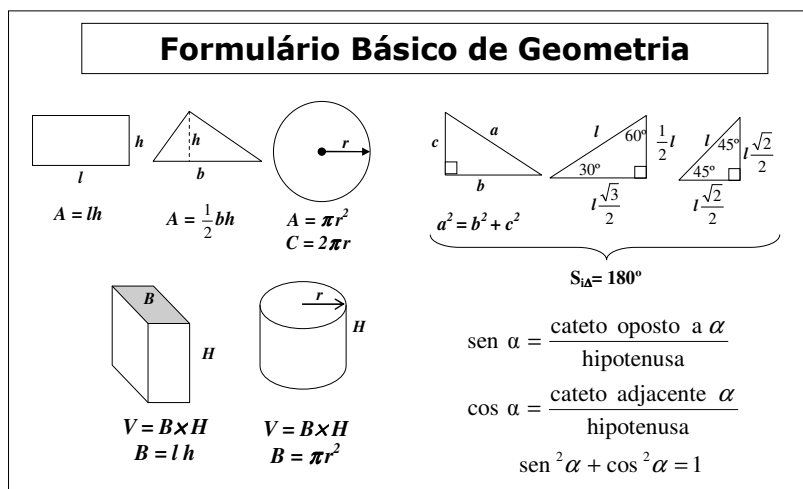
Linguagem Lógico-Matemática

Símbolos que devem ser compreendidos pelo indivíduo, devem estar presentes na sua estrutura mental:

$\mathbb{R}$ – conjunto dos números reais;
$\forall$ – quantificador universal: "qualquer que seja ..."
$\in$ – símbolo de pertinência: "... pertence a ..."
$\Rightarrow$ – símbolo da implicação lógica: "se ... então ..."
$\wedge$ – símbolo da conjunção lógica: "e"

O esquema cognitivo a seguir é bastante abstrato por ser composto apenas por figuras esquemáticas - grafos[34]. O significado deste conjunto de idéias está ligado ao título "Propriedades da Igualdade", sem o qual os grafos perderiam muito do seu significado.

38.4.4.- Formulário Básico de Geometria

Vamos supor que o *'Formulário Básico de Geometria'* mostrado abaixo, poderia ter sido elaborado por um estudante do ensino médio para enfrentar uma prova bimestral de Geometria em que se pudesse consultar um formulário. Este é o 'seu' *esquema cognitivo.*

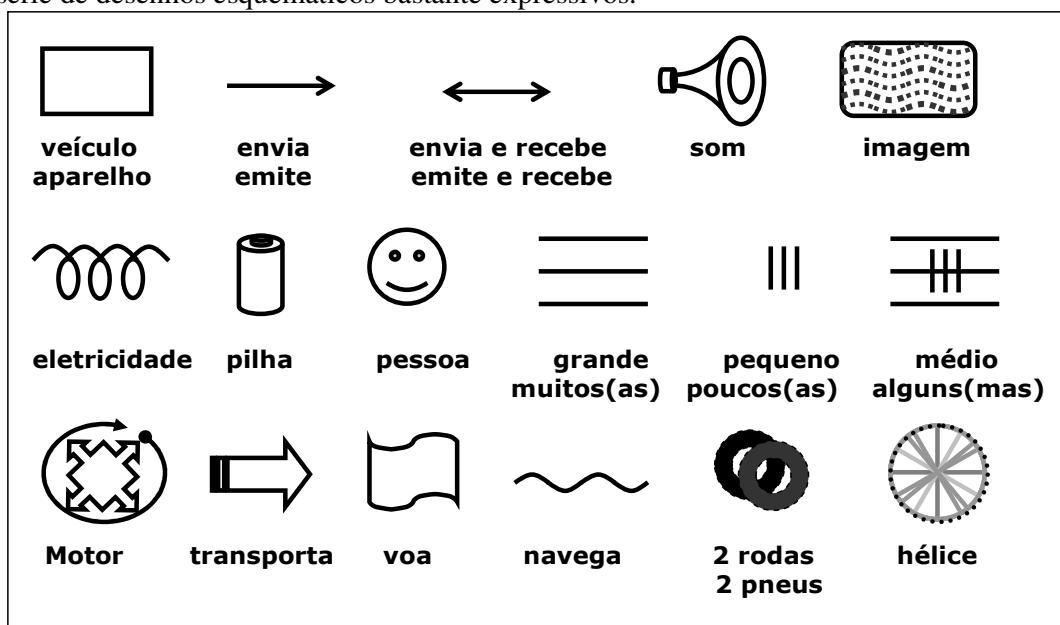
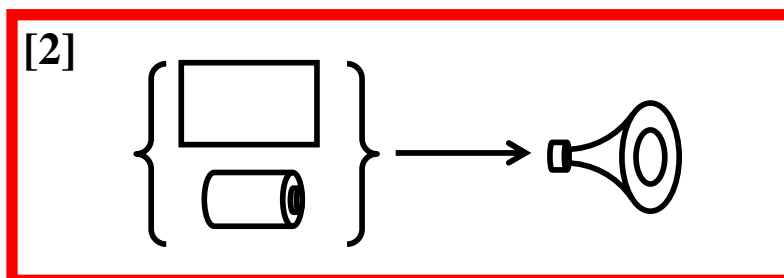
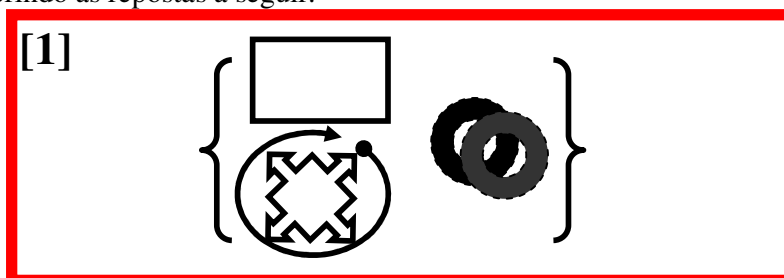
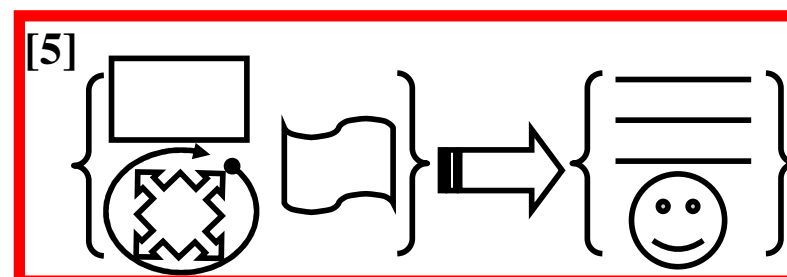
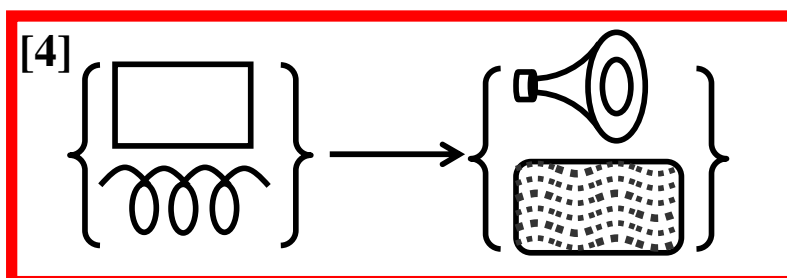
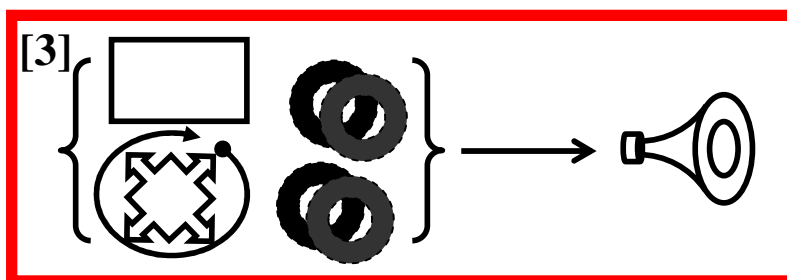
[34] Grafos: diagrama composto de pontos, alguns dos quais são ligados entre si por linhas, e que é geralmente usado para representar graficamente conjuntos de elementos inter-relacionados.

O que se sabe é que um *esquema cognitivo* é individual e praticamente intransferível, e não nos espantaria se o leitor não conseguisse explicar a maioria dos *conceitos* e *teoremas* matemáticos apresentados no esquema cognitivo mostrado acima, mesmo que alguns deles lhe parecessem familiares.
Vamos supor, continuando o nosso raciocínio, que o leitor fosse um professor cujo objetivo fosse 'ensinar' matemática, fazendo com que seus estudantes fossem capazes de elaborar para seu uso um esquema cognitivo bastante próximo do acima apresentado, e o tornasse plenamente operacional. Em outras palavras: o nosso professor (o leitor) pretende que aquele estudante tenha a competência suficiente para elaborar o esquema cognitivo acima e que possa aplicar os conceitos e teoremas matemáticos ali presentes, de forma eficaz na resolução de problemas, levando-o à solução e à obtenção de um resultado válido.

O caminho que normalmente o professor teria que seguir seria criar oportunidades de aprendizagem tais que permitissem aos seus alunos:

1. Associar cada um daqueles símbolos e signos matemáticos (*A, C, π, r, l, b, h, B, H* etc) aos seus significados – leitura e interpretação –, bem como aos seus valores conceituais ou quantitativos;
2. Associar cada figura geométrica – planas ou sólidas – à nomenclatura e significado dos entes aritméticos, algébricos e geométricos que estão a elas associados;
3. Associar cada um dos conceitos à sua definição, seguida de exemplificação;
4. Associar a cada um dos teoremas os seus respectivos enunciados, bem como dos nomes que eles porventura tenham, seguidos de sua demonstração – ou, no mínimo, de comprovação, dedução ou validação – e de suas possíveis aplicações na resolução de problemas-modelo,
5. Propor aos estudantes uma série de exercícios – de preferência dicas para o encaminhamento e com respostas – para uma exercitação individual metódica;
6. Propor a resolução de exercícios de compreensão e, quando necessário, de exercícios de fixação ou de revisão.
7. Propor que o estudante faça um formulário bastante sintético de todo o conteúdo aprendido e que será necessário para a resolução dos problemas a serem propostos numa prova bimestral.

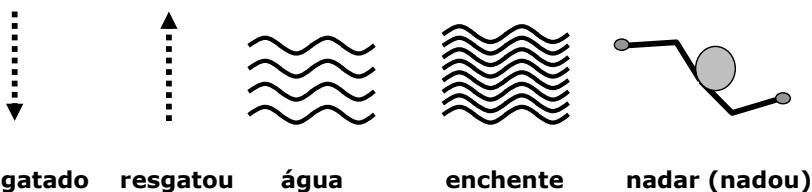
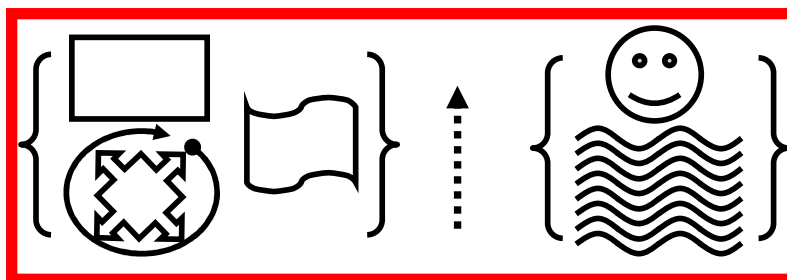
Vamos acrescentar a partir de nossa experiência prática educacional no campo das matemáticas escolares que este processo demandaria pelos menos dois meses de estudo por parte dos estudantes se tivéssemos que partir do zero, e pelo menos um mês se estivéssemos fazendo um resgate dos conteúdos aprendidos por aqueles alunos em algum instante de sua vida escolar pregressa.

38.4.5.- Formulário Básico de Símbolos Linguísticos em Português

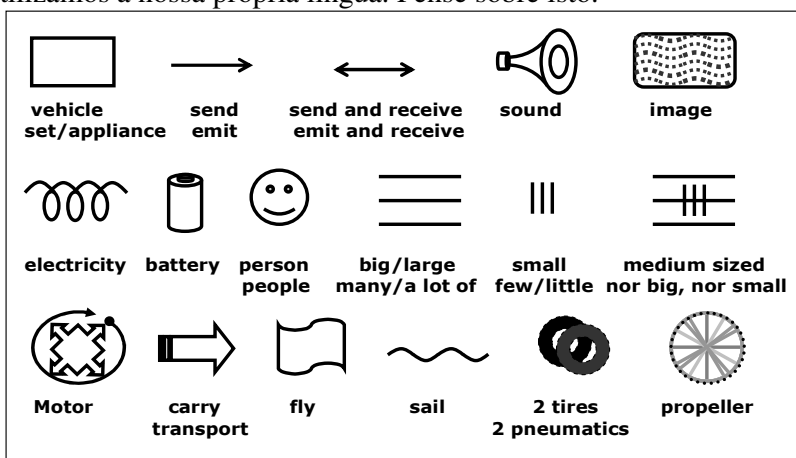
Este é um *Esquema Cognitivo de Identificação*, em que se estabelecem rótulos linguísticos para uma série de desenhos esquemáticos bastante expressivos.

As fichas apresentadas a seguir são compostas pelos símbolos linguísticos do *Esquema Cognitivo de Identificação* apresentado acima. O leitor é convidado a identificar os objetos que cada um deles representa, conferindo as repostas a seguir.

38.4.5.1.- Respostas

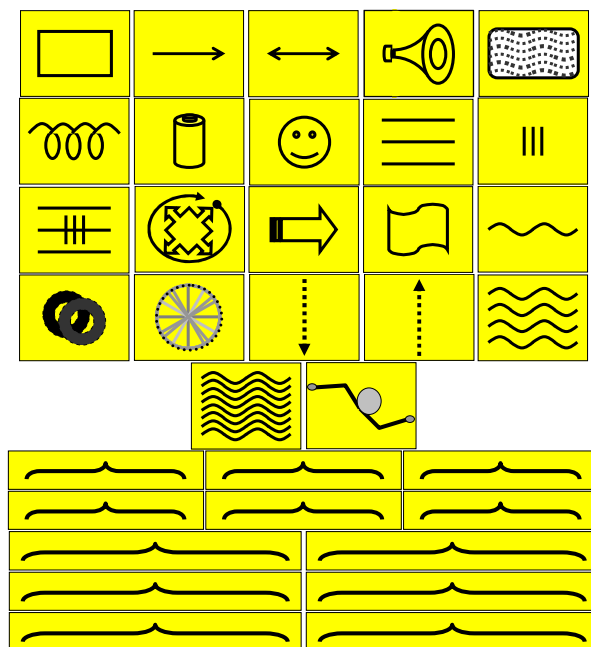
As respostas tidas como possíveis para as fichas, são as seguintes: [1] veículo motorizado com dois pneus: ‘motocicleta’; [2] Aparelho a pilha que emite som: ‘rádio de pilha’; [3] Veículo motorizado com 4 pneus que emite som: ‘carro de som’; [4] Aparelho elétrico que emite som e imagem: ‘televisão’; [5] Veículo motorizado voador que transporta muitas pessoas: ‘avião de passageiros’.

38.4.6.- Mais Símbolos a Serem Incorporados ao Nosso Esquema

Iremos acrescentar mais cinco símbolos ao nosso *Esquema Cognitivo de Identificação*, que são os seguintes:

A título de exercício, solicita-se ao leitor que identifique o que está representado na ficha a seguir:

Note que aqui teremos que inferir que o 'veículo motorizado voador' usado para resgatar pessoas deve ser um helicóptero, assim, a ficha nos diz o seguinte: 'Um helicóptero resgatou uma pessoa da enchente'.

38.4.6.- Formulário Básico de Símbolos Linguísticos em Inglês

A seguir apresentamos o mesmo esquema cognitivo no qual traduzimos as palavras do português para o inglês que pode ser aproveitado para dar nomes aos objetos na língua inglesa. No entanto, não podemos nos limitar apenas ao conteúdo linguístico do esquema, mas temos que dominar mais algumas palavras nesta língua, o que torna o processo de identificação mais complexo do que aquele em que utilizamos a nossa própria língua. Pense sobre isto.

38.5.- Jogando com as Fichas Simbólicas

O conjunto de fichas apresentado a seguir – aqui em tamanho reduzido -, que constam em verdadeira grandeza na pasta do JLOGC#38 no CD-R que acompanha este livro, deve ser impresso e plastificado. As fichas devem, em seguida, ser recortadas uma a uma, com a finalidade de se propor Jogos Para o Pensamento Lógico que envolvam a formação de conceitos a partir de símbolos linguísticos.

Note que os símbolos acima podem ser utilizadas tanto para a identificação de objetos ou situações tanto em português como em inglês, em particular para aqueles que conhecem bem esta língua.

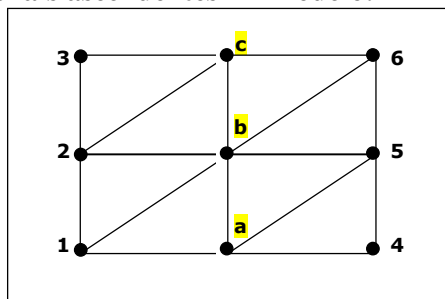
JLOGC#39 – JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 39

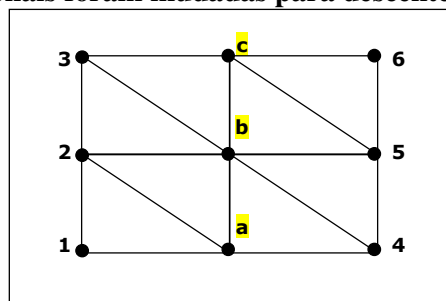
A FORMAÇÃO DE CONCEITOS BASEADA EM SÍMBOLOS MATEMATICAMENTE ESTÁVEIS

Retomamos aqui o Jogo dos Caminhos de: 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6 (JLOGC#36) *para, utilizando apenas os 1º e 5º Casos de Reticulado, dar nomes aos nós intermediários (a, b e c) criar uma família de cartões com diversos caminhos passando por estes nove nós. A formação de conceitos com a utilização destes cartões é baseada em termos numéricos, tais como: caminhos de 1, 2 ou 3 até 4, 5 ou 6, passando por a, b ou c, e/ou também em termos geométricos, tais como: segmentos nas posições horizontal, vertical, diagonal descendente ou diagonal ascendente.*

39.1.- Os Cartões deste Novo Jogo

No JLOGC#34, intitulado '*Caminhos de 1, 2 ou 3 para 4, 5 ou 6'*, nós criamos, estudamos e propusemos jogos com os cartões-caminhos. O desenho apresentado naqueles cartões era um reticulado formado por quatro retângulos que se diferenciavam pelas posições relativas de cada uma de suas diagonais. Pudemos gerar 16 modelos distintos daqueles cartões (reveja o JLOGC#34).
Aqui, onde estaremos preocupados com a *Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Matematicamente Estáveis,* nós iremos adotar apenas dois tipos daqueles 16 cartões, acrescentando as letras a, b e c (veja destaque em amarelo nos dois cartões escolhidos) para dar nome aos nós intermediários, fazendo assim, que todos os nós passem a ter um 'nome': 1, 2 ou 3; a, b ou c; 4, 5 ou 6, nomes estes que são alocados de baixo para cima..

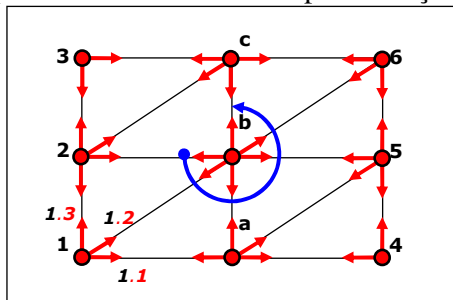
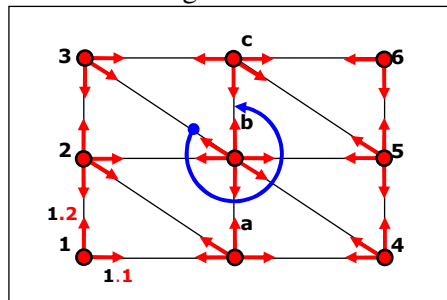
***Tipo A:* Todas as diagonais ascendentes – 1 modelo:**

Modelo A-1

Tipo E: Todas as diagonais foram mudadas para descentes – 1 modelo:

Modelo E-1

Outro detalhe que conferirá a este jogo a característica de estarmos nos defrontando com símbolos matematicamente estáveis, além da nomenclatura dada aos nós, será a adoção das direções: horizontal, vertical, diagonal, diagonal ascendente, diagonal descendente, ascendentes e

descendentes, além dos conectivos lógicos: ∧ ('e'), ∨ ('ou') e a negação ¬ ou ~ ('não') que poderão ser utilizadas de forma simbólica ou verbal.

39.1.1.- Traçando os Caminhos

Nas figuras a seguir, o leitor irá observar que a partir de cada nó, estão desenhadas em vermelho todas as possibilidades de escolha para o traçado de cada um dos segmentos:

diagonais ascendentes diagonais descendentes

Deve-se observar ainda que:

(1) O sentido sugerido de escolha de cada um destas possibilidades de traçado de segmentos devem seguir o sentido de rotação anti-horário como mostra a seta em azul mostrada nos desenhos acima;

(2) Há duas proibições no traçado dos caminhos: não se deve passar duas ou mais vezes por um mesmo nó e nem se pode cruzar um caminho já desenhado.

39.2.- Jogo de Formação dos Conceitos

Os atributos (qualidades) e suas negações, bem como os conectivos lógicos que podem ser utilizados nos jogos de *Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Matematicamente Estáveis* são os seguintes:

- ***Início:*** 1, 2 ou 3;
- ***Término:*** 4, 5 ou 6;
- ***Nós intermediários:*** a, b ou c;
- ***Quantidade de segmentos:*** 2 (caminho minimal), 3, 4, 5, 6, 7 ou 8 (caminho maximal);
- ***Diagonais:*** ascendentes ou descendentes;
- ***Direções:*** horizontal, vertical, diagonal;
- ***Negação:*** ¬ ou ~ ('não')
- ***Conectivos:*** ∧ ('e'), ∨ ('ou')

39.2.1.- As Regras do Jogo de Formação de Conceitos

Vamos retornar o JLOGC#36 *(A Formação de Conceitos Baseada em Símbolos Linguisticamente Estáveis)* e repetir, com pequenas alterações, as regras do Jogo de Formação de Conceitos, vistas no item 36.2.2.daquele JLOGC com pequenas modificações. Os jogadores familiarizados com aquelas regras podem dispensar o que vem a seguir apresentado.

O nosso Jogo da Formação de Conceitos Baseados em Símbolos Matematicamente Estáveis pode ser levado avante de duas maneiras:

- *Primeiro caso:* o jogador nunca viu antes os cartões e nem conhece os atributos;

- *Segundo caso:* o jogador nunca viu antes os cartões, mas estudou, esquematizou e memorizou os atributos e pode reconhecer os termos da linguagem usual.

Dito isto, vamos às regras do jogo destinado ao *Jogo da Formação de Conceitos Baseados em Símbolos Matematicamente Estáveis*:

- *Primeiro Passo:* Anotada num pedaço de papel pelo aplicador ou gerente do jogo, a proposição (a sentença oculta) a ser descoberta deve ser guardada à vista dos jogadores, mas sem que eles possam lê-la;
- *Segundo Passo:* O gerente embaralha e distribui aleatoriamente os cartões (em quantidades *aproximadamente* iguais) entre os jogadores (lembrando que, além do gerente, deve haver pelo menos mais 3 outros jogadores);
- *Terceiro Passo:* Os jogadores, de forma ordenada, devem colocar um cartão sobre a mesa, com a face voltada para cima, e o gerente dirá: "SIM" se o cartão satisfizer a "proposição que estará escondida" e "NÃO", caso contrário.
- *Quarto Passo:* Os cartões que satisfizerem à proposição devem ser dispostos em uma linha reta, um ao lado do outro. Os cartões que não satisfazem à proposição deverão ser também agrupados em linha ou dispostas de forma organizada sobre a mesa – na forma tabular, isto é, formando uma tabela –, veja um exemplo desta disposição dos cartões, a seguir.

- *Quinto Passo:* O jogador que acha que descobriu a "sentença oculta" deve interromper os demais jogadores dizendo: "Eu sei!" (ou algo parecido) e deve dizer a sentença para o supervisor que aprovará ou não o que foi dito, ou orientará os jogadores sobre os erros. Se o jogador errou, ele sai do jogo, e passa suas cartas para os demais jogadores. Se houver dois ou mais jogadores que pensam que descobriram a regra, eles devem lançar um dado, aquele que obtiver o número mais alto é que será o primeiro a dizer a "sentença".
- *Sexto Passo:* O jogador que conseguir validar a proposição, que foi escrita pelo gerente, ganha o jogo, e passará a ser o gerente da próxima rodada.
- *Sétimo Passo:* Em caso de acerto, a regra que havia sido escrita pelo supervisor, deverá ser exibida aos demais jogadores para que eles a validem.
- *Oitavo Passo:* Caso nenhum dos jogadores acerte a sentença, ela deverá ser exibida, e o supervisor deve recomeçar o jogo (voltar ao *Terceiro Passo*).

39.2.2.- Sugerindo Algumas Sentenças Para o Jogo

Podemos utilizar os atributos acima listados para formar alguns dos seguintes tipos de frases (proposições ou sentenças ocultas), lembrando que estas são apenas alguns exemplos:

- *"Início X, término Y";*

- *"Não iniciado em X e terminando em Y"*
- *"Não iniciado em X e não terminando em Y"*
- *"Iniciado em X_1 ou X_2 ou X_3 e terminando em Z"*
- *"Início X, término Y, passando por Z"*
- *"Início X, passando por Z"*
- *"Final X, passando por Z"*
- *"N segmentos horizontais"*
- *"M segmentos verticais"*
- *"N segmentos horizontais e M segmentos verticais"*
- *"N segmentos horizontais, M segmentos verticais e P segmentos diagoinais"*
- *"P segmentos ascendentes"*
- *"Q segmentos descendentes"*
- *"R segmentos diagonais"*
- *"P segmentos ascendentes e Q segmentos descendentes"*
- *"Início X e P segmentos ascendentes"*
- *"Início em X e término não-em-Y"*
- *"Início em X e não-passando-por Z"*
- *"Início em X terminando em Y ou W"*
- *"Início em X não-passando-por Z_1 ou Z_2"*
- *"Início em X passando por Z_1 ou Z_2 ou Z_3"*
- *"Início em X terminando em Y_1 ou Y_2 ou Y_3"*

Com a prática, os jogadores poderão identificar as sentenças mais difíceis dentre as expostas acima e, poderão ainda, formular novas sentenças mais fáceis ou até mais difíceis que as anteriores.

39.3.- Classificando este Micromundo

De acordo com os *Prolegômenos* deste livro este micromundo é completo, fechado e tem estabilidade gráfica e linguística. A estabilidade linguística fica obviamente pela linguagem matemática (que pode ser utilizada ao se nomear os seus elementos).
A estabilidade gráfica deste conjunto de cartões permitirá que possamos jogar o *Dominó das Diferenças*, cujo estudo de viabilidade é deixado a cargo do leitor.

JLOGC#40 - JOGOS PARA O PENSAMENTO LÓGICO Nº 40

FORMAÇÃO DE CONCEITOS BASEADA EM SÍMBOLOS LINGUISTICAMETE INSTÁVEIS

Os cartões de Bruner, Goodnow e Austin (JLOGC#36) possuem quatro atributos, extremamente padronizadas em termos de cores e quantidades de elementos. Nós iremos apresentar aqui um novo conjunto de cartões em que a quantidade de cores (amarelo, azul, vermelho e verde) é variável, mas a quantidade de elementos é fixa (6 quadrados e 3 círculos), no entanto a disposição das cores em cada um dos cartões é bastante variada e complexa. Este novo conjunto de cartões possibilitará o uso de expressões lingüísticas e/ou simbólicas equivalentes para exprimir os 'conceitos a serem descobertos', e esta, é exatamente o diferencial destes cartões com relação àqueles estudados no JLOGC#36.

40.1.- Um Conjunto de Cartões Bastante Complexo

O conjunto de cartões que iremos propor a seguir para um *Jogo Indutivo de Formação de Conceitos*, apesar de inspirados nas idéias de *Bruner, Goodnow e Austin,* tem uma estrutura bastante complexa, que exigem uma análise mais atenta por parte dos jogadores em termos de identificação dos atributos (qualidades).

Na elaboração destes cartões, não foram estabelecidos rótulos a priori, sendo que a nomenclatura de cada um dos elementos do conjunto destes cartões será adaptativa, amoldando-se às circunstâncias dos jogos ou dos próprios jogadores, a partir de suas habilidades vocabulares.

Este micromundo tem as seguintes características: é um *micromundo não fechado, não estável linguisticamente e a transição de um de seus elementos para outro não é uniforme, ou seja, este é um micromundo aberto, linguisticamente instável e a transição entre seus elementos é não uniforme.*

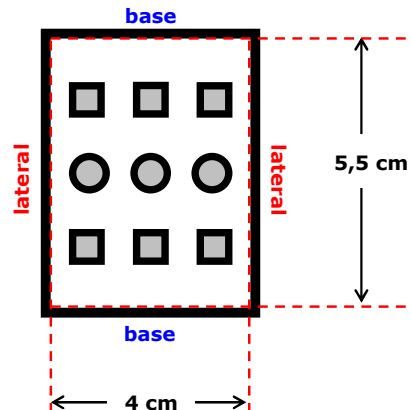
40.1.1.- Um Micromundo Aberto, Instável e Não-uniforme

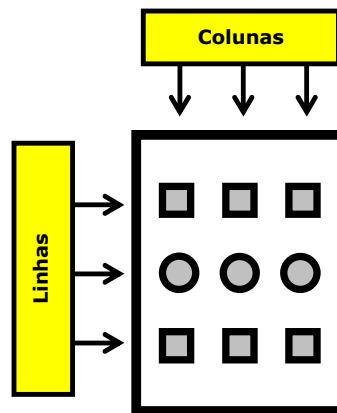
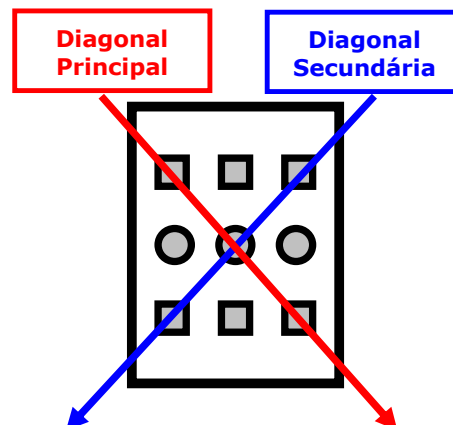
O cartão suporte, que irá receber os desenhos e cores para formar o conjunto de Cartões Conceituais Quantidade-Cores-Posições, será apresentado a seguir.

Como se sabe, o conjunto de cartões deste micromundo, devido principalmente à sua *instabilidade linguística*, não será analisado em todos os seus atributos, iremos abordar apenas algumas de suas propriedades mais notáveis, seja porquê passaram desapercebidas pelo autor, seja porquê, ele nem sequer imaginou, ou mesmo, deixou para traz , por julgá-las incluídas em outras instâncias já mencionadas nesta análise. Ou em outras palavras, como há muitas possibilidades linguísticas de rotulação das propriedades dos cartões deste micromundo, o leitor poderá descobrir outros rótulos para a classificação de conjuntos de cartões, que não foram abordados pelo autor. Sinto muito..., mas por isto mesmo, parabéns aos leitores atentos que possam dar a sua colaboração para o aprimoramento das idéias, a seguir apresentadas pelo autor.

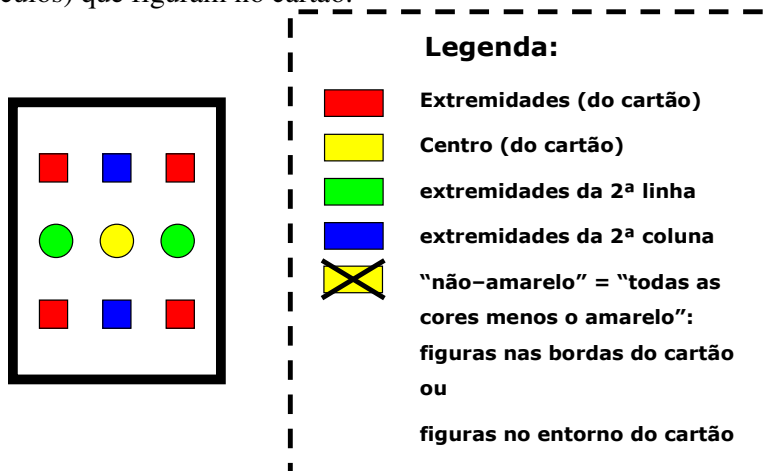
40.2.1.1.- O Cartão Suporte – Estrutura e Colorização

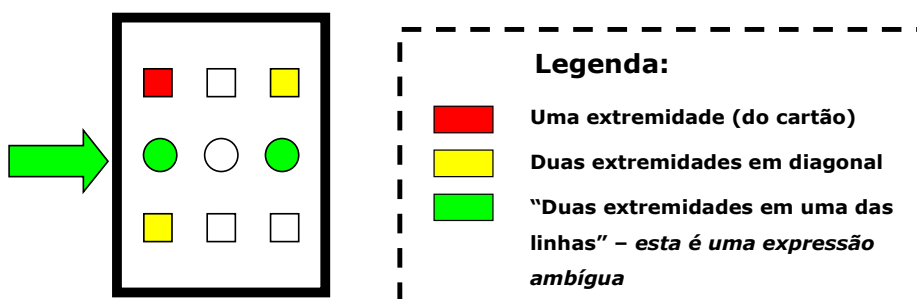
Este é o modelo de cartão-suporte para a elaboração dos Cartões Conceituais Quantidade-Cores-Posições, cujas medidas aproximadas, descontadas as bordas, devem estar próximas de: 4cm ×

5,5cm. Note que estes cartões, sendo retangulares, devem ser orientados ao longo do jogo como estando assentados sobre um de seus lados menores, denominados ‘base’.

No cartão-suporte acima, com fundo na cor branca, e as bordas, pretas, são vistas 9 pequenas figuras, 6 quadrados e 3 círculos, dispostos de forma simétrica, podendo ser considerados como formando alternativamente:

- 3 linhas (posições ‘horizontais’) ou 3 colunas (posições ‘verticais’),

- duas diagonais, sendo uma diagonal principal ou uma diagonal secundária;

As 9 figuras, os 6 quadrados e os 3 círculos presentes no cartão suporte, receberão de forma bastante organizada, 4 das seguintes cores: amarelo, vermelho, azul e verde.

40.2.1.1.- O Cartão Suporte – Colorização e um Ensaio de Nomenclatura

Na figura a seguir são *sugeridos alguns nomes* a serem dados às posições relativas das figuras (quadrados ou círculos) que figuram no cartão.

Note que *estes nomes são apenas sugestões*, podendo-se adotar ainda muitas formas de nomeação à medida que se faça necessário, ou dependendo do contexto em que se desenvolva o jogo Eis alguns exemplos possíveis de nomeação, algumas delas mostradas na figura a seguir:

- "*Uma extremidade do cartão*" ou simplesmente "*uma extremidade*";
- "*Duas extremidades em diagonal*";
- "*Duas extremidades em uma linha do cartão*";
- "*Uma extremidade da 2ª linha*",
- "*Extremidades de uma linha*",
- "*Extremidades de uma coluna*",.

Há também algumas expressões equivalentes entre si que podem ser adotadas:

- "*Duas figuras alternadas da 1ª linha*" que seria o mesmo que "*as duas extremidades da 1ª linha*", "*duas extremidades na 3ª linha*".
- "*Dois círculos alternados*" que seriam exatamente o mesmo que "*extremidades da linha central*" ou ainda "*extremidades da 2ª linha*".

Há expressões ambíguas ou *multivaloradas* (*multivalentes*) como:

- "*Extremidades em uma das linhas*" se refere a qualquer linha, seja ela a 1ª, a 3ª ou a central.
- "*Extremidades em uma das colunas*" pode se referir a qualquer coluna, seja ela a 1ª, a 3ª ou a central.

- "*Duas extremidades*" podem estar se referindo às extremidades do cartão, extremidades de uma linha ou de uma coluna;
- "*Figuras enfileiradas*", neste caso, entendido como "*figura numa mesma fila*", pode ser uma referência a qualquer linha ou qualquer coluna, sejam elas a 1ª, a 3ª ou central, bem como em uma das diagonais.

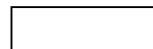
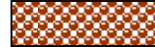
É nisto, fundamentalmente, que reside a complexidade deste conjunto de cartões: certas instâncias geradas por seus atributos podem admitir – ou até exigir – algum tipo de variabilidade vocabular, seja ela em termos de sinonímia (o uso de palavras sinônimas) ou a antonímia (o uso de palavras antônimas), bem como o uso de expressões similares (logicamente equivalentes) ou opostas (negações lógicas).

40.2.1.2.- Um Jogo Para o Pensamento Lógico

Um bom jogo para o Pensamento Lógico seria o de se elaborar uma tabela com todas as expressões linguísticas imaginadas pelo leitor, comparando-as quanto à equivalência e classificando-as como exata ou ambígua. Isto o ajudará a formular as proposições lógicas equivalentes e aceitáveis como corretas durante o jogo da formação de conceitos com os cartões Quantidade-Cores-Posições permitindo ao jogador relacionar as idéias percebidas ou intuídas a partir dos símbolos tidos como válidos ou positivos e os símbolos tidos como *não válidos* ou negativos, mesmo sem conhecer as propriedades daqueles cartões. Ou seja, mesmo que o jogador nada conheça das características dos cartões em jogo, ele possa encontrar um rótulo linguístico – sob a forma de proposição lógica –, que apesar de bastante pessoal, satisfaça à proposta do gerente do jogo.

40.3.- Os Diversos Tipos de Cartões e as Cores do Verso

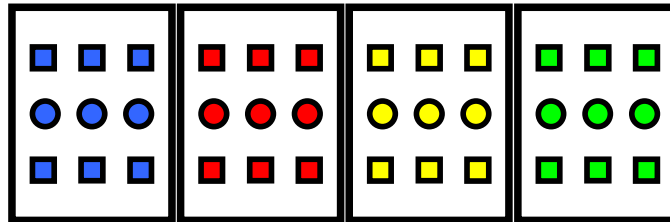
Há várias possibilidades da elaboração de *Cartões Conceituais Quantidade-Cores-Posições* utilizando-se as cores básicas (azul; vermelho; amarelo; verde). Estes cartões podem ser monocromáticos – cujos elementos gráficos se apresentam apenas em um das quatro cores –, os cartões bicromáticos, os tricromáticos e os quadricromáticos – onde as quatro cores serão tomadas duas a duas, três a três ou quatro a quatro, respectivamente.
Os cartões mono, bi, tri e quadricromáticos podem ser agrupados segundo a cor a ser impressa no verso dos mesmos.

- Grupo 1 – monocolores ou monocromáticos,
  - Cor do verso: branca
- Grupo 2 – bicolores,
  - Cor do verso: cinza
- Grupo 3 – tricolores,
  - Cor do verso: laranja

- Grupo 4 – quadricolores;
    - Cor do verso: marrom

40.30.1.- Nota Importante

Neste JLOGC#40 iremos apresentar apenas os cartões monocromáticos e bicromáticos, respectivamente Grupo 1 e Grupo 2, os demais grupos (Grupo 3 e Grupo 4) devem ser buscados no *Anexo A* deste livro, intitulado *'Novos Modelos de Cartões Lógicos'*, onde apresentamos vários novos modelos de cartões visando oportunizar aos leitores modificarem os jogos apresentados no livro ou criarem seus próprios jogos.

40.4.- Grupo 1.- Cartões Unicolores ou Monocromáticos

São cartões 4 cartões tais que, em cada um deles, todas as 9 figuras aparecem numa mesma cor, são também denominados *cartões básicos*.

- *Quantidade de Cartões:* 4 (quatro)

- *Sugestões de Nomenclatura* – "cartão unicolor..." ou "cartão monocromático..." ou simplesmente "cartão azul"; "cartão vermelho"; "cartão amarelo"; "cartão verde".
-

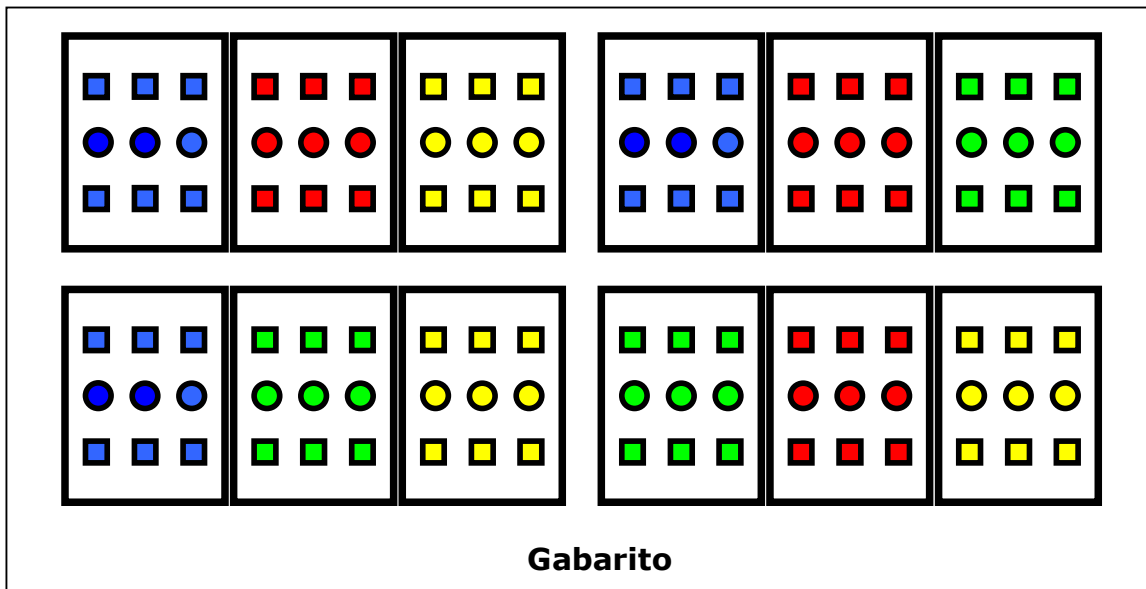
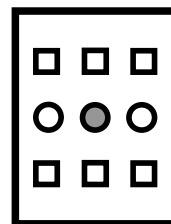
40.5.- Grupo 2.- Cartões Bicolores

A geração dos cartões bicolores é muito mais simples do que a geração dos demais cartões (tricolores e quadricolores).
Nós vamos mostrar a seguir o método para a geração dos cartões bicolores, que se constitui no seguinte:

1. Os 4 cartões monocolores (cartões do Grupo 1, acima) devem ser combinados 3 a 3, formando grupos. Para calcularmos a quantidade de grupos assim formados utilizamos a fórmula das Combinações Simples:

$$C_{4,3} = \frac{A_{4,3}}{P_3} = \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 4$$

2. Os quatro grupos são mostrados na figura a seguir. Estes quatro grupos formam um gabarito sobre o qual iremos colocar uma nova, de forma muito bem organizada – de acordo com o cartão-modelo mostrado no item 3 a seguir –, uma cor distinta daquela que figura no cartão – por exemplo: um cartão azul só poderá receber a segunda cor escolhida entre: verde, amarelo ou vermelho.

Gabarito

3. Escolhe-se um cartão-modelo onde a posição da nova cor é destacada – a figura mostrada a seguir é apenas um dos muitos casos possíveis:

4. Dá-se um nome àquele tipo de distribuição das novas cores, ou seja, neste exemplo: "cartão bicolor com...":

   - *"... uma cor diferente no centro";*
   - *"... uma cor distinta no centro";*
   - *"... uma mesma cor no entorno do centro";*
   - *"... uma só cor nas bordas do cartão";*
   - *etc ...*

5. Uma nova cor, distinta daquela constante do cartão deve ser inserida, e isto de acordo com o cartão-modelo, como será mostrado exaustivamente a seguir.

40.5.1.- Subgrupos de Cartões Bicolores (Subgrupos do Grupo 2)

Para facilitar, vamos analisar a seguir, cada caso da geração de Cartões Bicolores (Grupo 2) em separado, nos referindo a cada um destes casos como *Subgrupos do Grupo 2,* de acordo com a seguinte nomenclatura.

GRUPO 2: 228 cartões[35]

---

[35] Como já foi mencionado anteriormente no item 17.2.1., este é um micromundo aberto, instável e não-uniforme. Isto pode ser comprovado pelo leitor, ao estudar o processo de geração dos cartões bicolores, que por mais extensa que

- Subgrupo 2.A- Inserção de uma cor no centro
- Subgrupo 2.B- Inserção de uma cor na extremidade da 2ª linha
- Subgrupo 2.C- Inserção de uma cor numa extremidade do cartão

  → 2.C.1- Inserção de cor numa extremidade da diagonal principal
  → 2.C.2- Inserção de cor numa extremidade da diagonal secundária
- Subgrupo 2.D.- Inserção de uma cor nas duas extremidades de uma diagonal

  → 2.D.1- Inserção de uma cor distinta nas duas extremidades da diagonal principal
  → 2.D.2- Inserção de uma cor distinta nas extremidades da diagonal secundária
- Subgrupo 2.E.- Inserção de uma cor nas 4 extremidades do cartão
- Subgrupo 2.F.- Inserção de uma cor distinta numa das diagonais

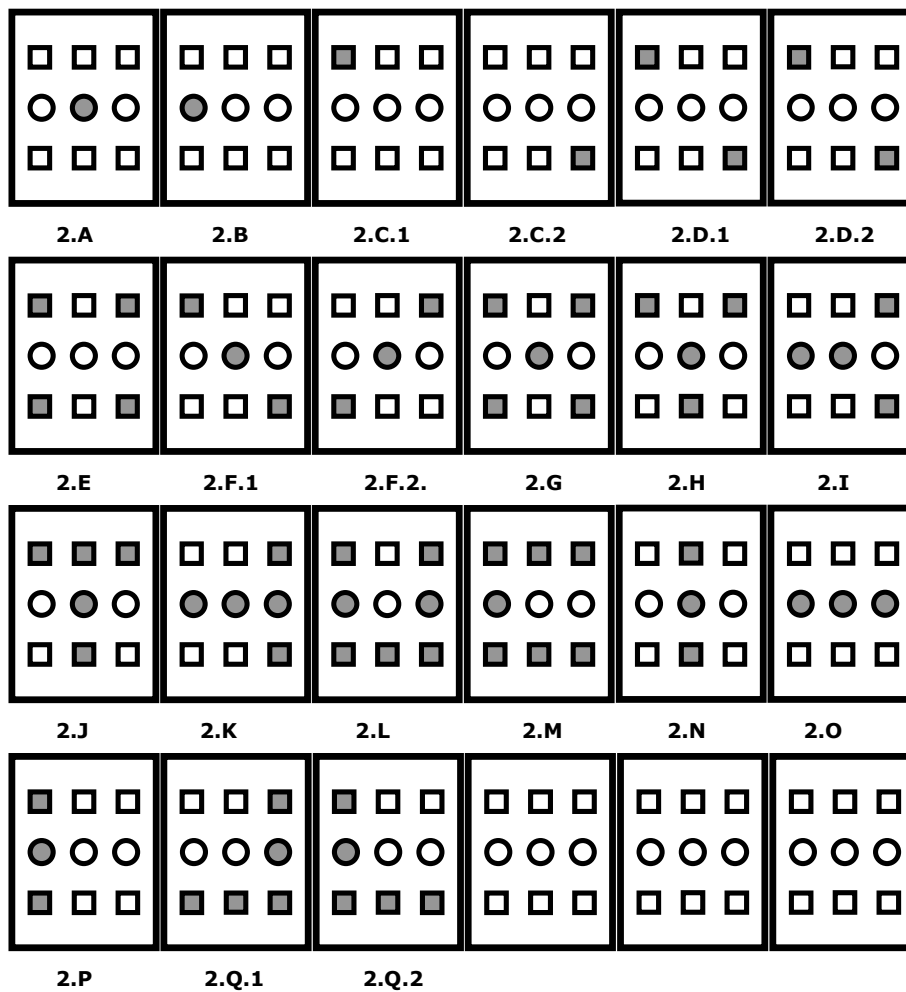
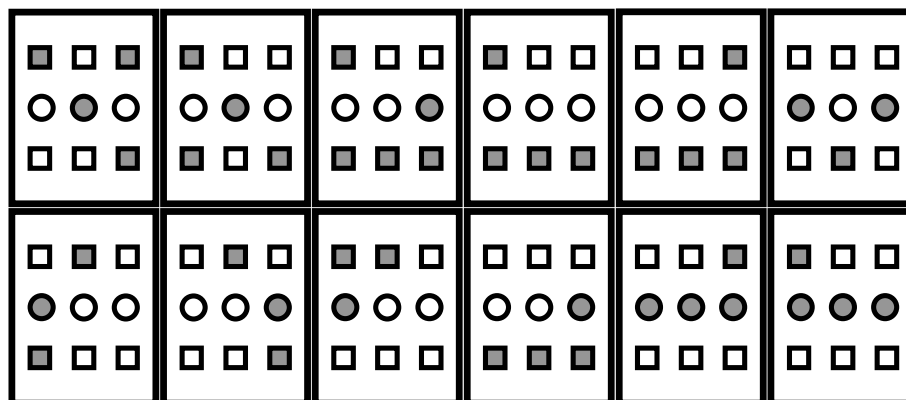
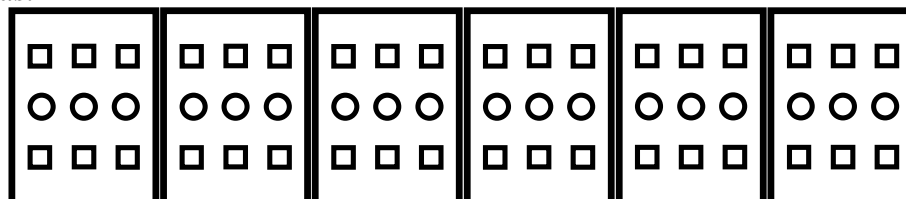
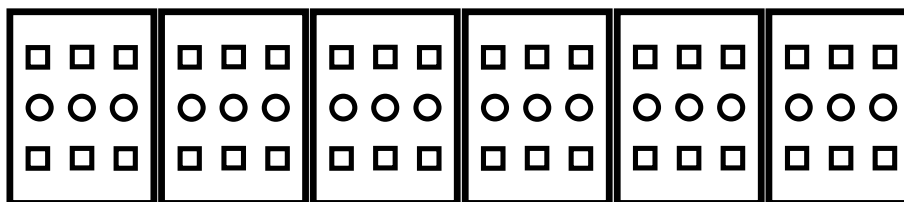
  → 2.F.1- Inserção de uma cor na diagonal principal
  → 2.F.2- Inserção de uma cor na diagonal secundária
- Subgrupo 2.G.- Inserção de uma cor distinta nas duas diagonais
- Subgrupo 2.H. - Inserção de uma cor formando um "Y" ou "V" em Pé
- Subgrupo 2.I.- Inserção de uma cor formando um "Y" ou "V" deitado
- Subgrupo 2.J.- Inserção de uma cor distinta formando um "T" em Pé
- Subgrupo 2.K.- Inserção de uma cor distinta formando um "T" Deitado
- Subgrupo 2.L.- Inserção de uma cor distinta formando um "U"
- Subgrupo 2.M.- Inserção de uma cor distinta formando um "C"
- Subgrupo 2.N.- Inserção de uma cor formando um "I" central em Pé
- Subgrupo 2.O.- Inserção de uma cor formando um "I" central deitado
- Subgrupo 2.P.- Inserção de uma cor distinta formando um "I" na Borda
- Subgrupo 2.Q.- .- Inserção de uma cor distinta formando um "L" na Borda

  → 2.Q.1.- "L invertido"
  → 2.Q.2.- "L" – a letra L na sua posição normal

40.5.2.- Esquema Cognitivo Para os Cartões Bicolores

Cabe lembrar aqui aos leitores, que este conjunto de cartões por fazerem parte de um *Micromundo Aberto, Instável e Não-uniforme,* sofre naturalmente de uma grande variação, seja na nomenclatura escolhida pelo gerente do jogo, seja em particular, em termos das escolhas feitas pelos jogadores. O leitor que pretende rever alguns exemplos deste fato, deve reler cuidadosamente os itens 17.2., 17.4. e 17.5. acima.
Ora, se para cada vez que um subgrupo de cartões bicolores podemos ter um nome linguisticamente distinto do anterior, melhor seria, estabelecer um esquema que relacionasse a estética de distribuição da segunda cor nos cartões básicos com as sigla que acompanham cada um daqueles subgrupos de cartões (2.A, 2.B, 2.C.1, 2.C.2 etc), como mostrado a seguir.

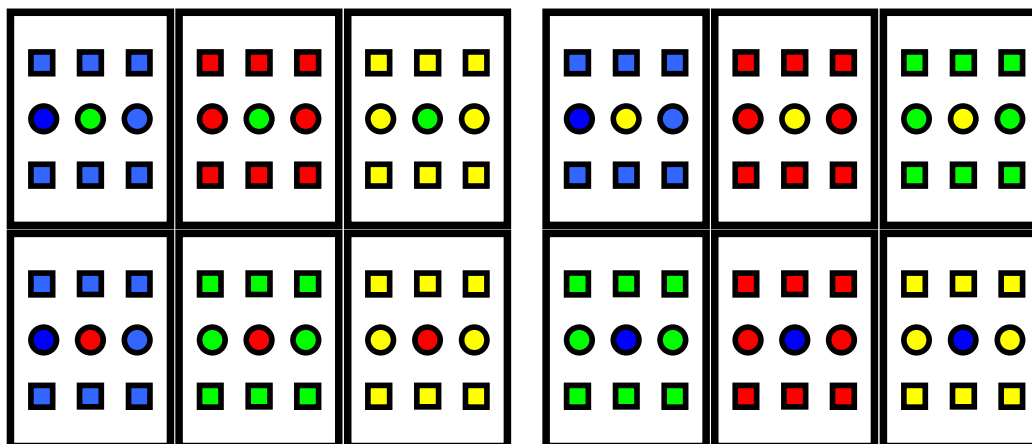
---

tenha sido, deve ter, evidentemente, deixado de lado muitas outras possibilidades de se colorir os cartões usando duas das quatro cores básicas a cada vez.

40.5.3.- Outras Possibilidades de Geração de Cartões Bicolores

Tente as suas:

40.5.4.- Gerando Cartões Bicolores

O leitor irá ver que: primeiramente apresentamos a quantidade de cartões gerados naquele subgrupo, para em seguida, apresentar os cartões e, finalmente, pelo menos para os primeiro subgrupos gerados, iremos sugerir algumas das várias possibilidades de nomeá-los.

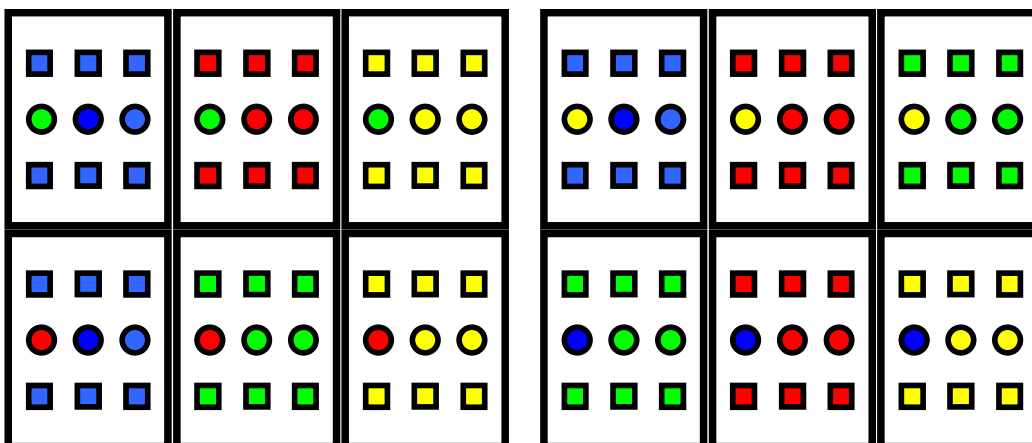
Subgrupo 2.A- Inserção de uma cor no centro

Neste grupo, os cartões básicos (cartões monocolores) irão receber de acordo com a escolha estética de distribuição da segunda cor, uma cor distinta daquele que nele figura, no círculo central. Vale a pena conferir.

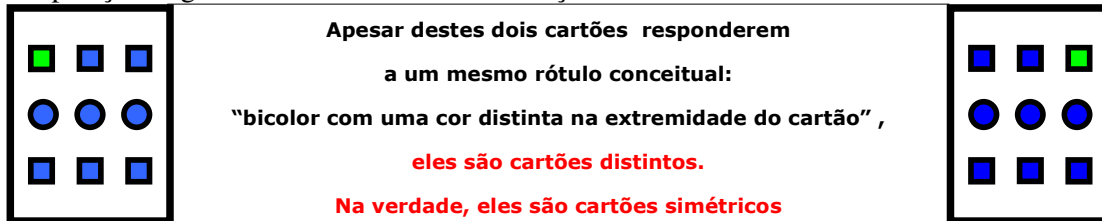
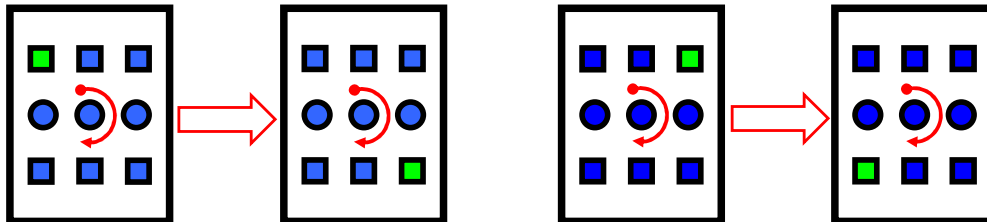
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

- *Sugestões de Nomenclatura* – "cartão bicolor com...": *"...uma cor diferente no centro"; "...uma cor distinta no centro"; "...uma mesma cor no entorno do centro", "uma só cor nas bordas do cartão".*

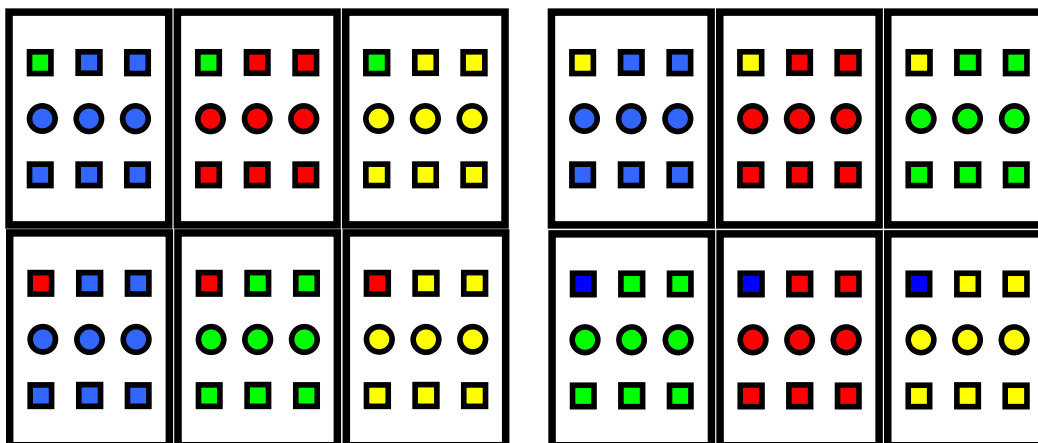
Subgrupo 2.B- Inserção de uma cor na extremidade da 2ª linha

Neste grupo, os cartões básicos (cartões monocolores) irão receber uma cor distinta daquele que nele figura, no círculo lateral.

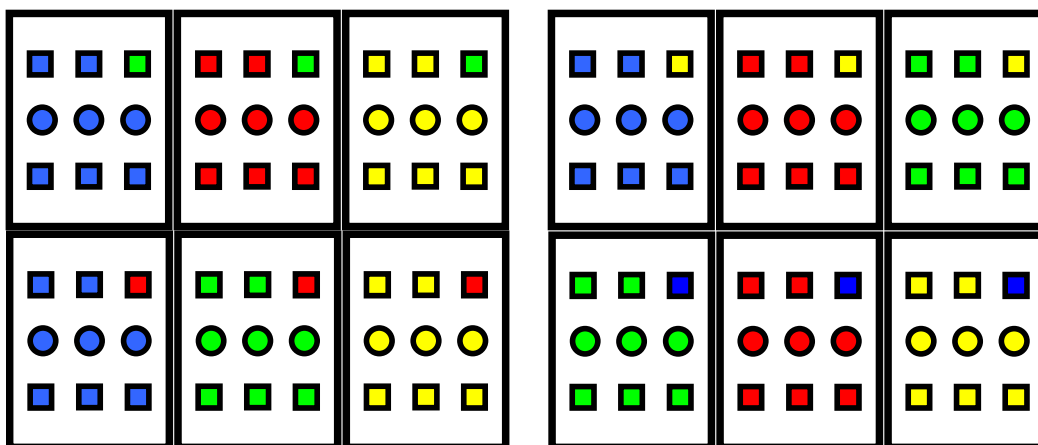
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

- *Sugestões de Nomenclatura* – "cartão bicolor com...": *"...uma cor diferente numa borda"; "...uma cor distinta na 2ª linha"; "...uma cor distinta da borda da 2ª linha".*

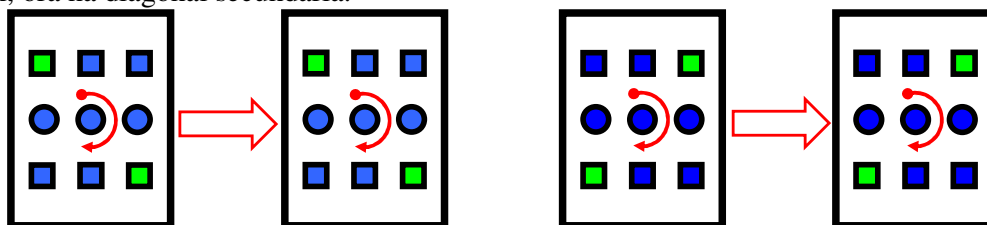
Subgrupo 2.C- Inserção de uma cor numa extremidade do cartão

Cada um destes cartões possui um outro cartão, que respondendo ao mesmo conceito: "bicolor com uma cor distinta na extremidade do cartão" é um novo cartão, distinto do anterior. Eles são cartões com disposições figurais simétricas uma com relação à outra.

Para comprovarmos que eles são simétricos um do outro basta girar cada um deles de 180º , como mostrado na figura a seguir.

Nestes cartões bicolores – em que uma cor é inserida numa extremidade do cartão – a cor pode ser inserida tanto numa extremidade pertencente à diagonal principal como à diagonal secundária gerando, assim, cartões distintos entre si, gerando dois grupos distintos com 12 cartões cada: 12.C.1 e 12.C.2., mostrados a seguir.

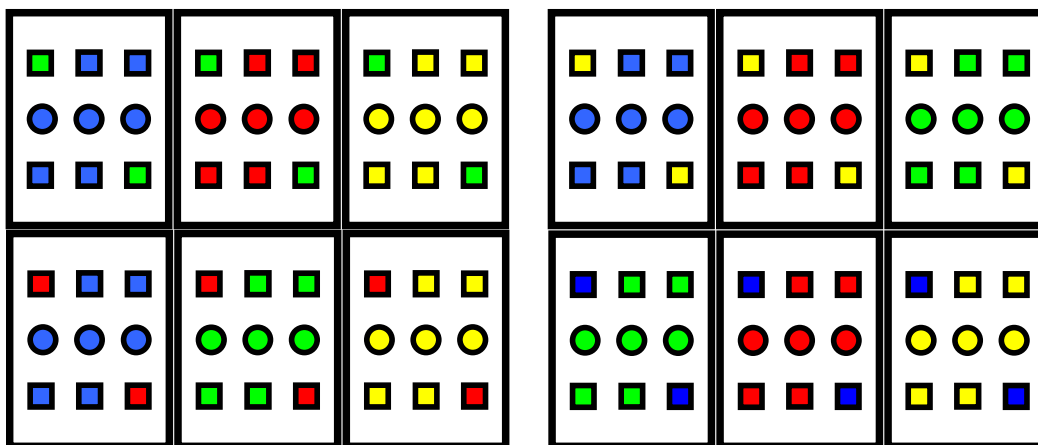
2.C.1- Inserção de cor numa extremidade da diagonal principal

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

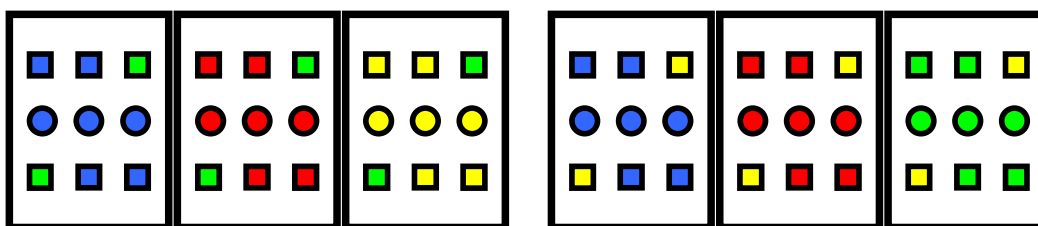
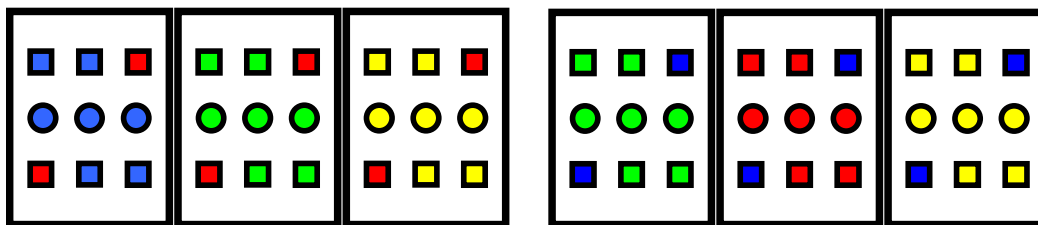
2.C.2- Inserção de cor numa extremidade da diagonal secundária

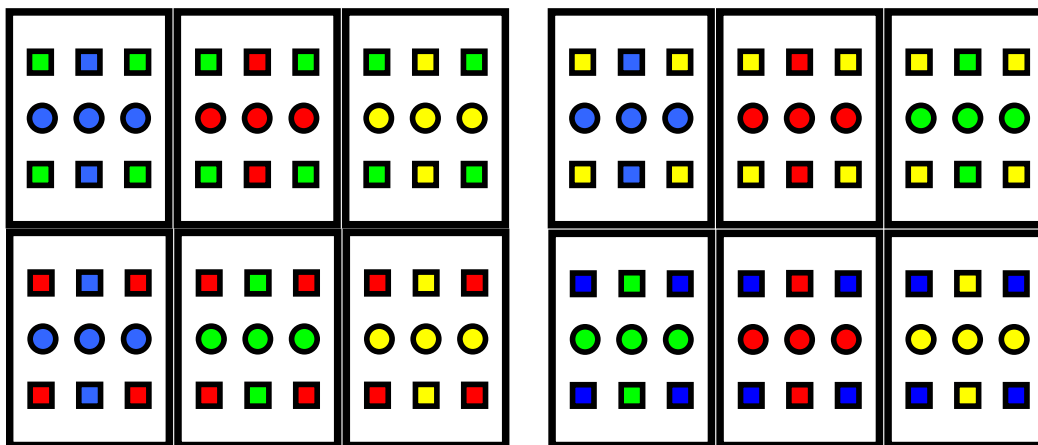
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.D.- Inserção de uma cor nas duas extremidades de uma diagonal

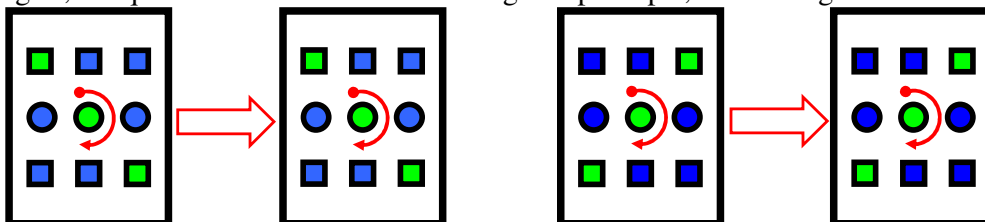
Nos cartões dos grupos 2.D.1. e 2.D.2., a segunda cor foi inserida nas extremidades ora da diagonal principal, ora na diagonal secundária.

Cada cartão de um destes grupos é simétrico a um a ele correspondente no outro grupo. Para verificar isto, basta girar cada um deles de 180º , como mostrado acima.

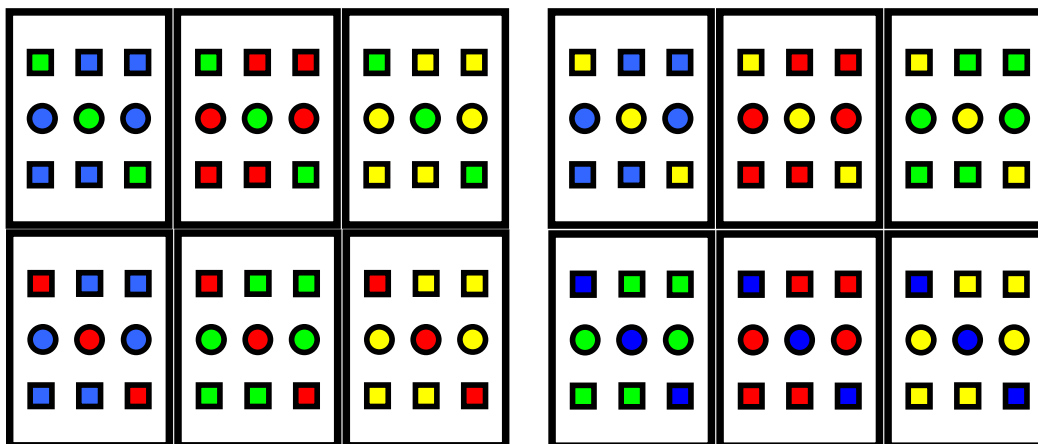
2.D.1- Inserção de uma cor distinta nas duas extremidades da diagonal principal

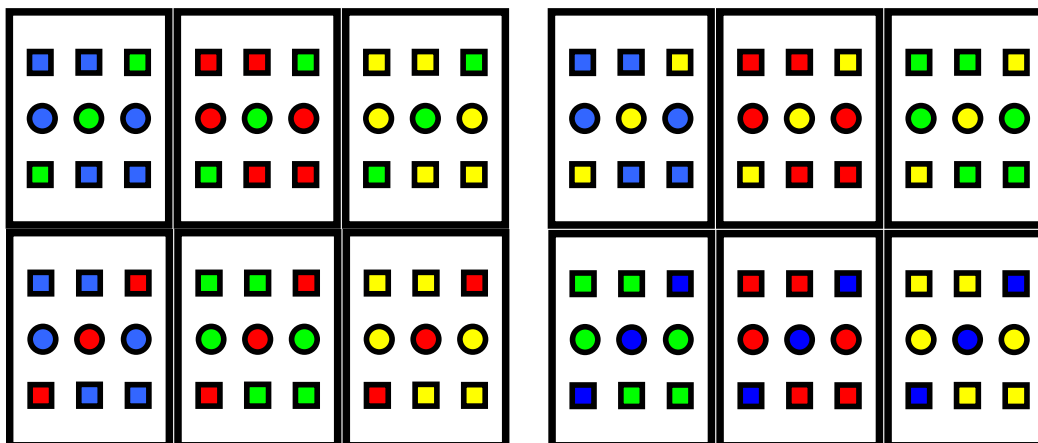
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

2.D.2- Inserção de uma cor distinta nas extremidades da diagonal secundária

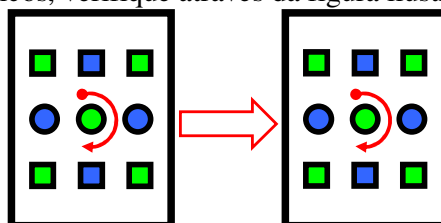
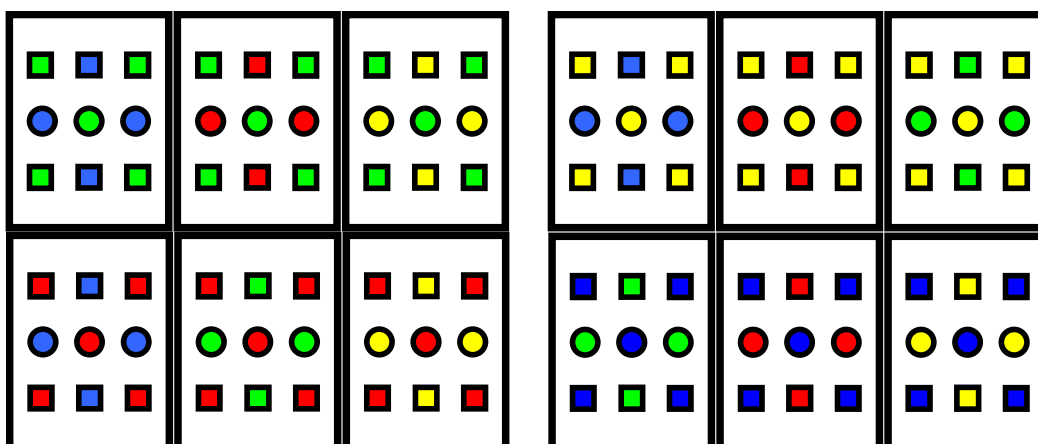
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.E.- Inserção de uma cor nas 4 extremidades do cartão

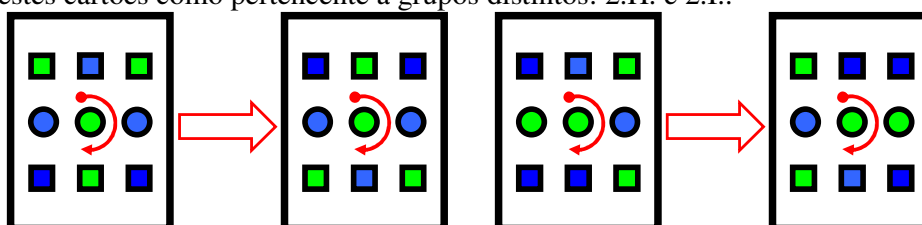
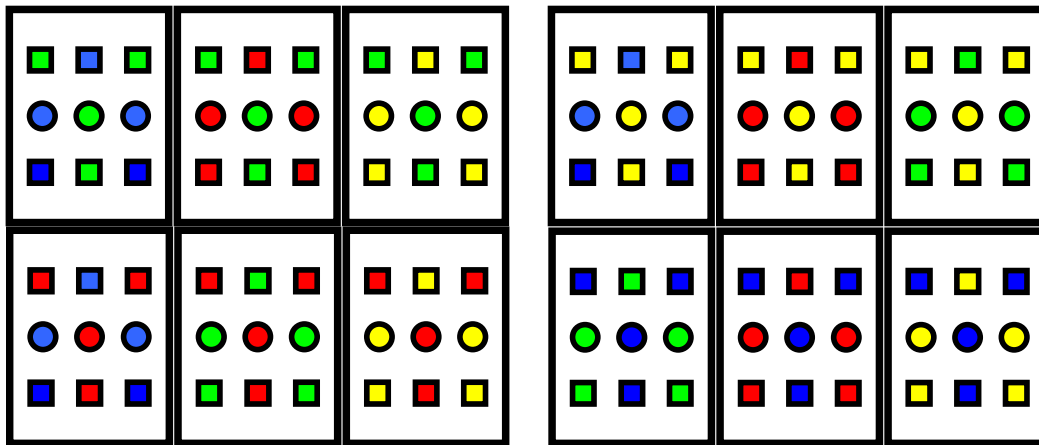
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.F.- Inserção de uma cor distinta numa das diagonais

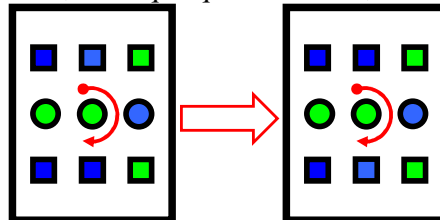
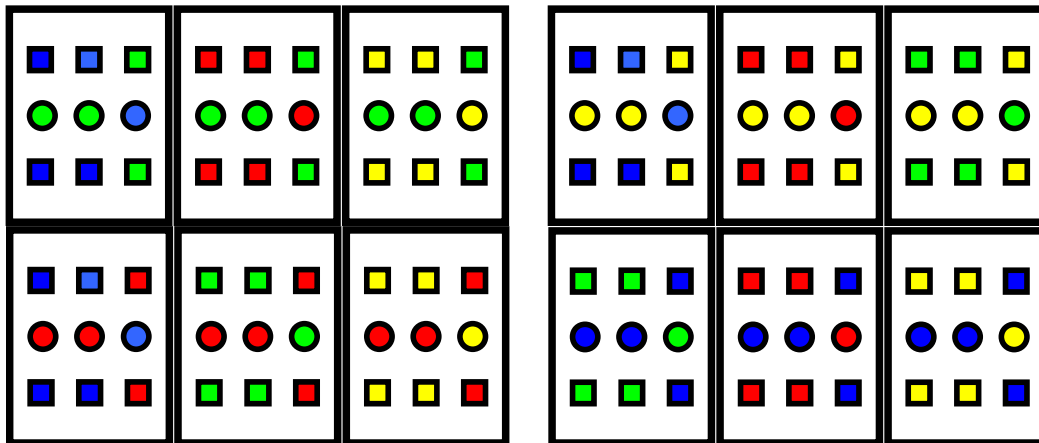
Os cartões dos grupos 2.F.1. e 2.F.2. são simétricos uns dos outros. Verifique, através da figura a seguir, em que a cor foi inserida ora na diagonal principal, ora na diagonal secundária.

2.F.1- Inserção de uma cor na diagonal principal

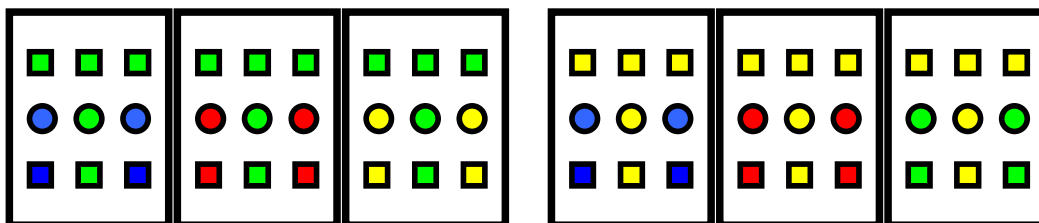
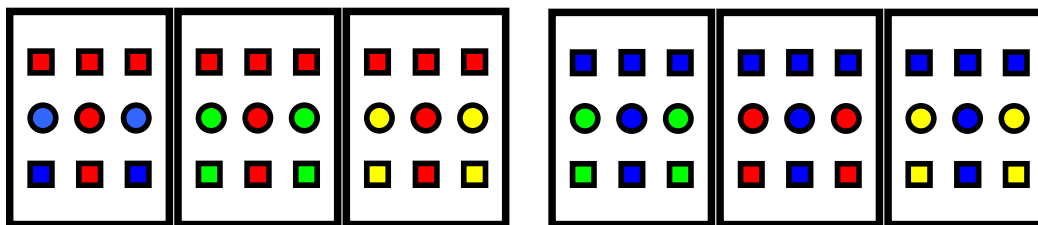
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

2.F.2- Inserção de uma cor na diagonal secundária

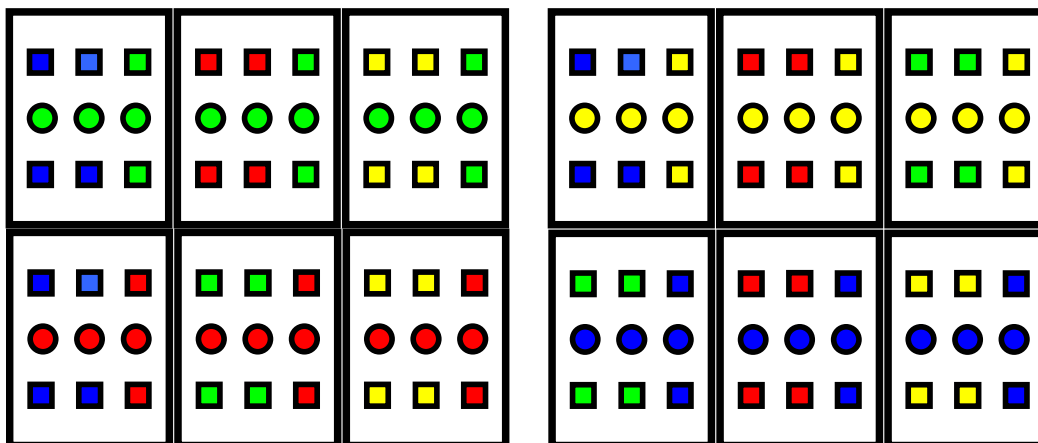
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.G.- Inserção de uma cor distinta nas duas diagonais

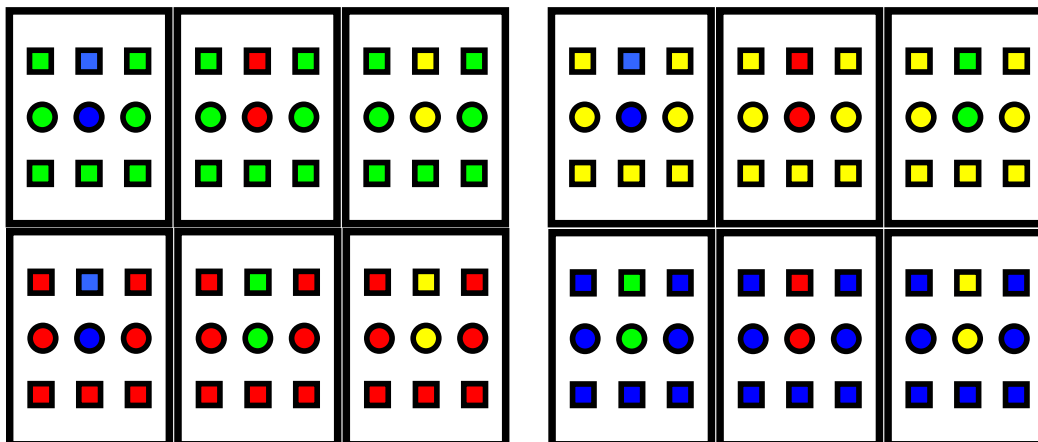
Aqui não haverá cartões simétricos, verifique através da figura ilustrativa mostrada a seguir..

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.H. - Inserção de uma cor formando um "Y" ou "V" em Pé

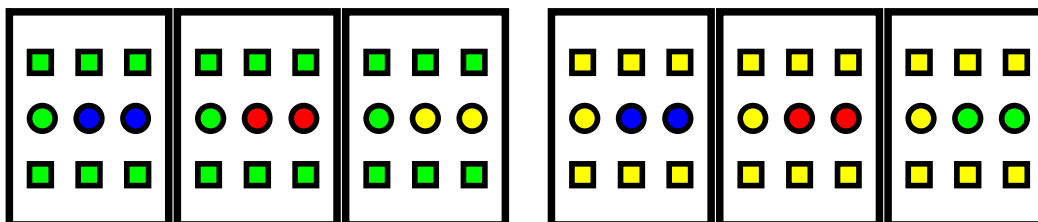
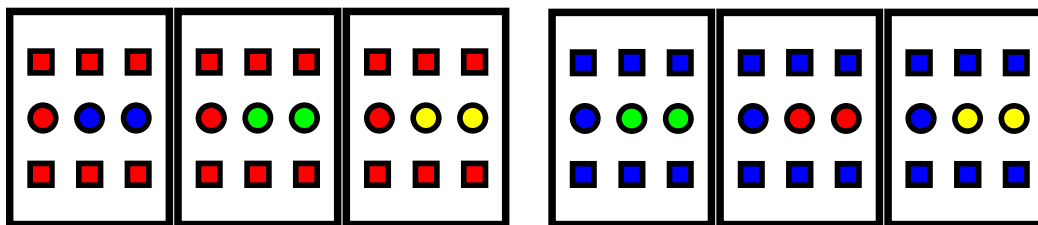
Aqui as coisas se complicam, e bastante. Há duas possíveis posições para a inserção de uma letra "Y" colorida nos cartões básicos, o "Y" estará em 'pé' ou estará 'deitado'. Por isto resolvemos classificar estes cartões como pertencente a grupos distintos: 2.H. e 2.I..

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.I.- Inserção de uma cor formando um "Y" ou "V" deitado

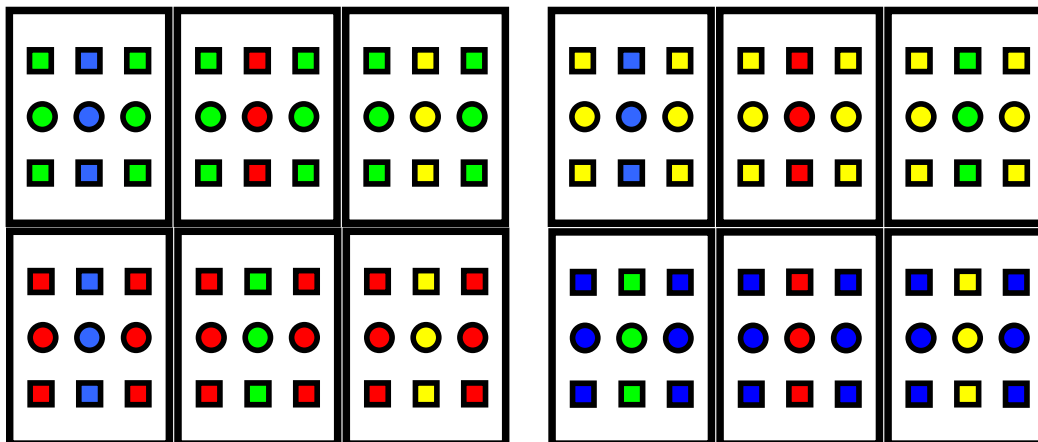
Aqui não haverá cartões simétricos. , verifique que um cartão, mesmo girado de 180º conserva-se

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.J.- Inserção de uma cor distinta formando um "T" em Pé

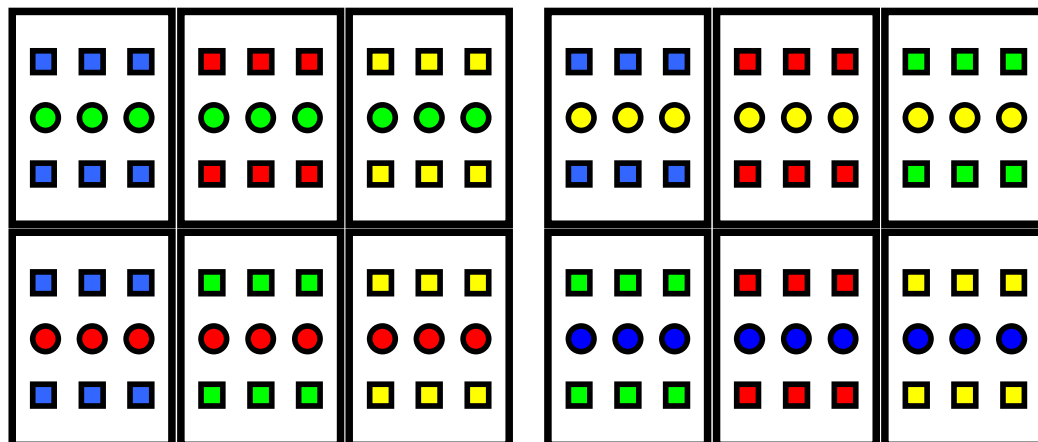
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.K.- Inserção de uma cor distinta formando um “T” Deitado

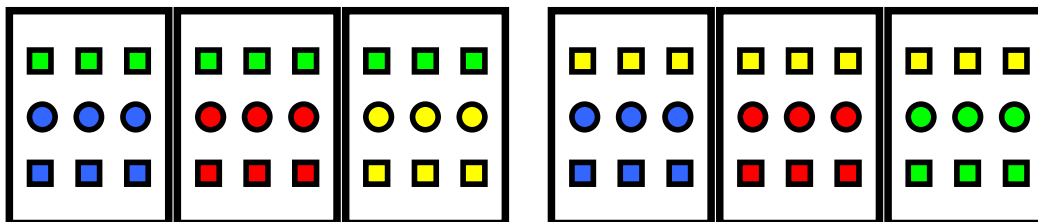
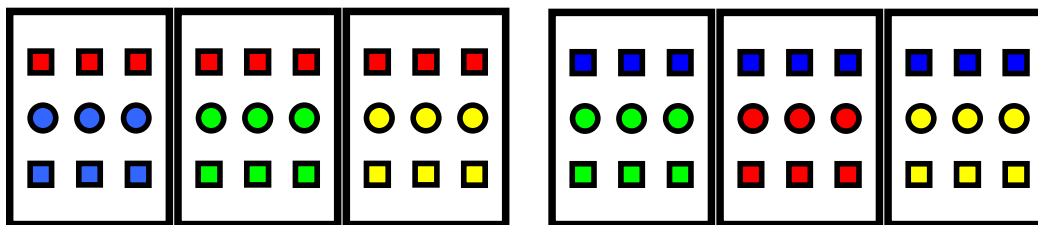
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.L.- Inserção de uma cor distinta formando um “U”

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.M.- Inserção de uma cor distinta formando um “C”

- *Quantidade de Cartões: 12 (doze)*

Subgrupo 2.N.- Inserção de uma cor formando um "I" central em Pé

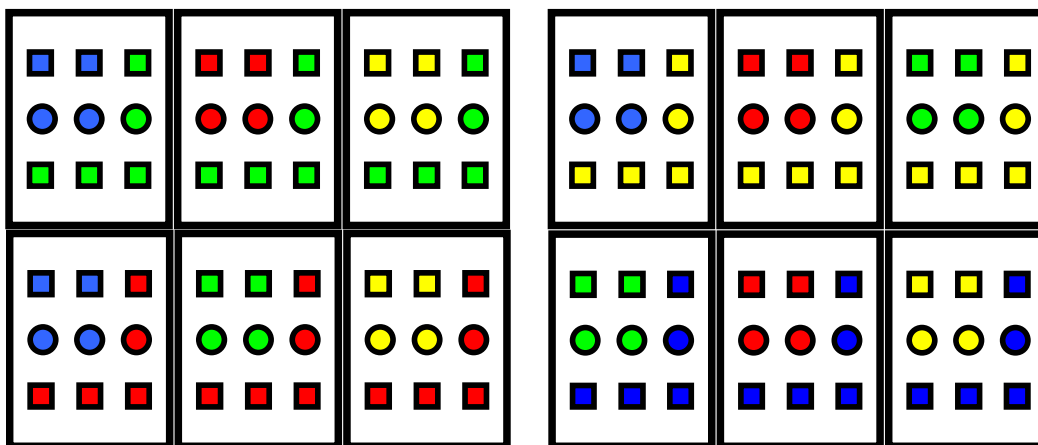
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.O.- Inserção de uma cor formando um "I" central deitado

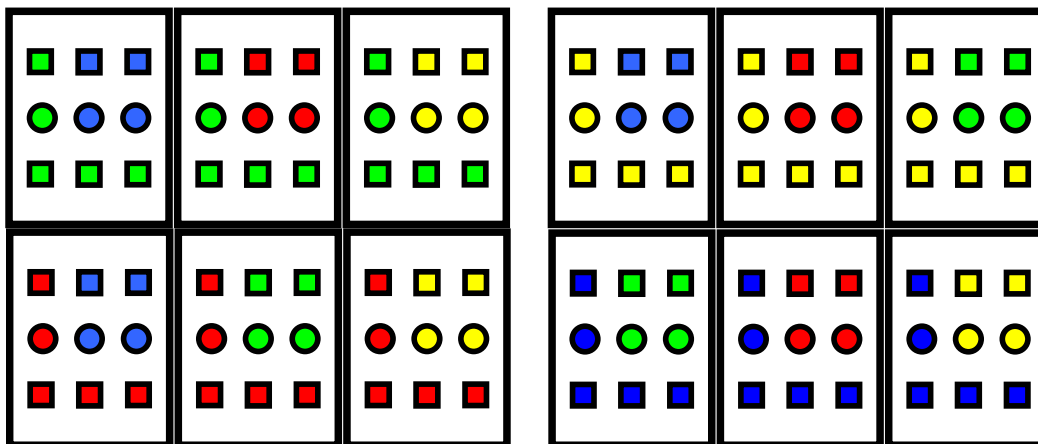
- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.P.- Inserção de uma cor distinta formando um "I" na Borda

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.Q.- Inserção de uma cor distinta formando um "L" na borda

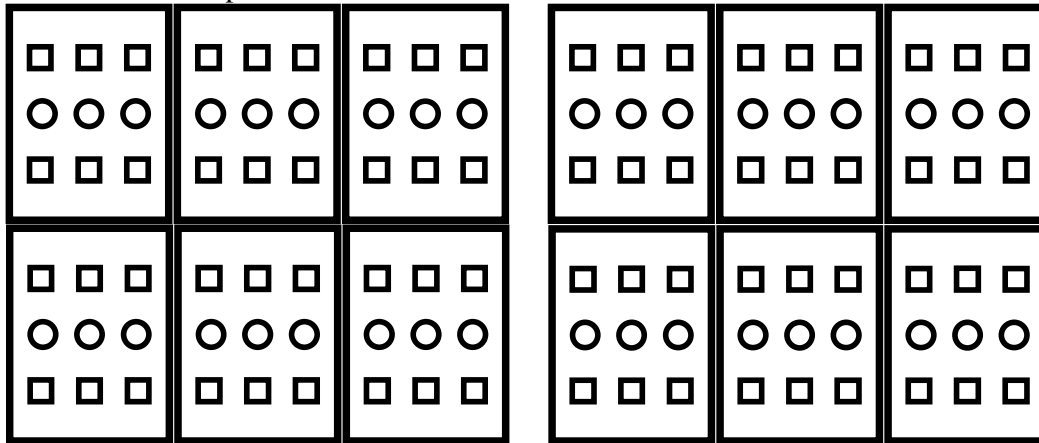
Os cartões dos grupos 2.Q.1. e 2.Q.2. são simétricos uns dos outros.

Subgrupo 2.Q.1.- Inserção de uma cor distinta formando um "L invertido" na borda

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

Subgrupo 2.Q.2.- Inserção de uma cor distinta formando um "L" na posição normal na borda

- *Quantidade de Cartões:* 12 (doze)

40.5.5.- Um jogo Para O Pensamento Lógico – Mais Cartões Bicolores

Os cartões bicromáticos até aqui apresentados (subgrupos de A até Q) não esgotam todas as possibilidades de criação de cartões, por isto, apresentamos o conjunto de 12 cartões a seguir, ainda sem as cores, que podem servir de base para o leitor pensar os seus próprios cartões bicolores utilizando canetas hidrográficas coloridas.

No CD-R que acompanha o livro ele encontrará uma folha com vários conjuntos destes cartões, bastando imprimi-los e utilizá-los. Este nos parece um interessante Jogo Para o Pensamento Lógico, que deveria ser tentando pelo leitor mais interessado.

40.8.- Mais Cartões: os Cartões Tricolores e os Quadricolores

O leitor irá encontrar no Apêndice B, intitulado *'Outros Modelos de Cartões Lógicos Coloridos*', no final deste livro, um novo conjunto de cartões (vide item B.6.), que mantendo a mesma estrutura do cartão anterior agora irá receber três ou quatro cores: os cartões tricromáticos (tricolores) e os quadricromáticos (quadricolores). Trata-se de uma ampliação do conjunto anteriormente apresentados neste JLOGC#40.

APÊNDICE A

OUTROS MODELOS DE CARTÕES LÓGICOS COLORIDOS

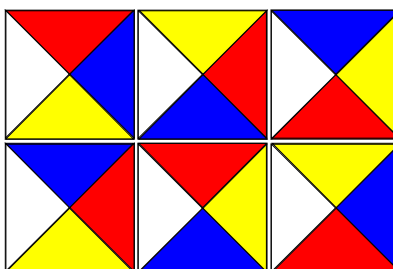
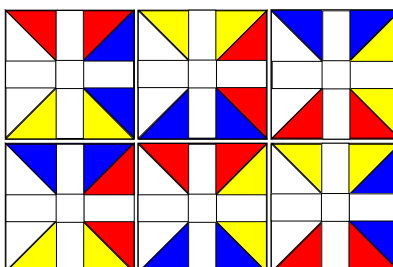
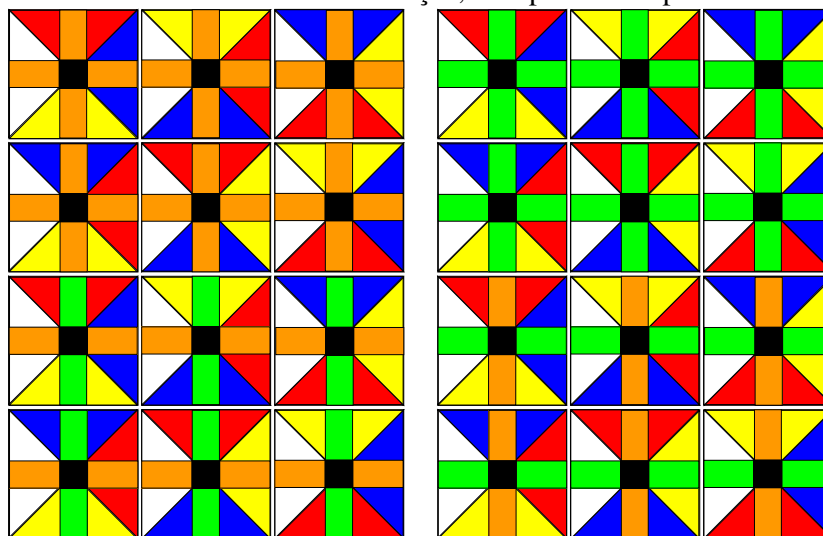
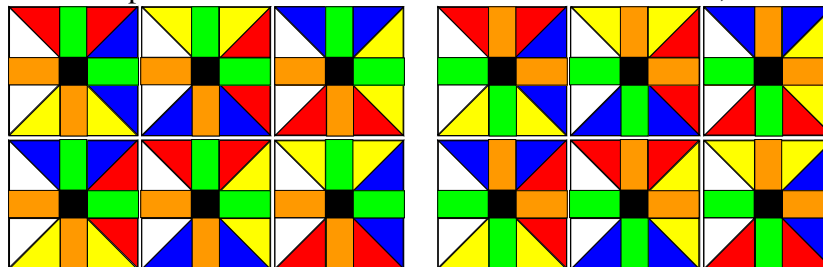
Cabe observar que, quando os jogos com Cartões Lógicos são aplicados em (ou jogados por) grupos de crianças pequenas, possivelmente certos conjuntos de cartões se mostrarão mais adequados a elas, do que os demais. Isto se deve à possibilidade de que elas reconheçam com mais facilidade alguns dos atributos apresentados por um destes conjuntos de cartões, quando comparados aos atributos apresentados por outros conjuntos de cartões. Por outro lado, há conjuntos de cartões que parecerão ingênuos para os adultos, quando se mostram adequados às crianças. Por isto apresentamos a seguir diversos conjuntos de Cartões Lógicos que podem ser escolhidos pelo educador segundo suas expectativas, intenções e/ou necessidades.

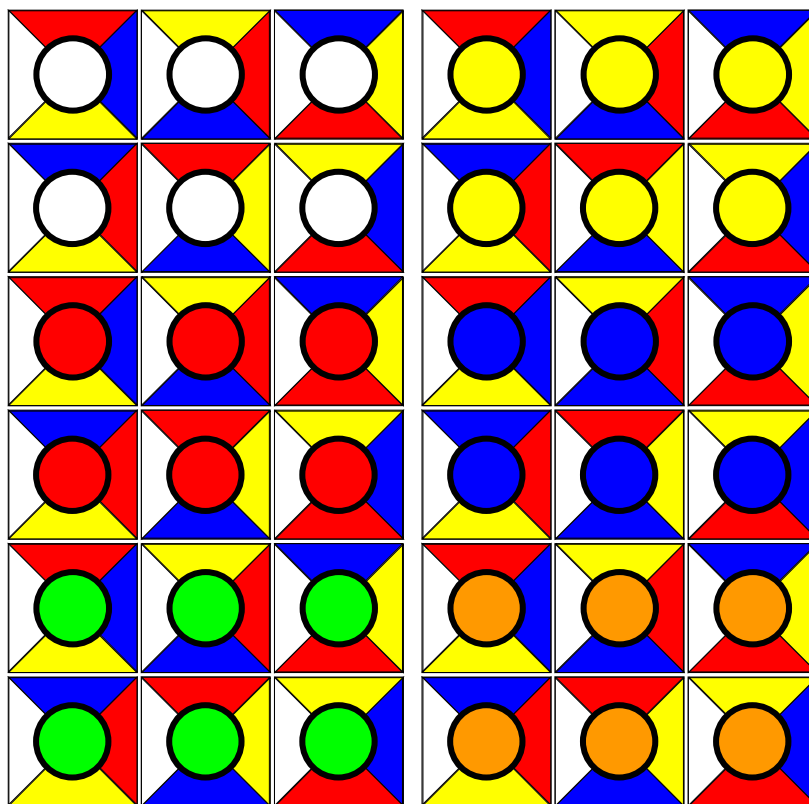
A.0.- Introdução: Criando Novos Modelos de Cartões Lógicos

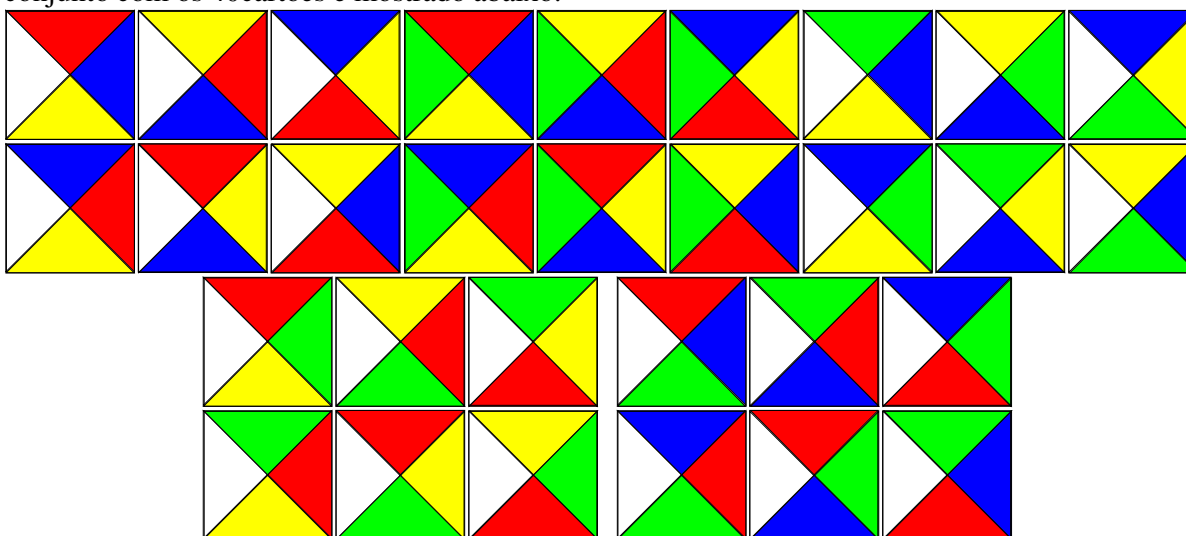
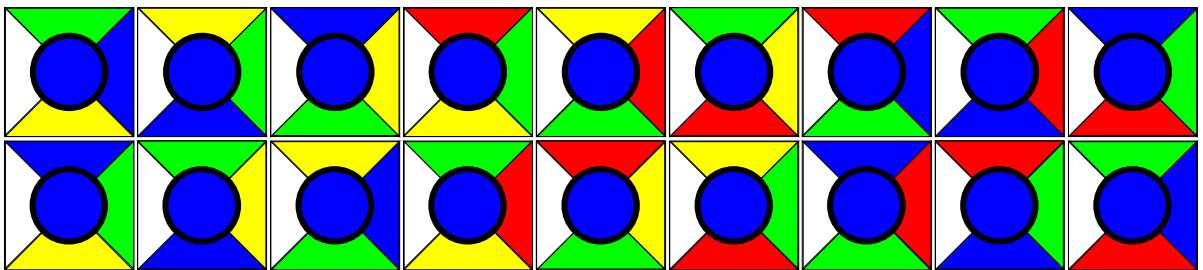
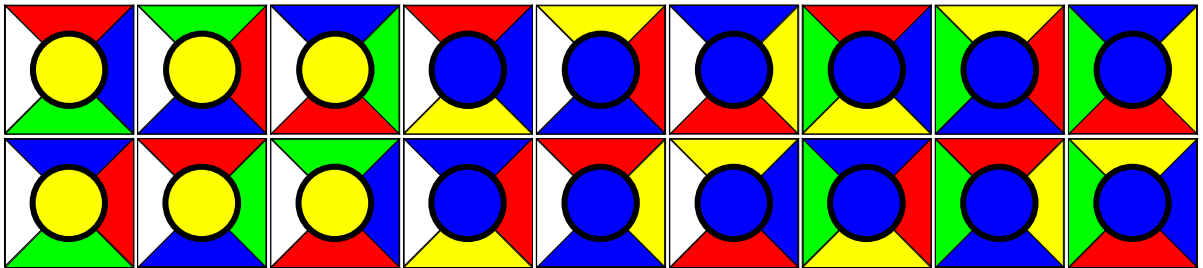
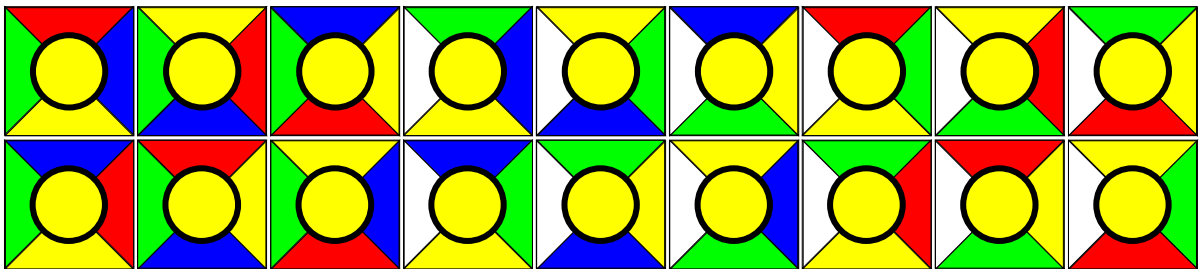
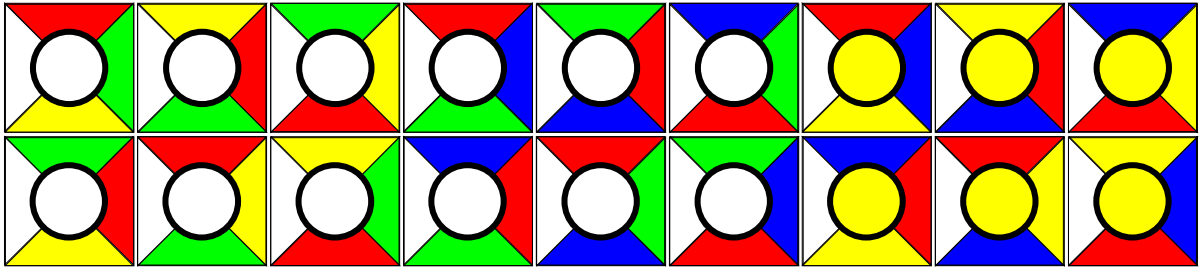
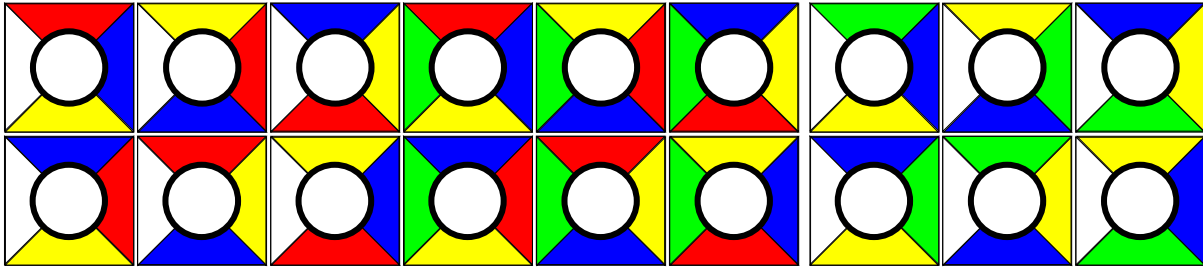
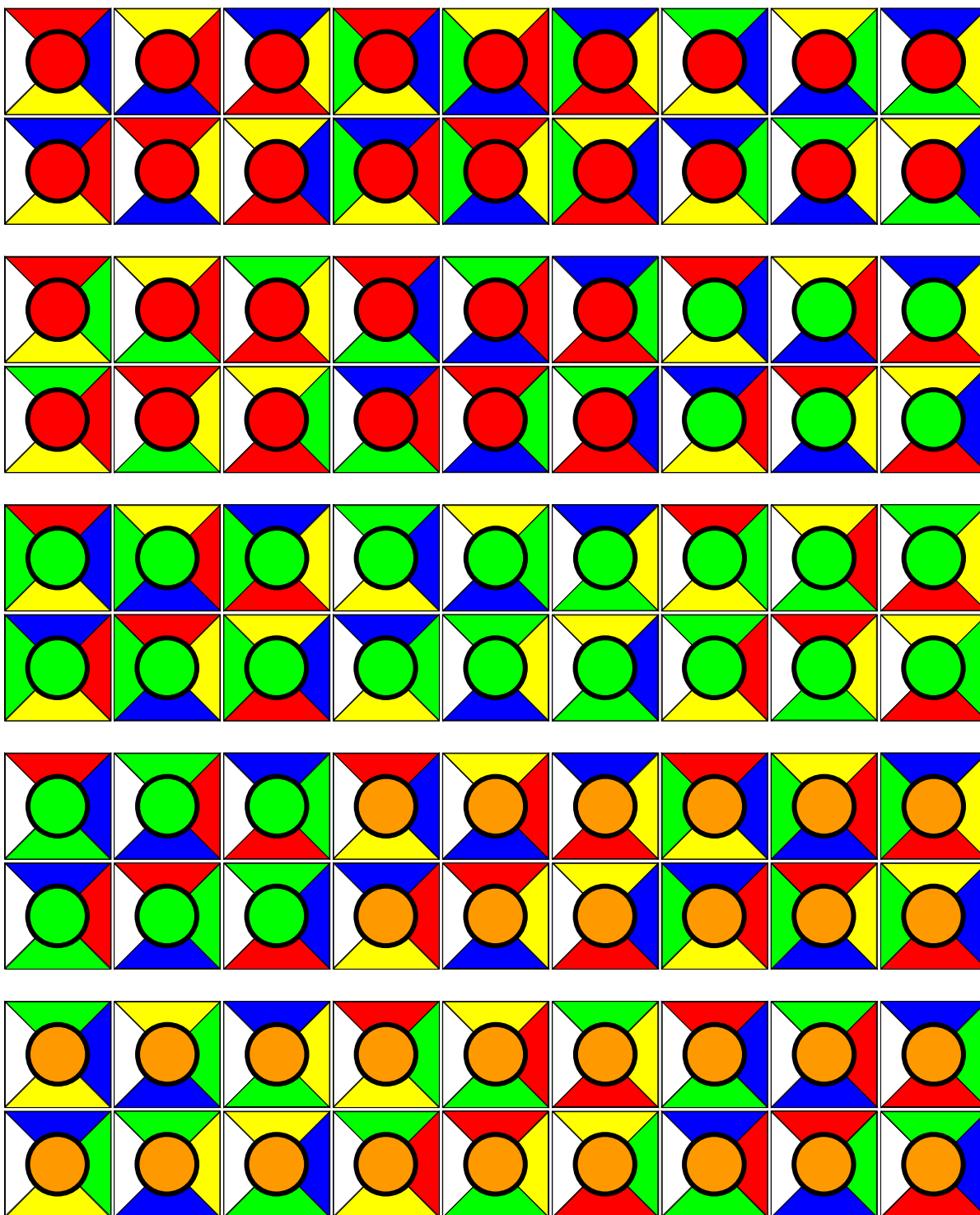
A escolha dos atributos para cada um dos novos modelos de Cartões Lógicos que serão apresentados neste apêndice se fez de acordo os seguintes propósitos:

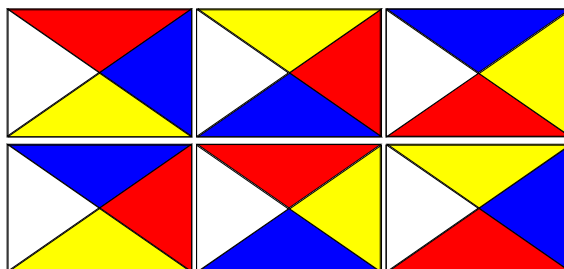
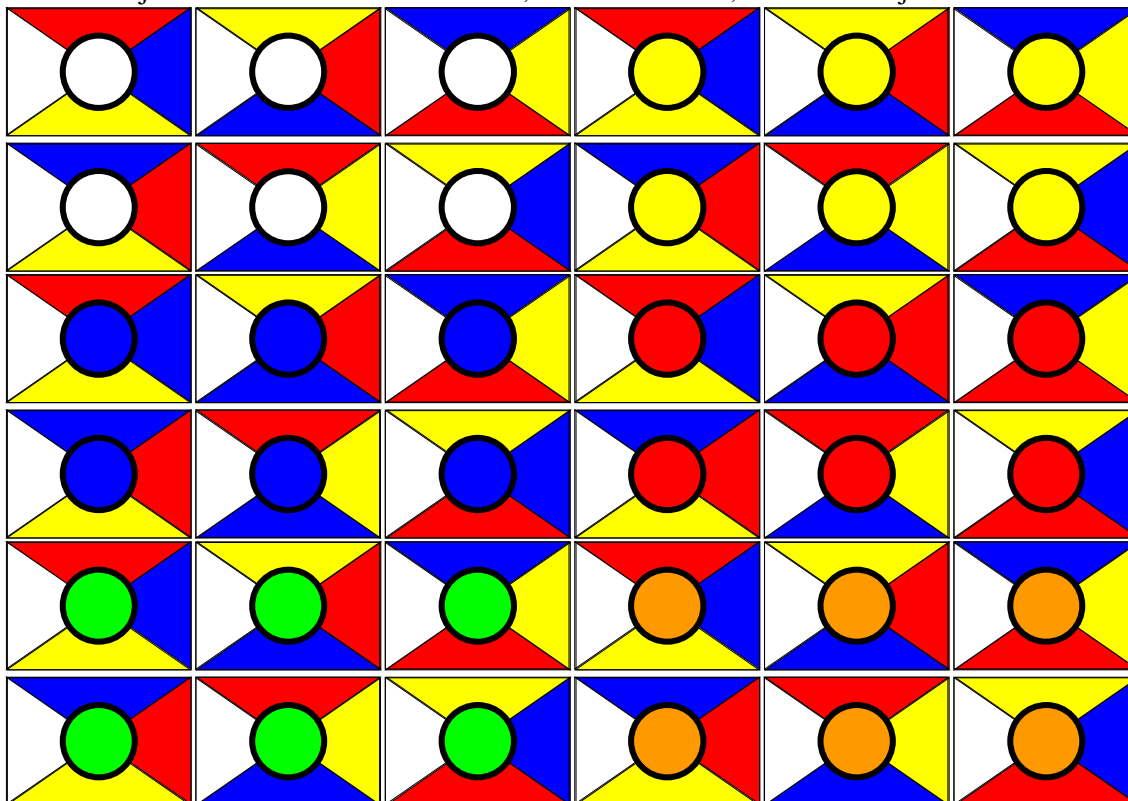
1. Ampliar o conjunto de cartões já apresentados anteriormente em alguns dos diversos Jogos Lógicos (do JOGC#02, JLOGC#03, JLOGC#08 e JLOGC#40). A forma de fazer estas ampliações será a seguinte: iremos tomar os cartões daqueles jogos e acrescentar aos seus suportes novos grafismos, aumentado assim os atributos dos mesmos, e consequentemente a quantidade de cartões.
2. Gerar conjuntos de cartões distintos dos criados até aqui, mas que possam substituí-los, complementá-los, permitindo que os leitores e/ou educadores possam criar novas regras ou até mesmo novos tipos de jogos, a partir de suas expectativas, intenções e/ou necessidades. Cabe observar aqui que os novos modelos de cartões apresentados neste Apêndice são não são apresentados em sua verdadeira grandeza, mas num tamanho reduzido que equivale a 40% ou 60% de seu tamanho real, conforme o caso. Os cartões prontos para serem impressos, plastificados e recortados, ficando prontos para o uso, se encontram no CD-R que acompanha este livro na pasta *'Apêndice A'*.
3. Que estes novos cartões possam servir para vários *Jogos Para o Pensamento Lógico* que envolvam: Discriminação, Agrupamento, Simetrias; bem como para se jogar o Dominó Comum (casamento de padrões idênticos), o Dominó das Diferenças, e o da Formação de Conceitos.

A.1.- Ampliando os Cartões do JLOGC#02 – 1º Caso

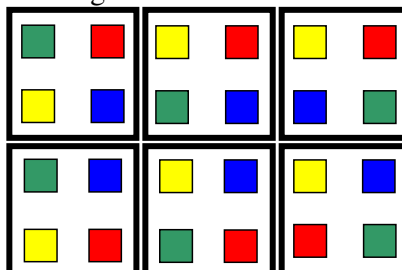
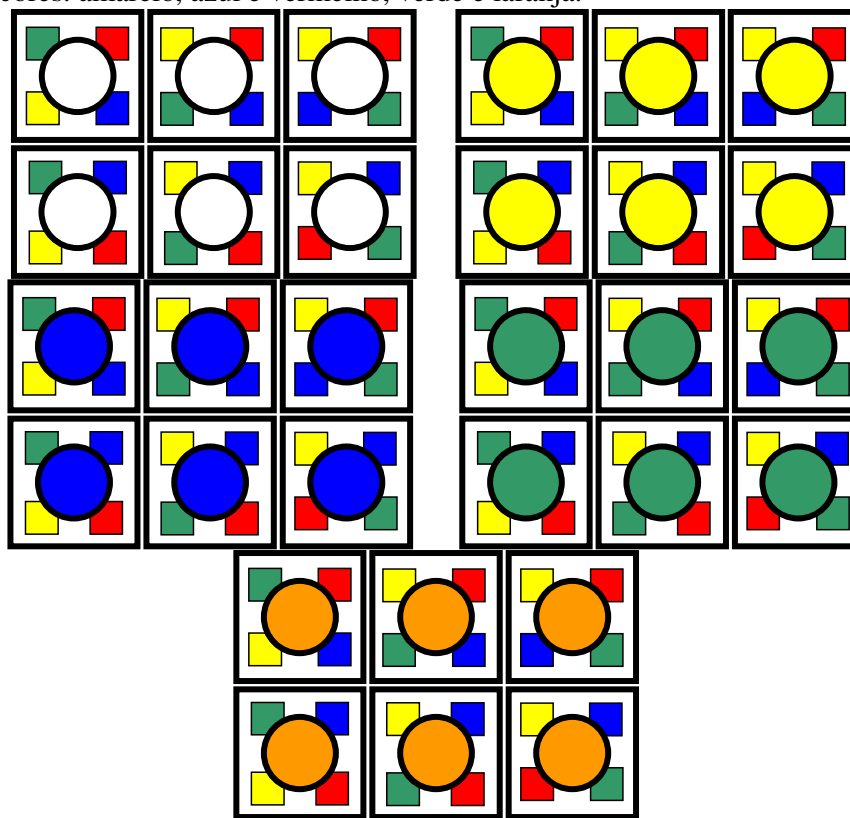
Os cartões do JLOGC#01, denominados Dominós Quadrados 4-Cores, são os seguintes:

Para se criar o novo conjunto de cartões, acrescentamos ao conjunto de cartões acima apresentados uma cruz:

Para colorir as cruzes, escolhemos a cor verde e a cor laranja, por serem facilmente reconhecíveis até por crianças bem pequenas. As duas cores serão distribuídas ordenadamente sobre cada braço da cruz e o cruzamento destes dois braços, será pintado de preto.

Poderíamos ainda pensar em colorir estas cruzes de forma diferente, como mostrado abaixo:

A.2.- Ampliando os Cartões do JLOGC#02 – 2º Caso

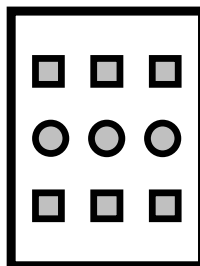
Aqui os novos cartões gerados a partir dos cartões denominados Dominós Quadrados 4-Cores do JLOGC#01 é mais simples, foi acrescentado um círculo ao centro do suporte daqueles cartões e os centros foram coloridos em amarelo, azul e vermelho, verde e laranja, além de termos deixado um conjunto de cartões com os círculos em branco.

A.3.- Ampliando os Cartões do JLOGC#02 – 3º Caso

O primeiro conjunto de cartões do JLOGC#01 (os Dominós Quadrados 4-Cores) possui 8 cartões. No entanto, o acréscimo de uma cor – o verde – para colorir um dos triângulos, ampliou o conjunto anterior de 8 para 40 elementos, agora denominados Dominós Quadrados 5-Cores. O conjunto com os 40cartões é mostrado abaixo:

Agora iremos acrescentar a estes 40 cartões um círculo central, que será deixado em brancos e iremos também colori-los utilizando as cores: amarelo, azul, vermelho, verde e laranja, ampliando este conjunto para 240 cartões distintos entre si.

A.4.- Ampliando os Cartões do JLOGC#03

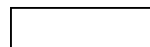
Estes são os cartões do JLOGC#03, que serão modificados pelo acréscimo de um círculo no centro de seu suporte:

O mesmo que fizemos com relação à ampliação dos cartões do JLOGC#01 (vide item A.2.), iremos deixar num conjunto destes cartões o círculo central em branco, colorindo estes círculos nos demais conjuntos usando as cores: amarelo, azul e vermelho, verde e laranja.

Cabe lembrar que no caso dos JLOGC#01 e do JLOG#03 os cartões guardavam uma identidade quanto à distribuição de cores, a única diferença ficava por conta da forma dos suportes: quadrado e retângulo. Da mesma forma estes cartões (item A.4.) e os cartões do item do item A.2. poderão ser utilizados como que formando um único grupo de cartões.

A.5.- Ampliando os Cartões do JLOGC#09

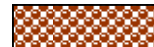
Iremos fazer o mesmo que fizemos com relação aos cartões dos JLOG#01 e JLOG#03 com os cartões do JLOGC#09. Os cartões originais do JLOGC#08 são os mostrados a seguir:

Os conjuntos de cartões a seguir terão os círculos centrais ora deixados em branco, ora coloridos nas cores: amarelo, azul e vermelho, verde e laranja.

A.6.- Ampliando os Cartões do JLOGC#40

Os cartões apresentados no JLOGC#40 – Cartões Conceituais *Quantidade-Cores-Posições* – são cartões cujo suporte apresenta 9 figuras: 6 quadrados e 3 círculos, que podem receber as cores: amarelo, azul, vermelho ou verde.

Escolhemos apresentar no JLOGC#40 apenas os cartões monocromáticos ou bicromáticos – onde as duas cores eram escolhidas duas a duas dentre as 4 cores mencionadas acima e distribuídas segundo determinados critérios nas 9 figuras daquele suporte.

Agora iremos complementar estes conjuntos de cartões criando os cartões tricromáticos e quadricromáticos. Para facilitar a identificação, o Cartões Conceituais *Quantidade-Cores-Posições* serão agrupados segundo a quantidade de cores 1, 2, 3, ou 4 (respectivamente mono-, bi-, tri- e quadri-cromáticos), versos podem estampar as cores mostradas a seguir.

- Grupo 1 – monocolores ou monocromáticos,
  - Cor do verso: branca

- Grupo 2 – bicolores,
    - Cor do verso: cinza

- Grupo 3 – tricolores,
    - Cor do verso: laranja

- Grupo 4 – quadricolores;
    - Cor do verso: marrom

A.6.1.- Gerando os Cartões Tricolores e Quadricolores

Enquanto os cartões bicolores (Grupo 2) são gerados pela inserção de uma cor distinta nos cartões Monocromáticos (Grupo 1), os cartões do Grupo 3 são gerados da seguinte de uma outra forma, como será mostrado a seguir. .

A.6.1.1.- GRUPO 3:

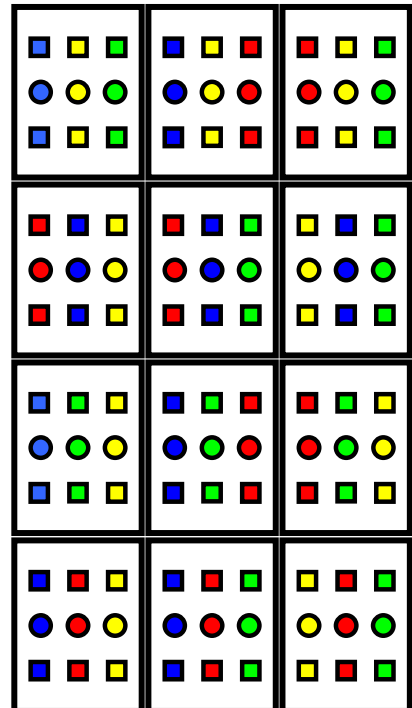
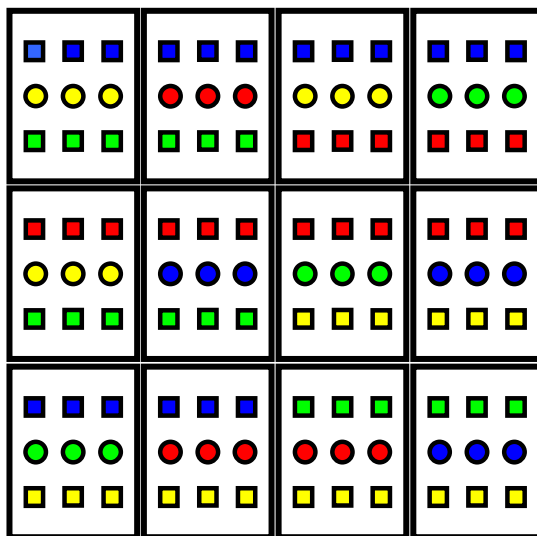
No caso dos cartões bicolores, partíamos dos cartões básicos e simplesmente, pela inserção de uma outra cor, gerávamos os novos cartões. No caso dos cartões tricolores iremos adotar outras técnicas como poderá ser vista a seguir.

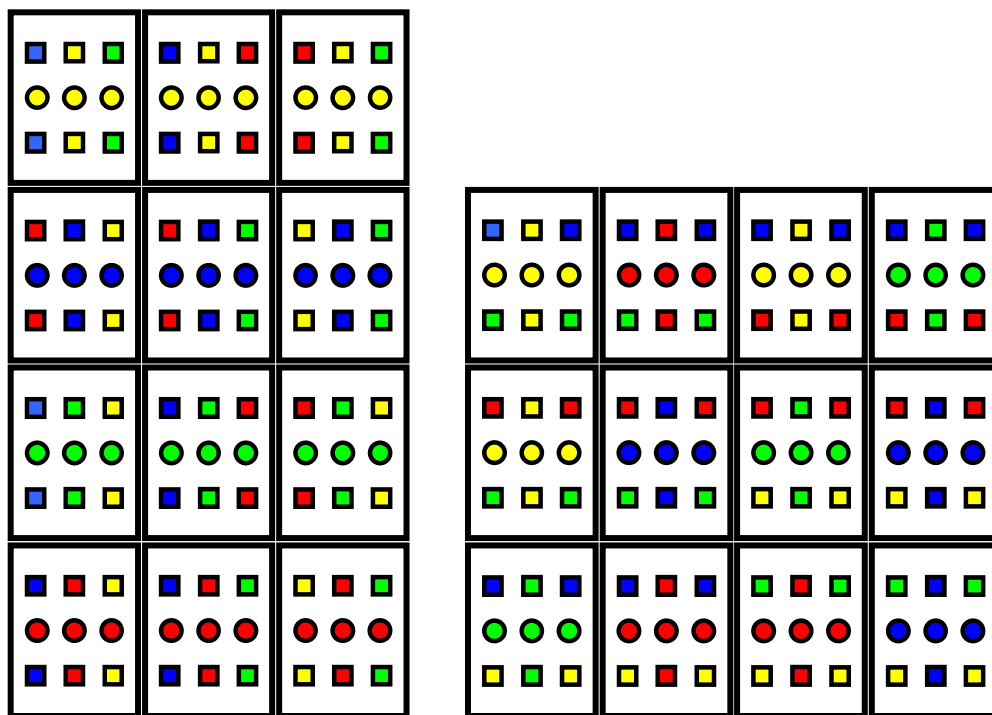
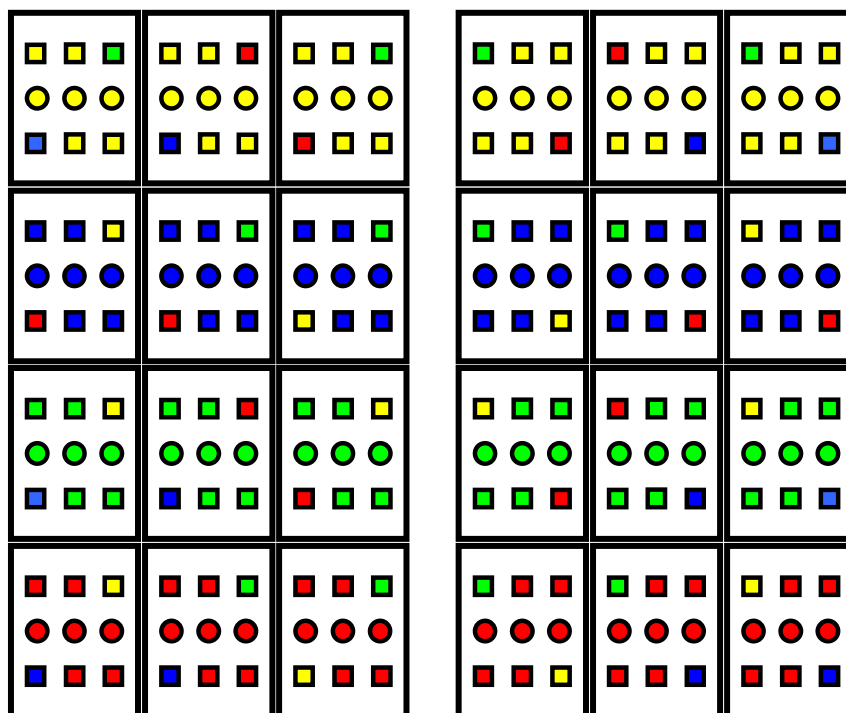
Subgrupo 3.A.- Três cores variando na Horizontal

Os cartões ao lado apresentam as 4 cores: azul, vermelho, amarelo ou verde, distribuídas 3 a 3 pelas colunas do suporte. A quantidade de cartões poderá ser obtida utilizando-se a seguinte fórmula, onde $C_{3,2}$ permita calcular as combinações de 3 elementos tomados 2 a 2: $4 \times C_{3,2} = 4 \times \frac{A_{3,2}}{P_2} = 4 \times \frac{3 \times 2}{2} = 12$.

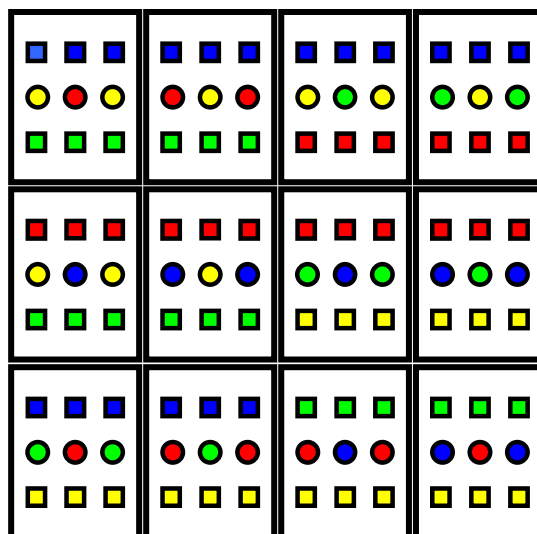
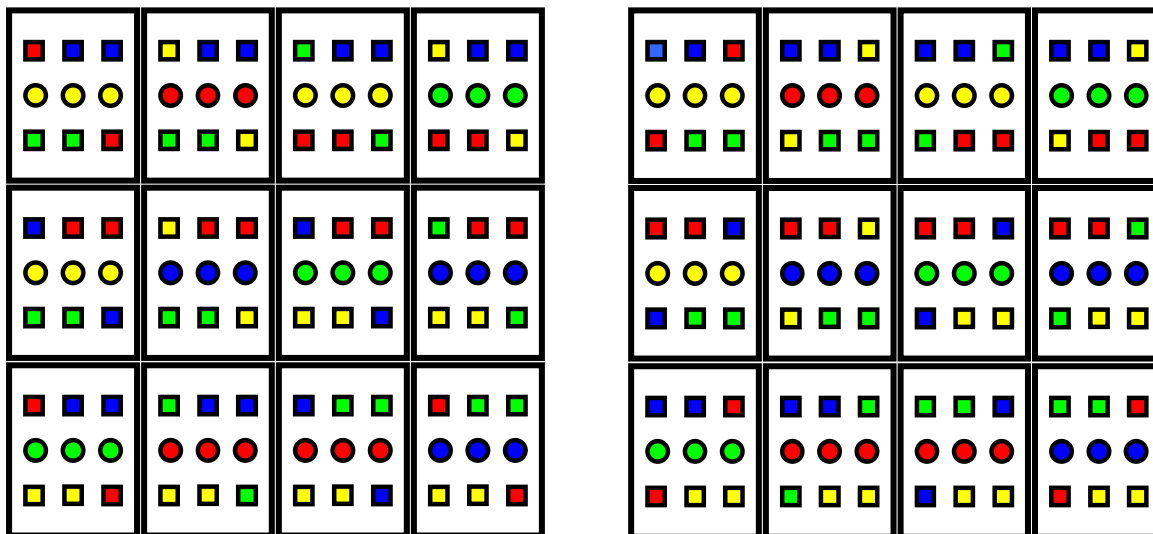
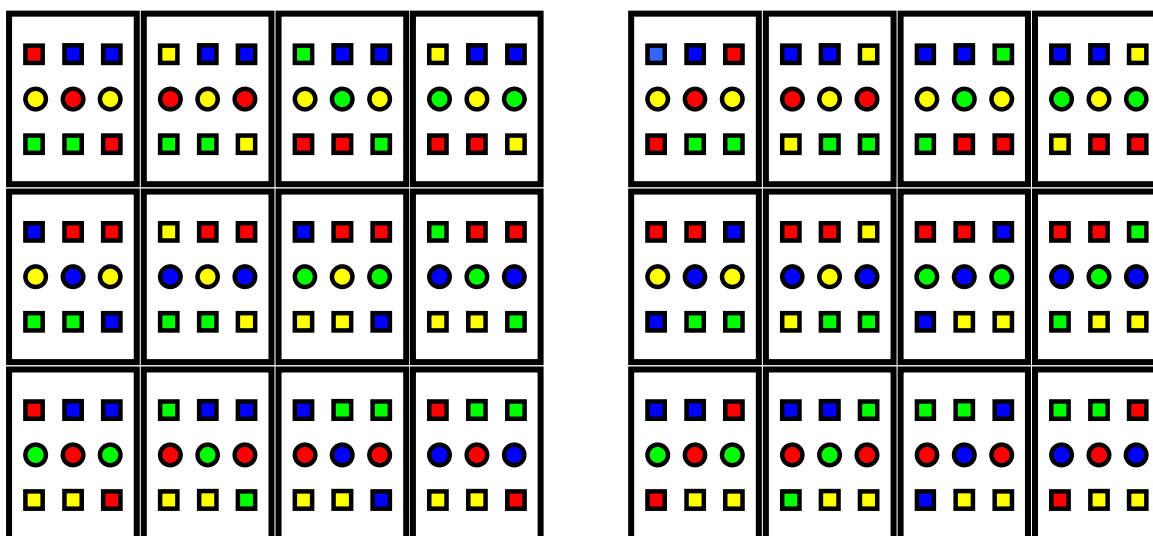
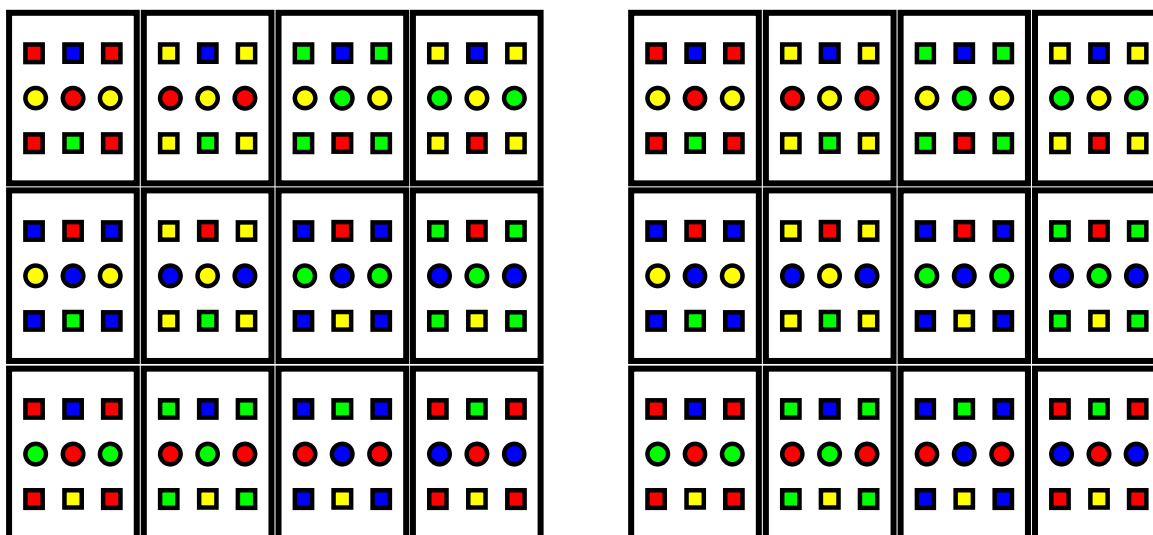
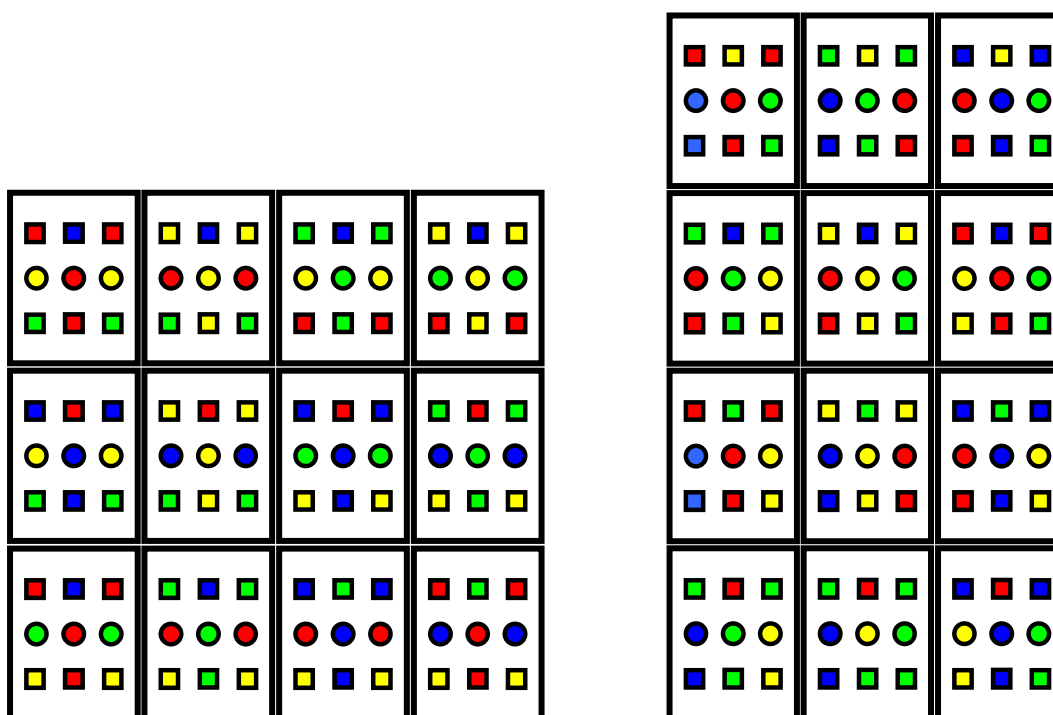
A fórmula acima reproduz exatamente aquilo que fizemos para gerar os cartões mostrados ao lado, que é o seguinte: escolhemos cada uma das 4 cores para colorir a coluna do meio e fizemos uma combinação com as outras três cores restantes, tomadas duas a duas.

Subgrupo 3.B.- Três cores variando na Vertical

Nos cartões ao abaixo, as 4 cores são distribuídas horizontalmente, 3 A 3:

Sugerimos aqui mais um interessante Jogo para o Pensamento Lógico que seria o seguinte: Estabelecer uma correspondência biunívoca (correspondência um-a-um) entre estes dois grupos de 12 cartões (3.A. e 3.B.), ou seja, verificar qual dos cartões coloridos na vertical apresentam as mesmas cores, só que dispostas na horizontal.

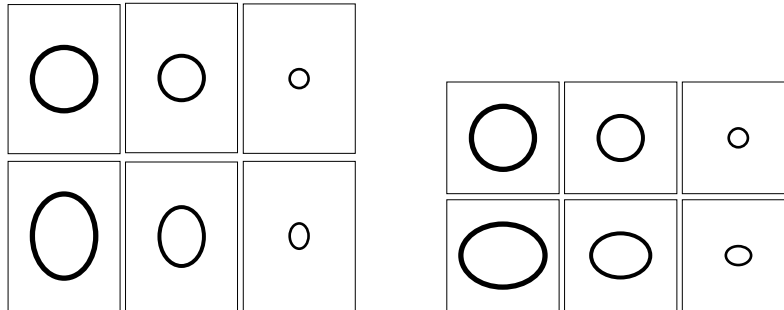
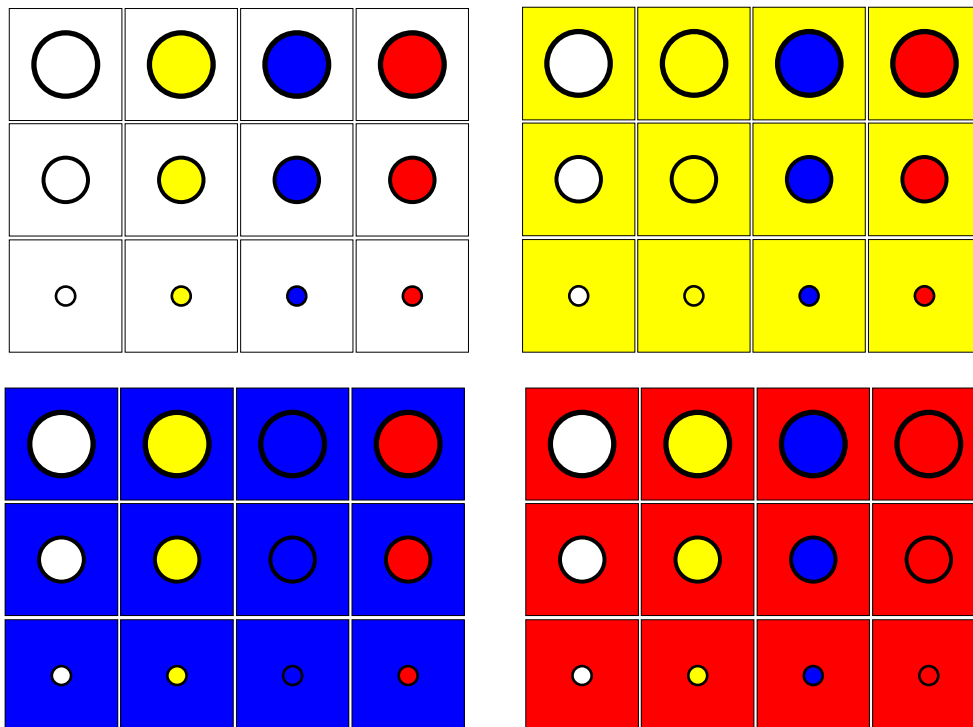
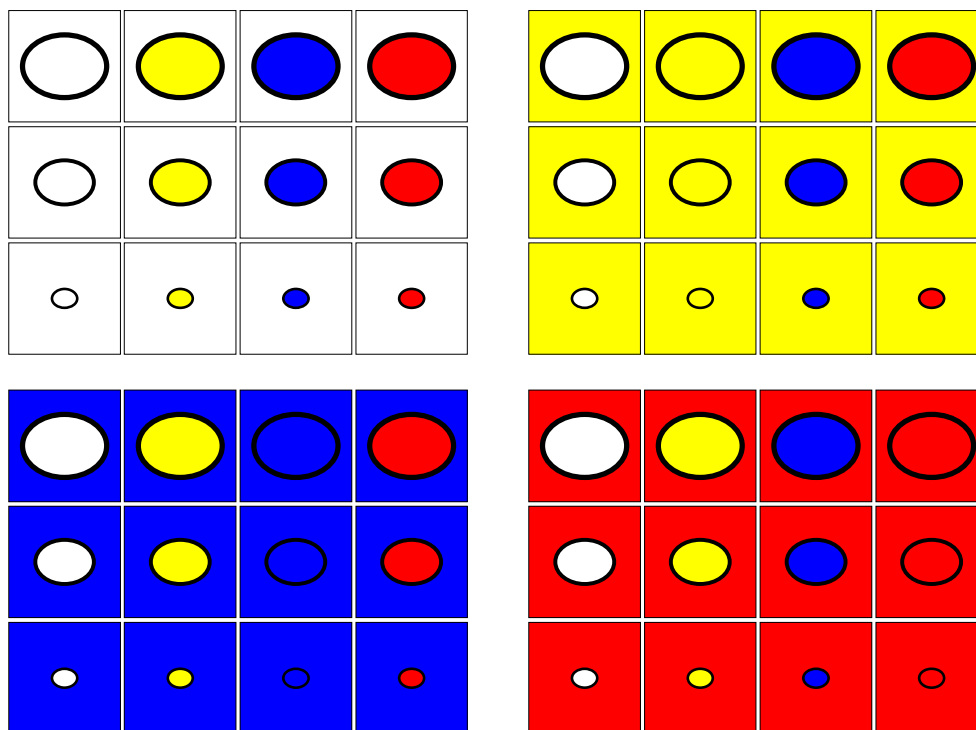
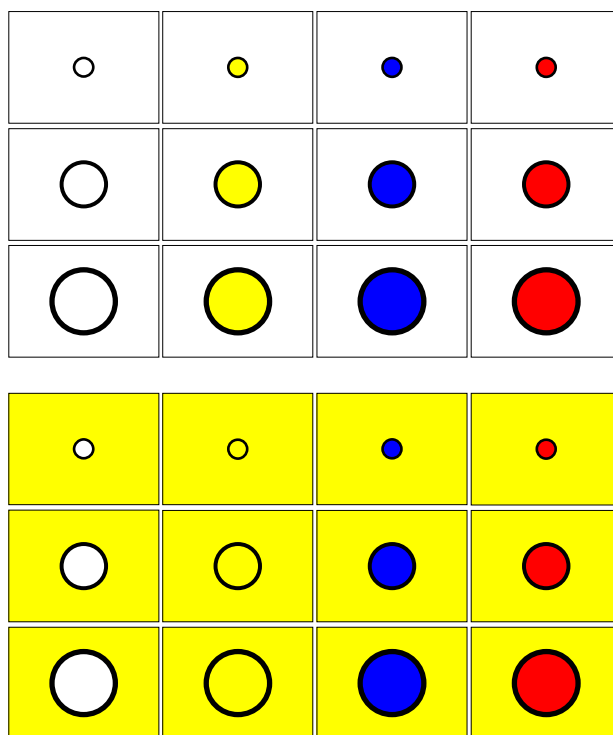
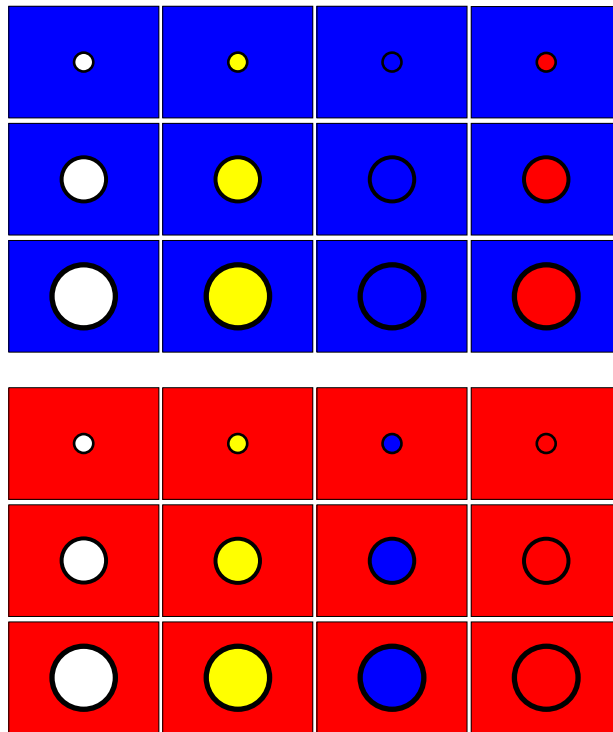
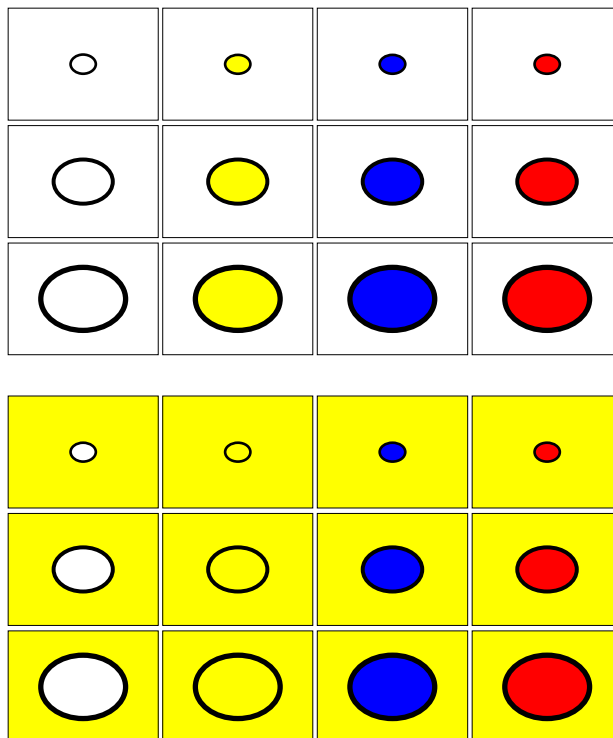
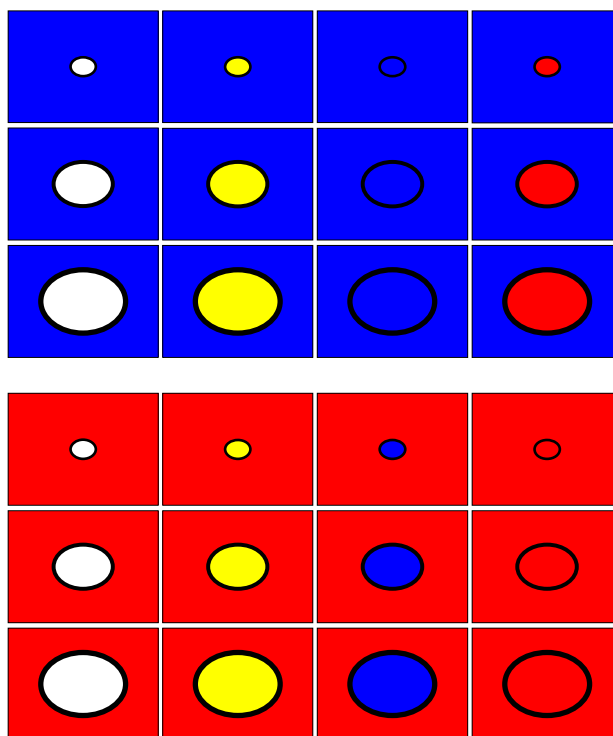
Subgrupo 3.C.- Uma cruz de uma única Cor

Subgrupo 3.D.- Cores distintas nas Extremidades

A.6.2.- Grupo 4.- Cartões Quadricolores

Estabelecidos quais seriam os cartões tricolores (grupo 3 e grupo 4) podemos agora criar os cartões quadricolores ou policromáticos, *em cima daqueles cartões.*

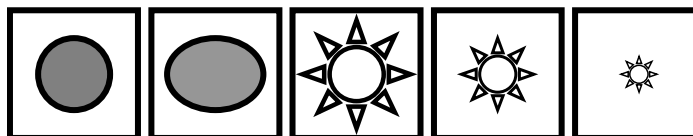
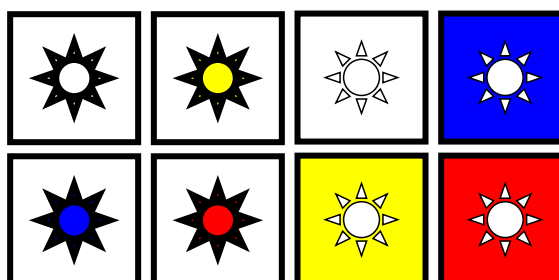
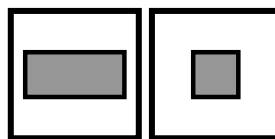
Grupo 4.A. – A 4ª cor estará no centro

Grupo 4B.- A 4ª cor estará nas extremidades de uma diagonal

Grupo 4.C.- A 4ª cor estará numa das diagonais

Grupo 4.D.1. e 4.D.2.- A 4ª cor estará nas duas diagonais (em forma de X)

Grupos 4.E.1. e 4.E.2.- A 4ª cor se apresenta sob a forma de Y

A.7.- Modelos com Suportes Quadrados ou Retangulares

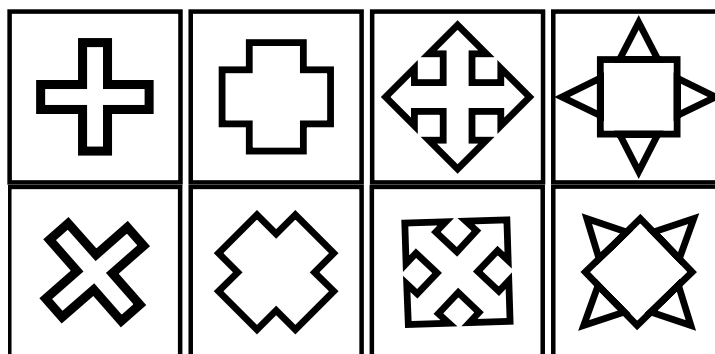
Estes quatro conjuntos de cartões são bastante simples naquilo que diz respeito à identificação dos atributos:

- Formato dos suportes: o suporte do primeiro tipo de cartão é retangular medindo 4,5 cm × 6 cm, o suporte do segundo tipo é quadrado medindo 4,5 cm × 4,4 cm. A forma dos suportes facilita muito a separação destes quatro grupos de cartões;

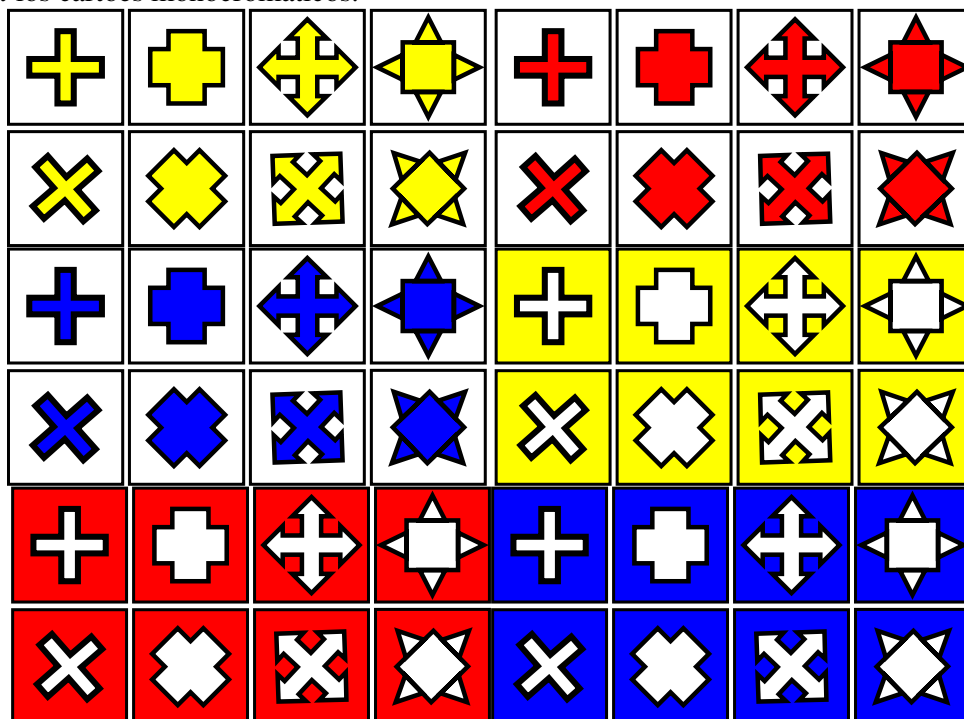
- Figuras centrais: estas figuras são de dois tipos, círculos ou elipses (ovóides);
- Tamanhos das figuras: há três tamanhos: grande, médio e pequeno;
- Cores das figuras: azul, vermelho, amarelo e neutro (branco).
- Cores dos suportes (fundos): azul, vermelho, amarelo e neutro (branco).

A.7.1.- O conjunto dos Cartões Quadrados-Círculos

A.7.2.- O conjunto dos Cartões Quadrados-Elipses

A.7.3.- O conjunto dos Cartões Retângulos-Círculos

A.7.4.- O conjunto dos Cartões Retângulos-Elipses

A.7.5.- Observações

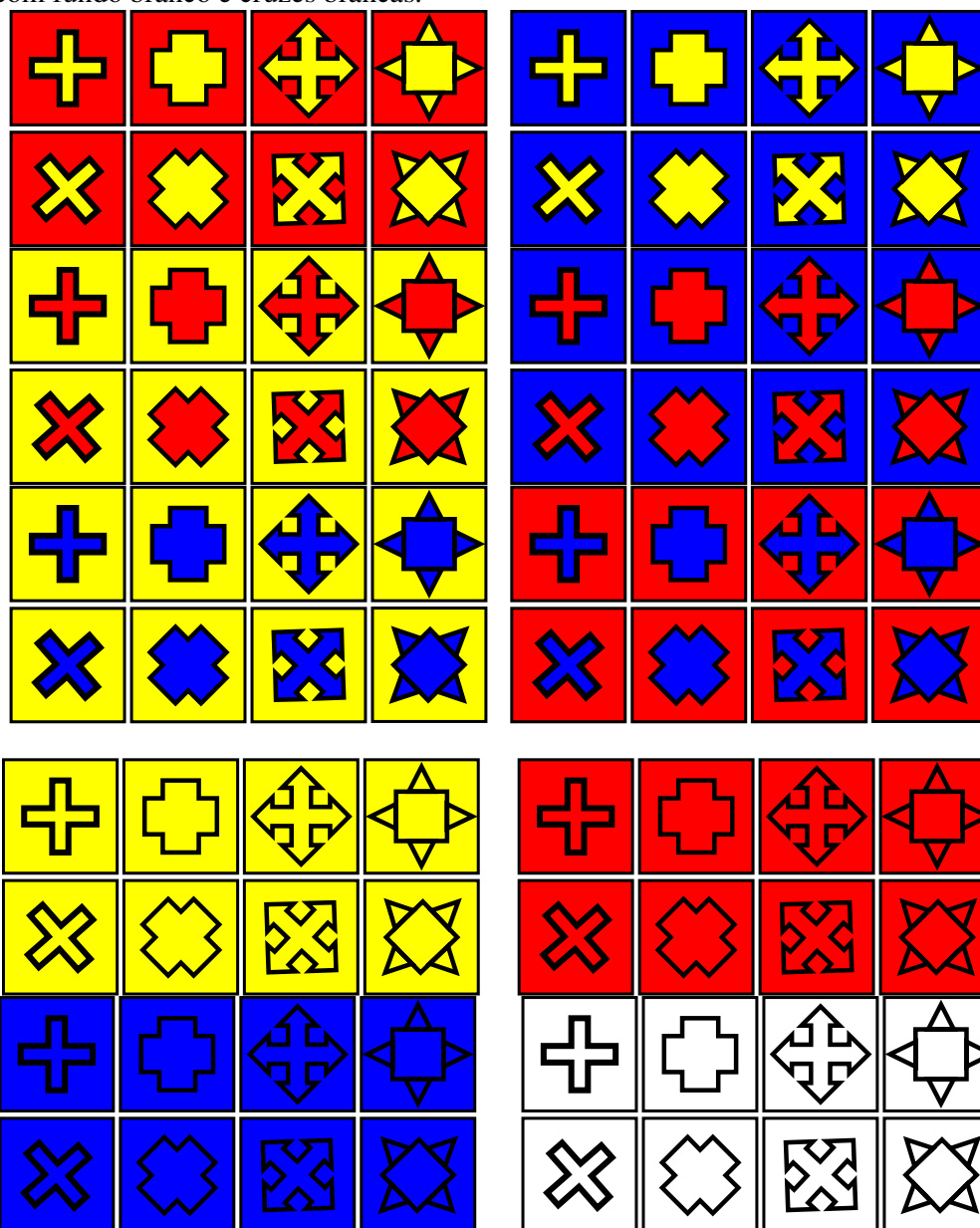
A quantidade total de cartões é 192, e pode ser dividida em 4 subconjuntos com 48 cartões cada. Muitos jogos podem ser criados pelo leitor utilizando estes cartões: Discriminação, Sequenciação (a partir da sincronia entre os tamanhos e cores das figuras e dos fundos), Agrupamentos, Dominó das Diferenças e Formação de conceitos. Estes cartões de alguma forma podem substituir os carões do JLOGC#02, com a desvantagem de não possuírem cartões simétricos.
Para facilitar a vida dos leitores, no CD-R que acompanha o livro, dispusemos um conjunto de etiquetas (de acordo com os cinco atributos dos cartões) que poderão ser utilizados nos jogos acima sugeridos de Discriminação, Sequenciação, Agrupamento. Em caso de necessidade, este conjunto de etiquetas poderá ser impresso várias vezes.

Etiquetas: Formas e Tamanhos

Etiquetas: Cores das Figuras e Cores dos fundos

Etiquetas: Formas dos Suportes

A.8.- O Conjunto dos Cartões Básicos Com Cruzes

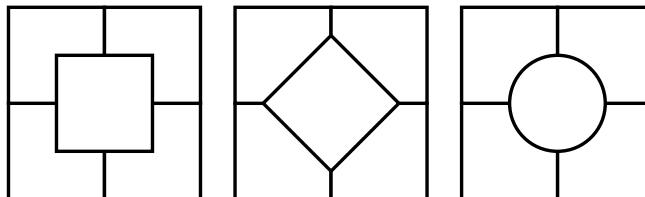
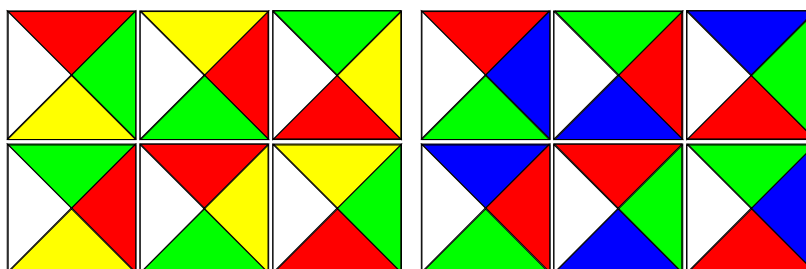
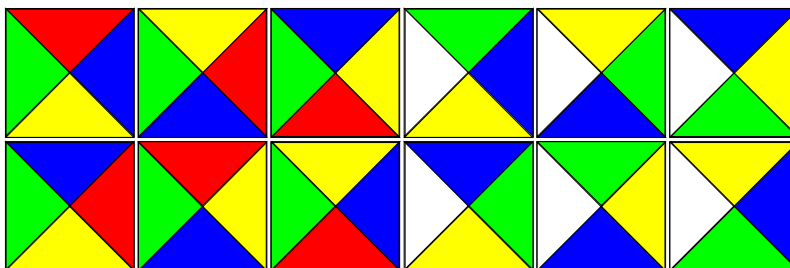
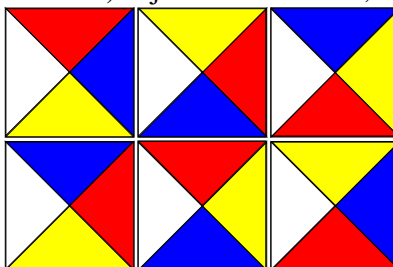
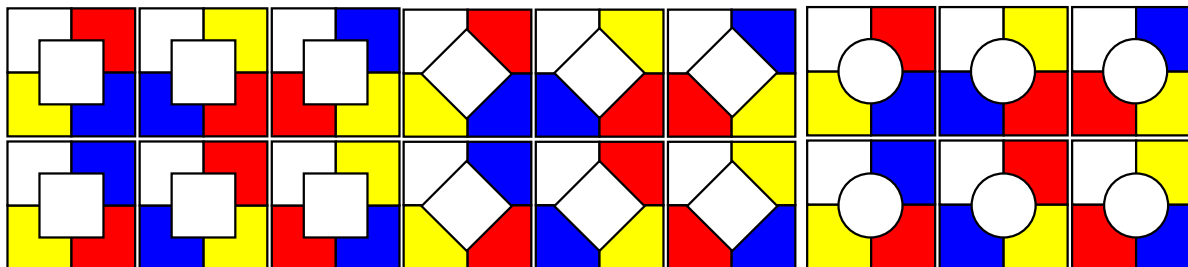
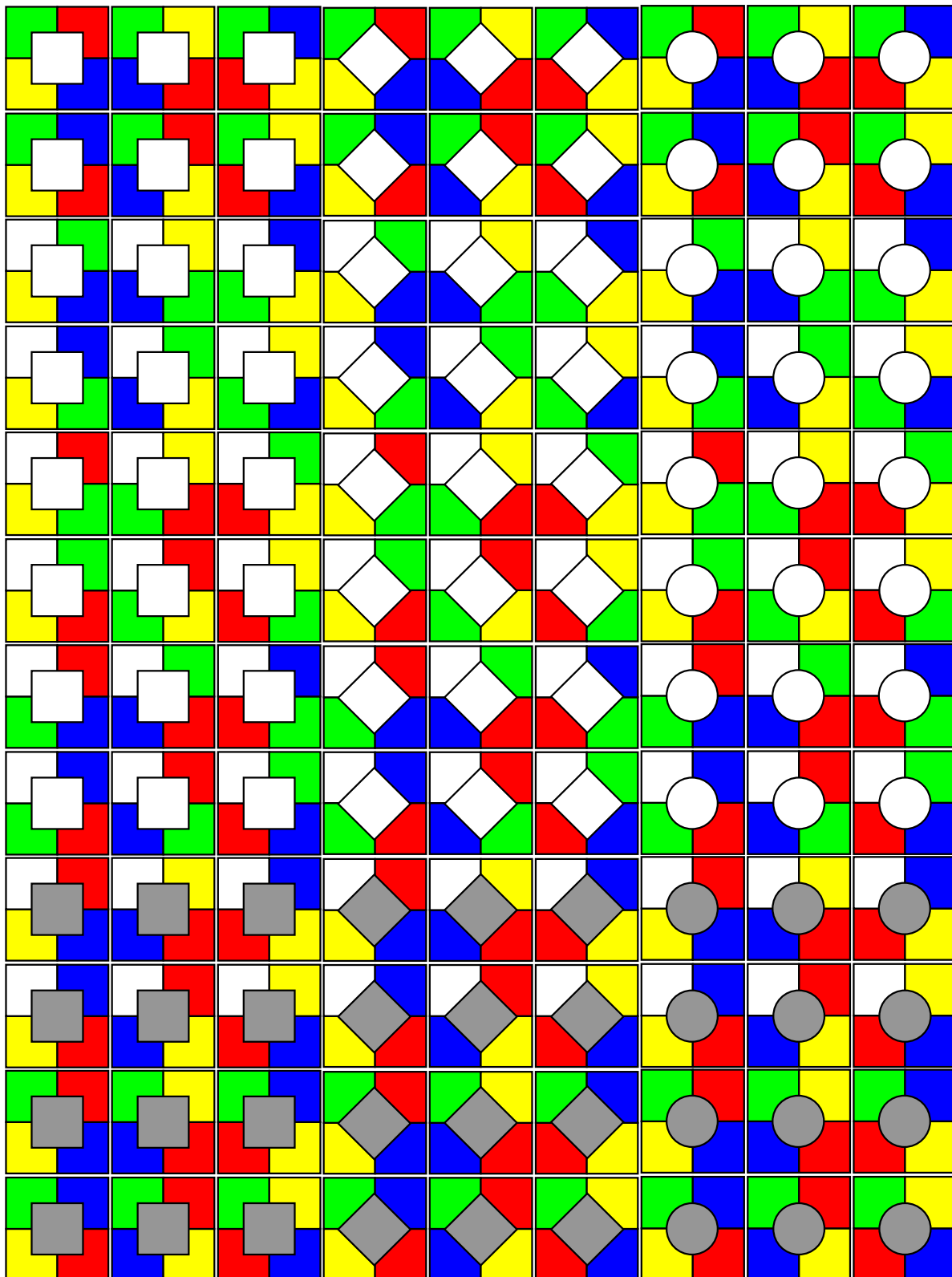
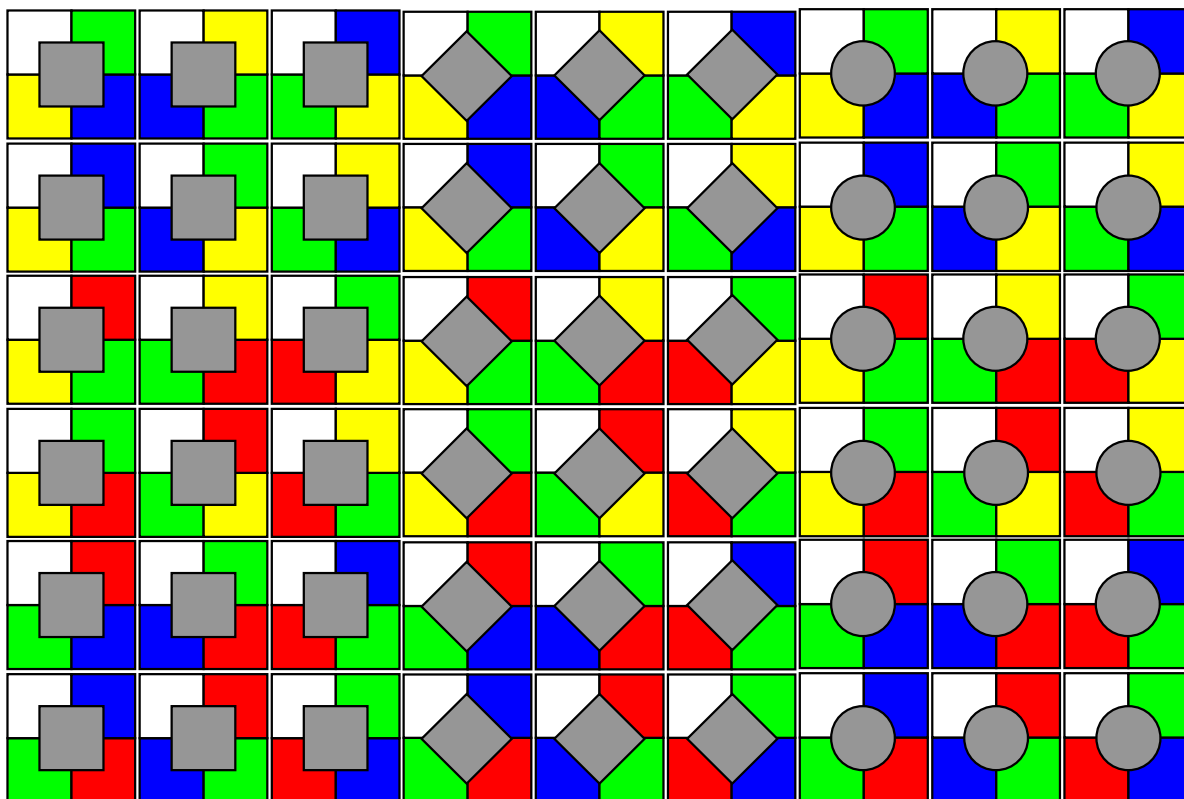
Os cartões a seguir expostos se apresentam com 4 pares distintos de 'cruzes'. Nestes pares, enquanto uma delas tem as suas extremidades perpendiculares às bordas do cartão suporte – um quadrado de 4 cm × 4 cm –, a outra se apresenta girada de 45º com relação a este mesmo suporte.

Para ampliarmos este conjunto de 8 cartões poderemos colorir ora as cruzes, ora o fundo, ora as cruzes e o fundo, com as cores primárias: amarelo, vermelho e azul, como se verá a seguir.

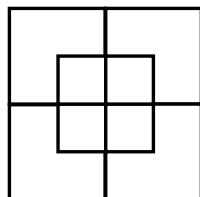
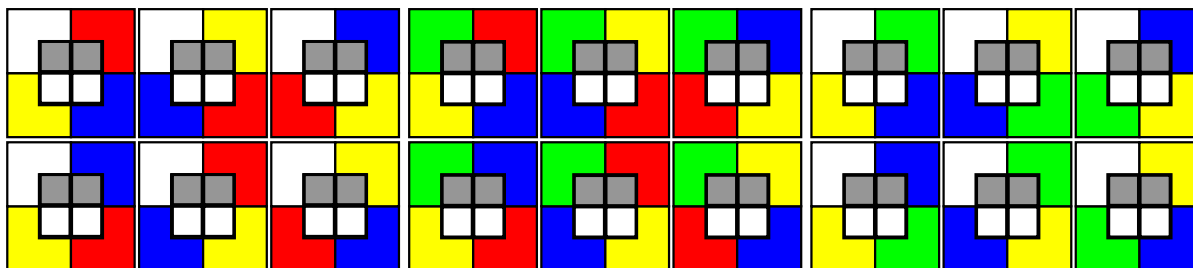
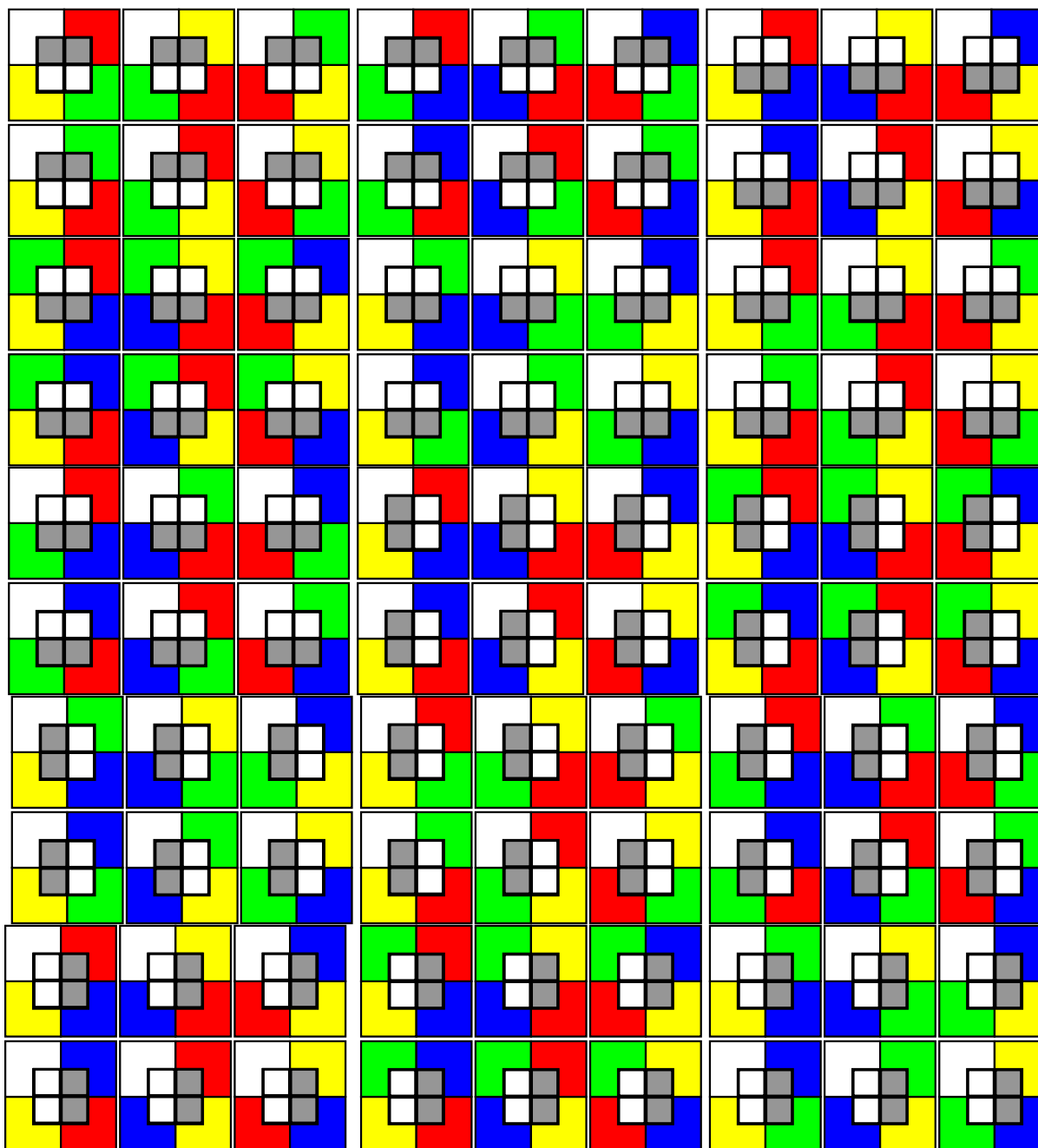
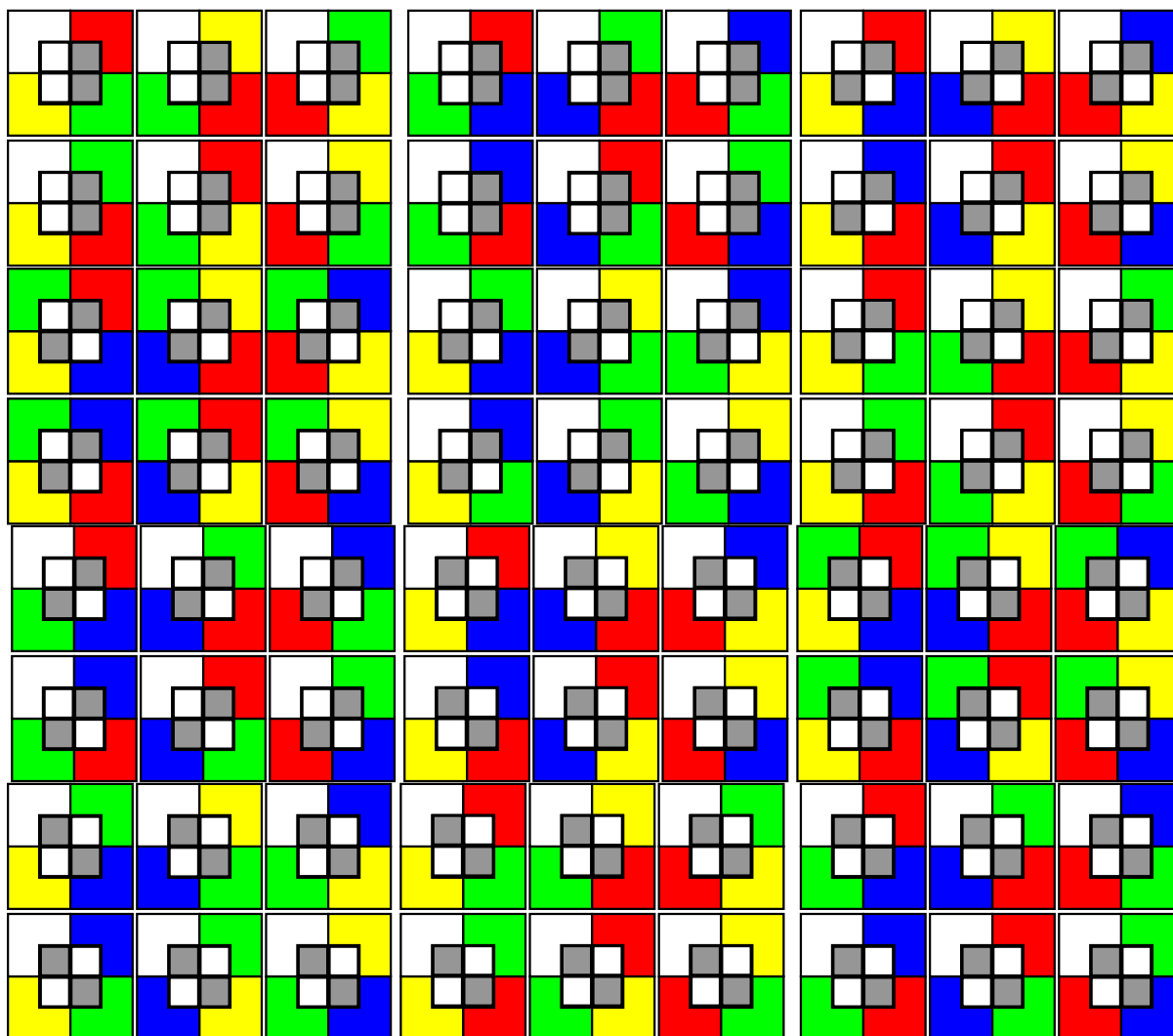
A.8.1.- O Conjunto dos Cartões Monocromáticos

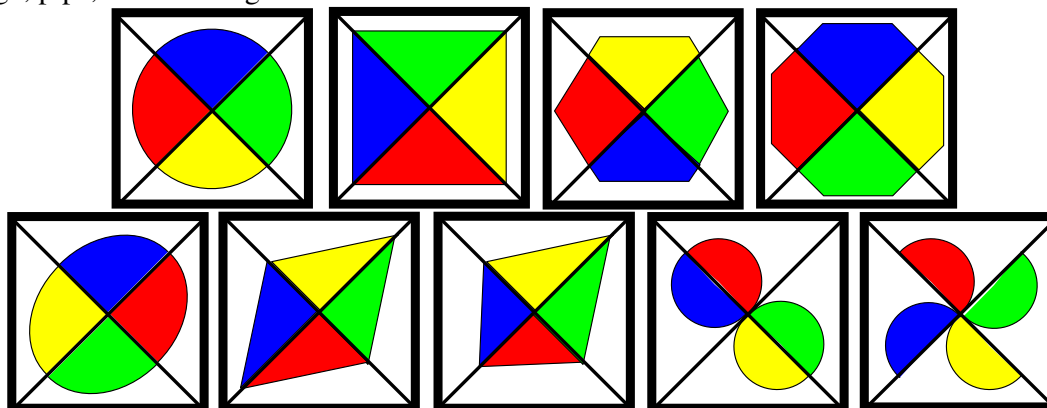
A seguir apresentamos os conjuntos de cartões em que as cruzes são coloridas e os cartões cujos fundos são coloridos. O total de cartões assim obtidos passa de 8 para 48 cartões. Podemos denominá-los cartões monocromáticos.

A.8.2.- O Conjunto dos Cartões Bicromáticos

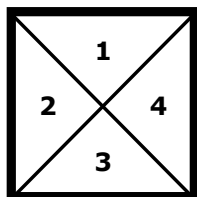
Ao colorirmos as cruzes e fundos dos cartões básicos de forma combinada usando as cores primárias, estaremos criando 72 novos cartões distintos entre si. Pode-se pensar em acrescentar mais 8 cartões além dos monocromáticos e dos bicromáticos que poderiam ser denominados cartões neutros com fundo branco e cruzes brancas.

Como no caso dos outros cartões apresentados neste livro o leitor irá encontrar este conjunto de cartões – em sua verdadeira grandeza – no CD-R que acompanha o livro, para que se possa imprimi-los, plastificá-los e recortá-los.

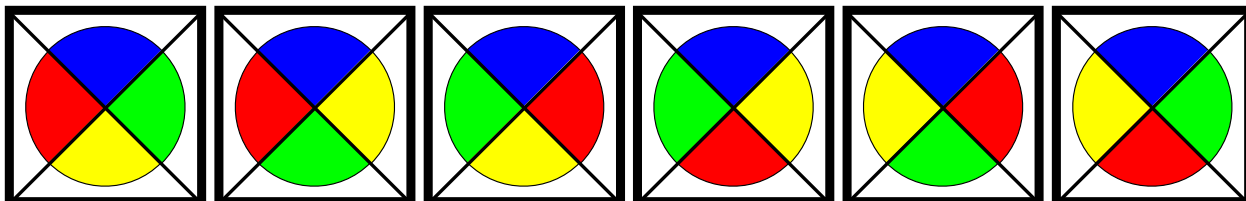
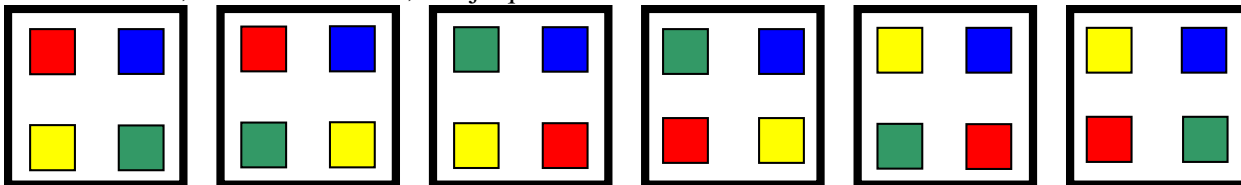
A.9.- O Conjunto dos Cartões 4 Quadrados mais Um Centro

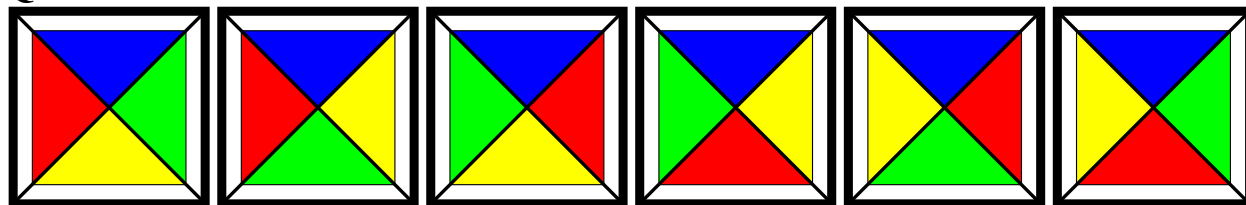
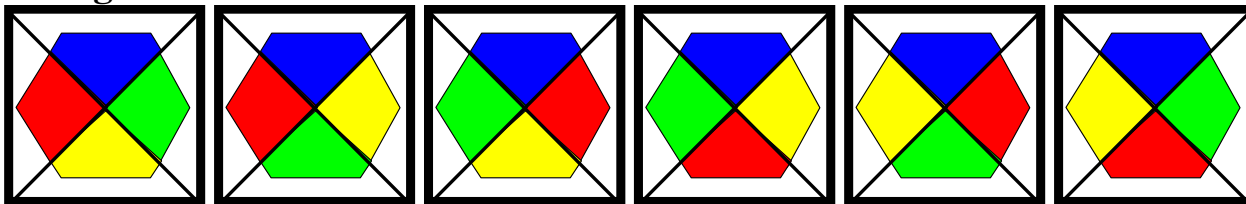
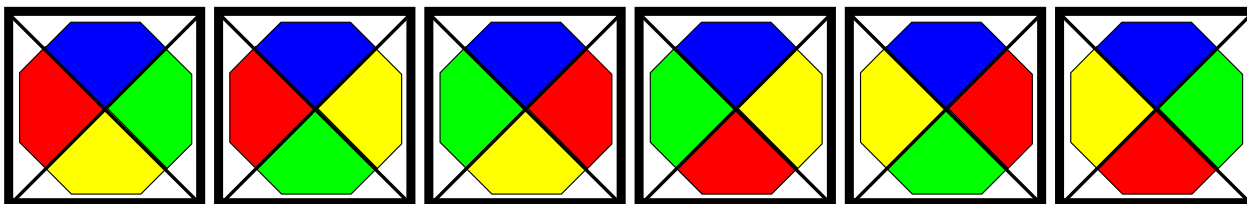
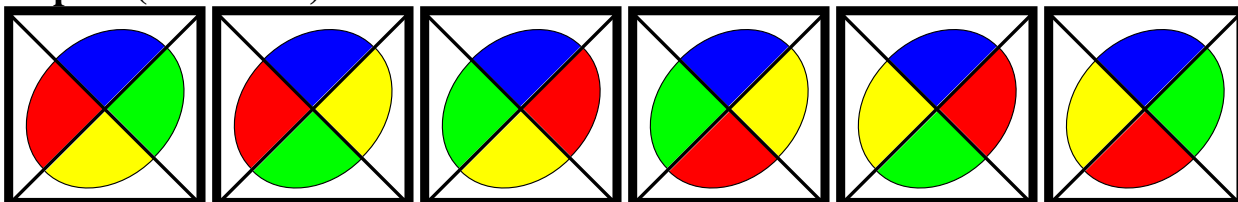
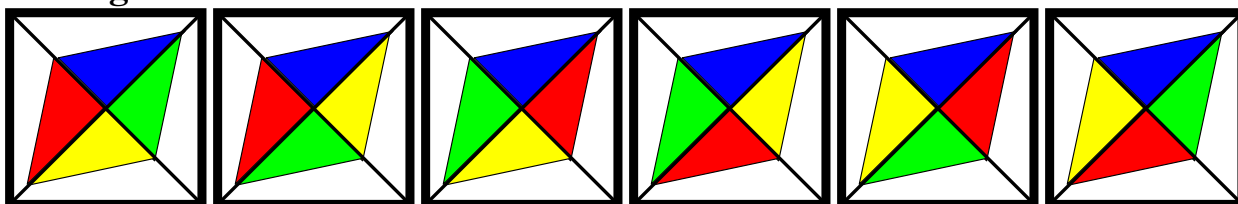
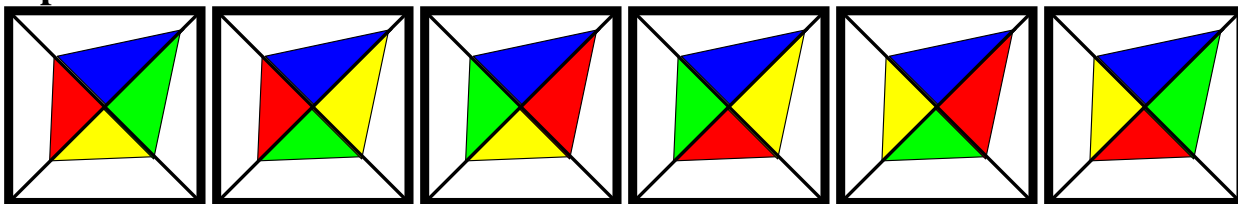
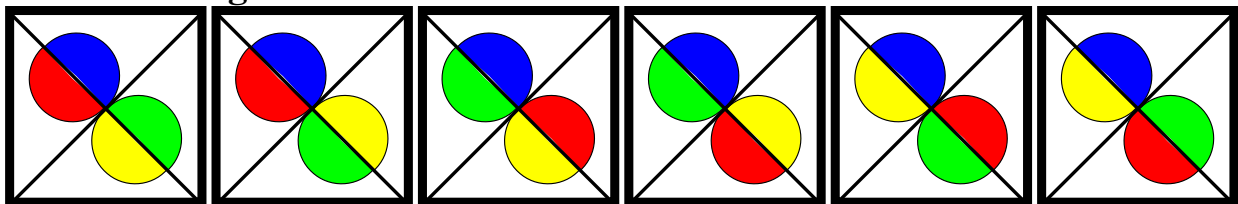
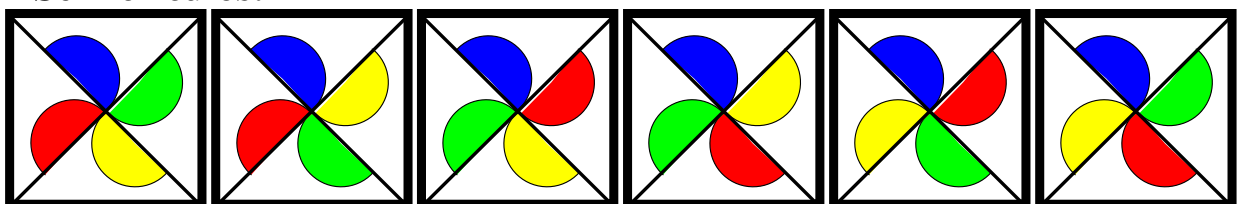
Os módulos básicos deste tipo de cartão são três, mostrados na figura a seguir, cujas medidas são 4,5cm × 4,5cm:

A distribuição de cores (amarelo, verde, vermelho, azul) será feita de acordo com os cartões do JLOGC#02 (Dominós Quadrados 5-Cores) cujas medidas são 4,5 cm × 4,5 cm:

Confira a distribuição das cores, bem como, verifique que criamos duas famílias distintas quanto á cor das figuras centrais: branco e cinza.

A.10.- O Conjunto dos Cartões Básicos 8 Quadrados

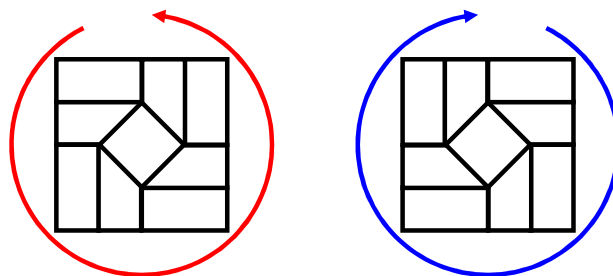
O módulo mostrado a seguir será colorido de acordo com a distribuição de cores (amarelo, verde, vermelho, azul) utilizada no item A.8., acima.

Quanto aos quatro quadrados centrais as cores a serem distribuídas são apenas o branco e o cinza de forma organizada como se verá a seguir: dois quadrados brancos e dois quadrados cinza interligados, ou quadrados cinza e brancos alternados.

A.11.- Os Cartões Com Figuras Geométricas Quadricoloridas

A seguir apresentamos os 8 módulos básicos dos cartões com figuras geométricas quadricoloridas. O cartão suporte mede 4,5 cm por 4,5 cm. Da esquerda para a direita e de cima para baixo, temos na figura a seguir: círculo, quadrado, hexágono, octógono, elipse (ou ‘oval’), losango, pipa, círculos tangentes e 4 semicírculos.

Aqui iremos adotar 4 cores: amarelo, azul, vermelho e verde para colorir as 4 regiões destas figuras geométricas. Para calcularmos a quantidade de cartões distintos basta calcular a quantidade de Permutações circulares de n elementos: $PC_n = (n-1)!$ Ou seja: $PC_4 = (4-1)! = 3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$.

Para facilitar o nosso trabalho de distribuir as cores vamos adotar a seguinte figura cujos quadrantes estão numerados de 1 até 4, e vamos elaborar uma tabela com os símbolos das cores: am, az, vm e vd:

1	2	3	4
az	vm	am	vd
az	vm	vd	am
az	vd	am	vm
az	vd	vm	am
az	am	vd	vm
az	am	vm	vd

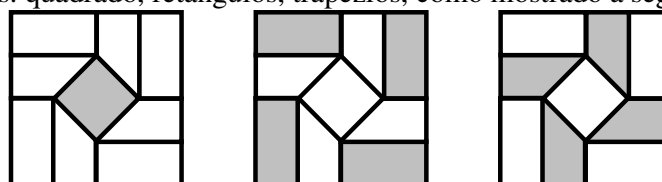
Círculos:

Compare a distribuição de cores dos cartões acima com a distribuição de cores dos dominós do JLOGC#09, mostrados abaixo, e veja que são idênticas:

Verificado isto, vamos distribuir as cores nos demais cartões com Figuras Geométricas Quadricoloridas:

Quadrados:

Hexágonos:

Octógonos:

A.12.- O Conjunto dos Cartões Trançados

Os cartões cujos módulos básicos são mostrados a seguir – um no sentido anti-horário e outro no sentido horário – possuem 9 regiões que irão receber de forma combinada três cores: amarelo, azul e vermelho.

Sentido anti-horário **Sentido anti-horário**

Poderíamos ainda escolher mais duas outras cores como o verde e o laranja para colorir estes módulos, no entanto, somente a escolha de três cores já irá permitir a geração de uma grande quantidade de cartões, como se verá a seguir.

A.12.1.- Propondo Jogos com o Conjunto de Cartões

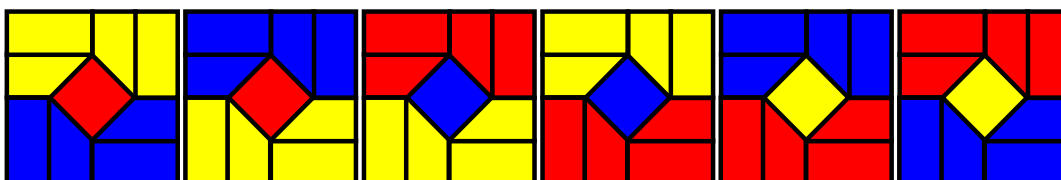
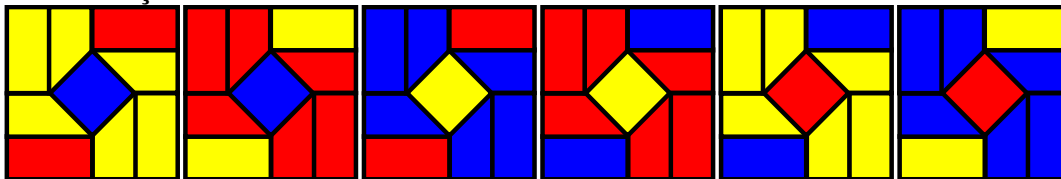
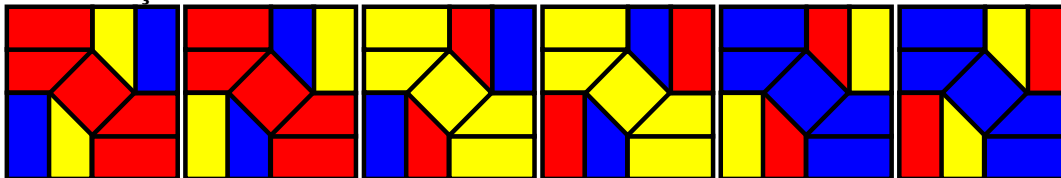
O conjunto de cartões que apresentamos a seguir nos parece suficiente para a aplicação em jogos bastante interessante como: Jogos de Discriminação, Jogos de Agrupamento, o Jogo das Simetrias, o Dominó Comum (aquele do casamento de padrões idênticos), o Dominó das Diferenças, e alguns outros que possam ser 'estudados' pelo leitor, como por exemplo, o Jogo de Formação de Conceitos.
No caso do jogo da Formação de Conceitos é imediato que este micromundo tem a característica de se apresentar com símbolos linguisticamente instáveis, ou seja, a figuras formadas nos cartões são de difícil identificação linguística. O leitor que pretenda criar o seu o Jogo da Formação de Conceitos pode escolher uma nomenclatura baseada em quantidades e/ou nas figuras geométricas constantes nos cartões: quadrado, retângulos, trapézios, como mostrado a seguir.

1 quadrado

4 retângulos

4 trapézios

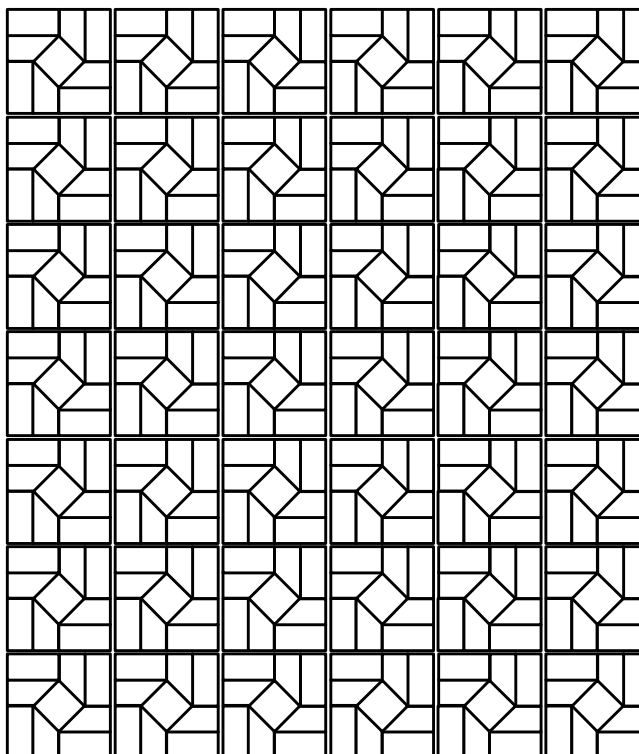
A.12.3.- Gerando os Cartões deste Micromundo

Os cartões a seguir foram gerados sem uma estratégia definida. O que podemos perceber é que há muitas possibilidades de coloração das 9 regiões que não foram tentadas. Este conjunto de cartões, como apresentado aqui, se constitui num micromundo incompleto.

Sentido de Rotação: anti-horário

Sentido de Rotação: horário

Sentidos de Rotação: sentido anti-horário seguido de sentido horário
Sentidos de Rotação: sentido anti-horário seguido de sentido horário
Sentido de Rotação: anti-horário
Sentido de Rotação: horário
Sentido de Rotação: anti-horário
Sentido de Rotação: horário
Sentido de Rotação: anti-horário

A.12.4.- Um Jogo Para o Pensamento Lógico

No CD-R que acompanha o livro o leitor encontrará uma folha do tamanho A4 com um conjunto de cartões trançados para que possa criar seus próprios modelos.

APÊNDICE B

OUTROS MODELOS DE CARTÕES LÓGICOS PERFURADOS

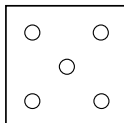
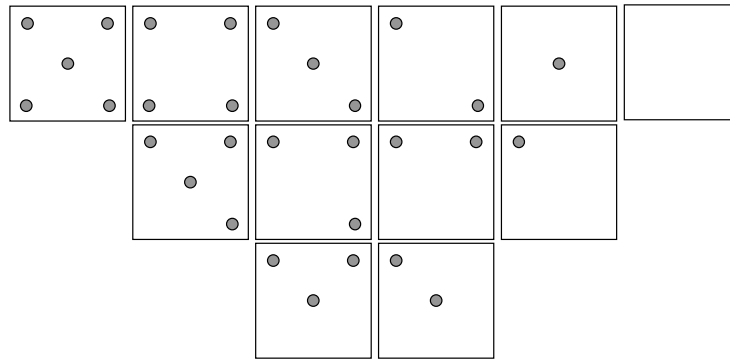
Os cartões lógicos perfurados Cores-Furos já foram amplamente estudados no JLOGC#07. Aqueles cartões possuem cinco furos distribuídos de forma simétrica sobre um suporte quadrado. Aqui eles serão comparados a cartões cujos suportes passa a ser um losango que mantêm os cinco furos distribuídos simetricamente com relação a este novo formato de suporte. Outros tipos de suportes contendo perfurações, simétricas e não necessariamente simétricas serão também estudados. Outros tipos de cartões que envolvem além das furações o uso de figuras coloridas também serão estudados: os Cartões Cores-Círculos-Furos e Cartões Cores-Bordas-Cores-Círculos.

B.1.- Os Cartões Perfurados

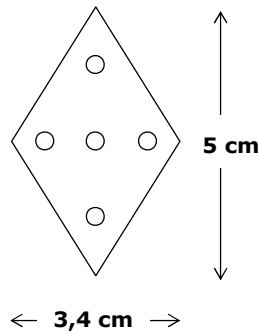
Neste apêndice iremos apresentar várias possibilidades de criação de novas famílias de cartões lógicos contendo perfurações. *Se no caso dos Cartõs Lógicos Cores-Furos* eram gerados apenas 12 cartões, neste novo caso serão gerados 18 cartões distintos.
Mas não é somente isto, alguns Jogos Para o Pensamento bastante complexos são sugeridos e deixados para o leitor. Eles envolvem suportes hexagonais onde as perfurações podem varia de 3, para 6 ou 7 e um suporte trapezoidal com 5 perfurações. Também o Tetraktis, tendo como suporte um cartão triangular regular, cujas perfurações podem variar de zero a dez, é também apresentado, bem como é estudado em termos de suas *possibilidades gestálticas – posições* das perfurações estudadas com relação à *estética da distribuição dos furos num suporte triangular*.

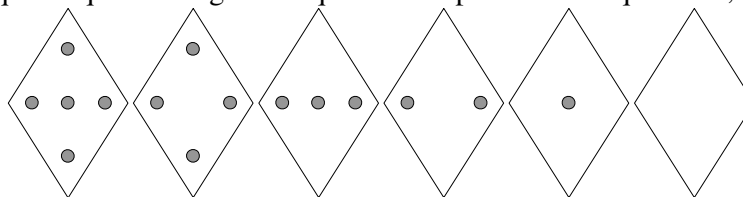
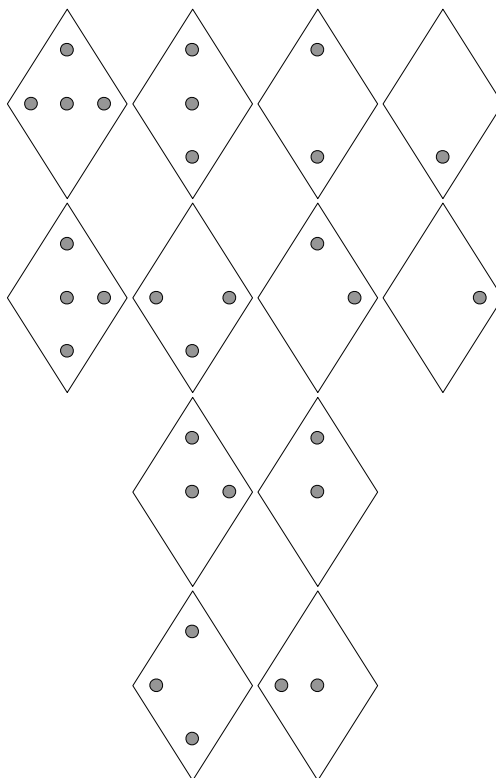
B.1.1.- A criação de um conjunto de cartões lógicos Perfurados

Os *Cartões Cores-Furos* (JLOGC#07) são organizáveis por seqüenciamento, composições, comparações, identificações e diferenças quantitativas de elementos existentes de um para outro etc, além disto possuem a propriedade de poderem ser utilizados indiferentemente pela frente ou pelo verso, sem que suas propriedades mudem, ou seja, o cartão é o mesmo, quando visto tanto pela frente como pelo verso.

Os Cartões Lógicos Cores-Furos têm como módulo básico o seguinte cartão perfurado, a partir do qual se pode gerar outros 11 cartões distintos entre si e utilizáveis indistintamente tanto pela frente como pelo verso.

A figura acima mostra os cartões distribuídos em colunas segundo a sua quantidade de perfurações, a saber: 5, 4, 3, 2, 1 e 0. É bom recordar que, cada um dos elementos do conjunto de cartões lógicos mostrados acima, difere uns dos outros: pela quantidade de perfurações (número) ou ainda, quando possuindo o mesmo número de furos, diferem pela disposição dos mesmos. Outro atributo a ser considerado é possibilitada pela impressão destes cartões sobre papel colorido.

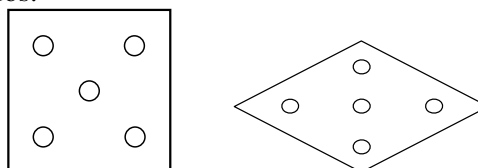
B.2.- Um Novo Conjunto de Cartões Lógicos Perfurados

Consideremos como módulo básico (um trapézio) cuja geometria distinta da geometria anterior (um quadrado), apresentando os mesmos 5 furos. Tentemos gerar todos os cartões lógicos possíveis a partir dele:

O que se verá a seguir é que pudemos criar um total de 18 cartões distintos não somente pela quantidade de furos, mas devido à posições relativa destes furos.

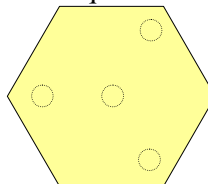
Cabe ao leitor pensar como estas disposições foram obtidas, e porque pudemos gerar 6 cartões a mais do que os que foram gerados quando o suporte era um quadrado, e não um losango.

B.3.- Um Jogo Para o Pensamento Lógico

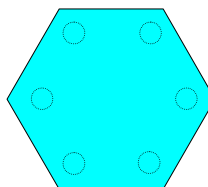
A seguir são sugeridos alguns Jogos Para o Pensamento envolvendo os módulos básicos que ensejaram a criação dos dois conjuntos de cartões: o quadrado e o losângico (que tem forma de losango) bem como outros quatro novos módulos básicos.
O leitor interessado nestes desafios encontrará no CD-R que acompanha este livro o material que poderá ser impresso e utilizado em suas pesquisas. O autor se nega a fornecer as respostas destes jogos, pois espera que o leitor já tenha compreendido a esta altura que todos os jogos que aparecem neste livro são Jogos Para o Pensamento Lógico, onde o mais importante é o pensar sobre o pensamento envolvidos nestes desafios, e continuar pensando em busca de uma solução, que na verdade nem precisa ser achada ...

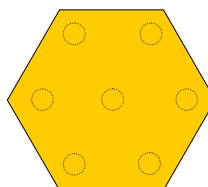
B.3.1.- JPPL[36]#01: A Comparação de dois Módulos Distintos

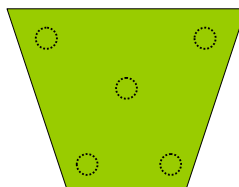
Compare os cartões do primeiro modelo de módulo com os cartões do segundo modelo e diga quais deles são exatamente equivalentes e verifique porquê no segundo caso há mais cartões (6 a mais). Quais são estes novos cartões, e porque eles puderam ser criados.

[36] 'JPPL' = 'Jogo Para o Pensamento Lógico'

B.3.2.- JPPL#02: Um Módulo Hexagonal com três furos

Quantos cartões distintos poderiam ser criados a partir do módulo dado a seguir, um hexágono com: de zero a até quatro furos, e quais seriam?

B.3.3.- JPPL#03: Um Módulo Hexagonal com seis furos

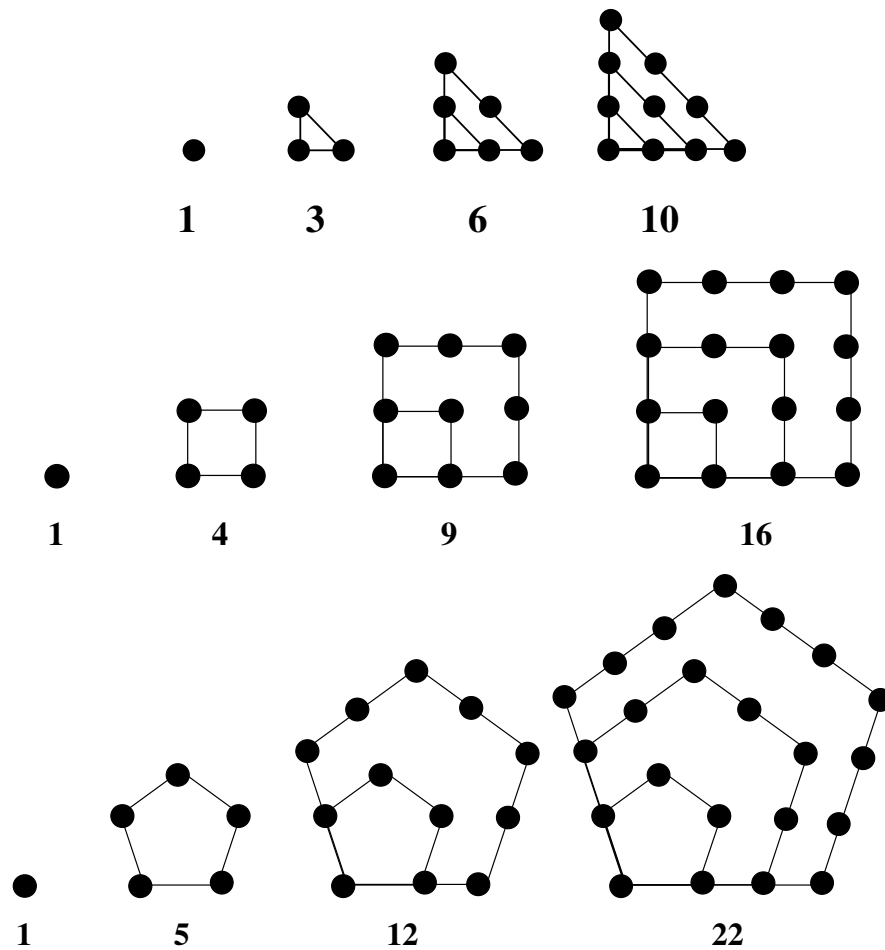
Quantos cartões distintos poderiam ser criados a partir do módulo dado a seguir, e quais seriam?

B.3.4.- JPPL#04: Um Módulo Hexagonal com sete furos

Quantos cartões distintos poderiam ser criados a partir do módulo dado a seguir, e quais seriam?

B.3.4.- JPPL #05: Um Módulo Trapezoidal com cinco furos

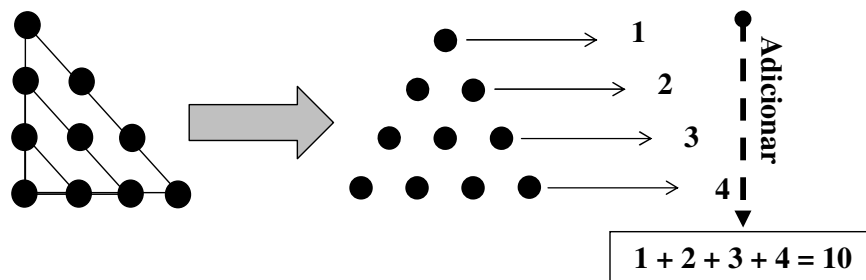
Quantos cartões distintos poderiam ser criados a partir do módulo dado a seguir, e quais seriam?

B.4.- As Sequências Aritmético-Geométricas Pitagóricas

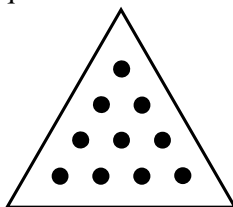
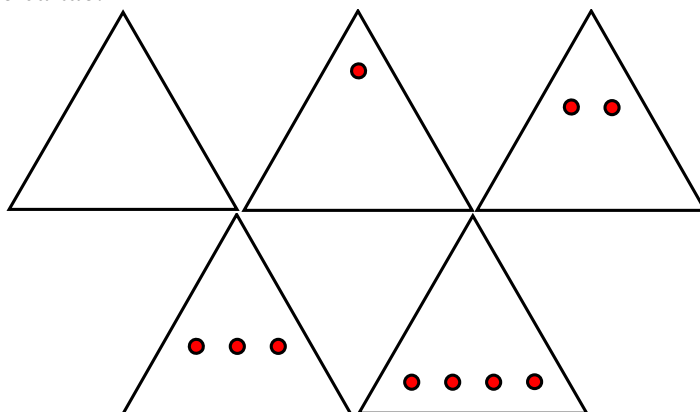
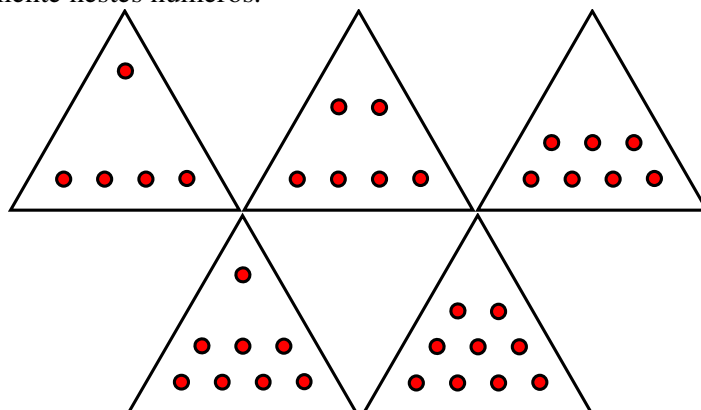
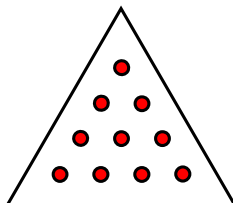
Pitágoras de Samos (séculos VI a V a.C.), filósofo e matemático grego, e os seus seguidores – os Pitagóricos –, totalmente fascinados pela concepção de que os números inteiros regiam os eventos naturais, utilizavam formas geométricas para representar algumas sequências destes números.

Estas sequências numéricas, assim geradas, eram tidas como místicas devido não somente por permitirem o estabelecimento de uma inter-relação entre a Aritmética e a Geometria, mas também por apresentarem propriedades interessantes que permitiam a interligação entre cada um delas.

As mais conhecidas destas séries geométrico-numéricas eram: os números triangulares, os números quadrados e os números pentagonais, mostrados nas figuras a seguir.

É claro que os leitores poderão se perguntar sobre os números hexagonais, heptagonais, octogonais etc, mas este assunto, bem como as fórmulas de passagem de um conjunto numérico para outro, será abordado no segundo volume desta coleção, o livro intitulado: *Jogos Para o Pensamento Aritmético*.

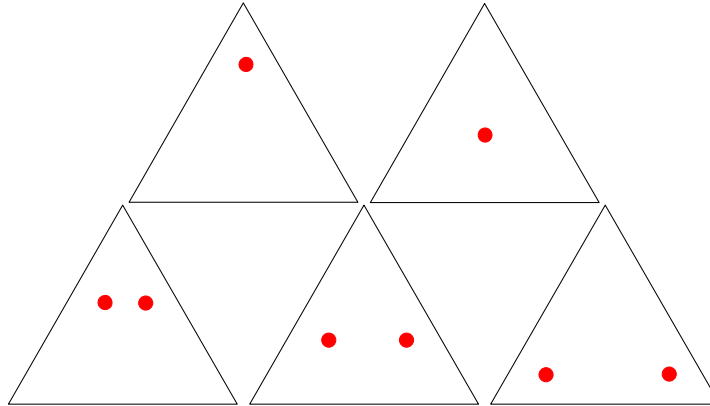
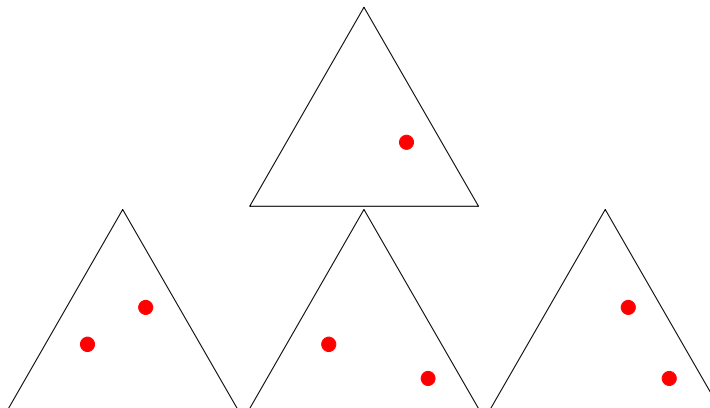
B.5.- O Tetraktis

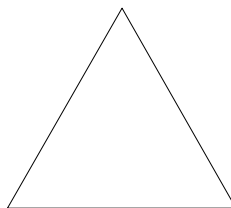
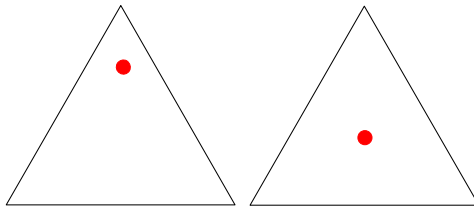
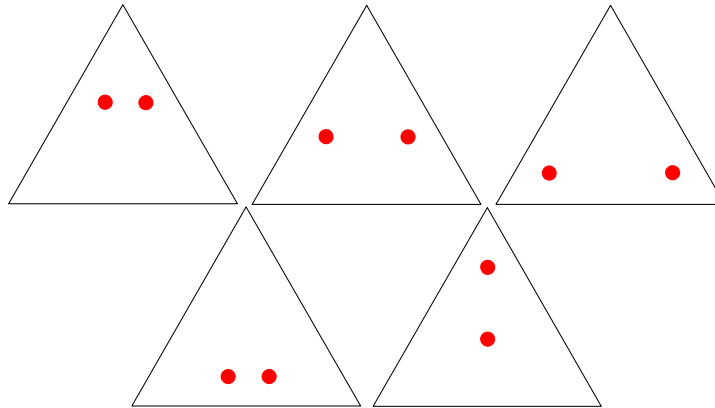
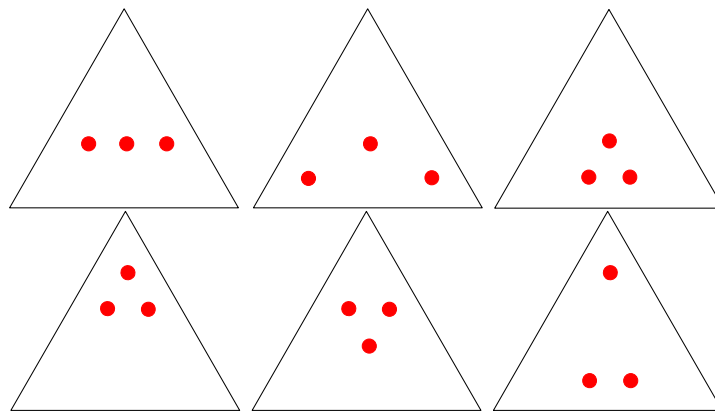
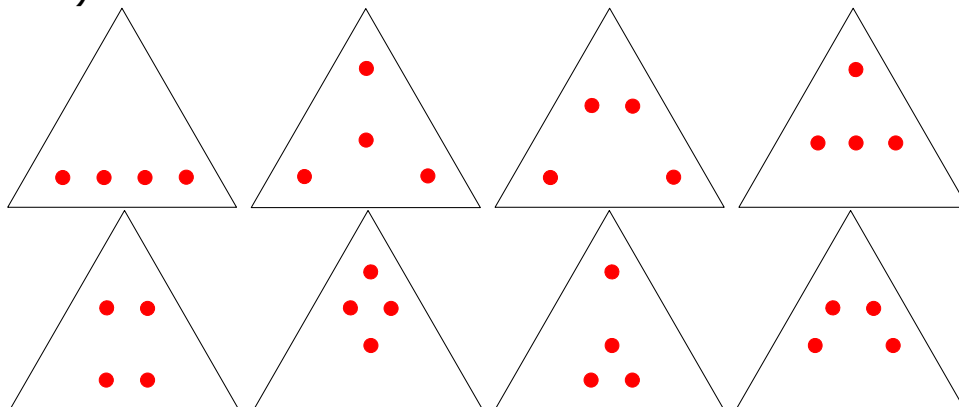
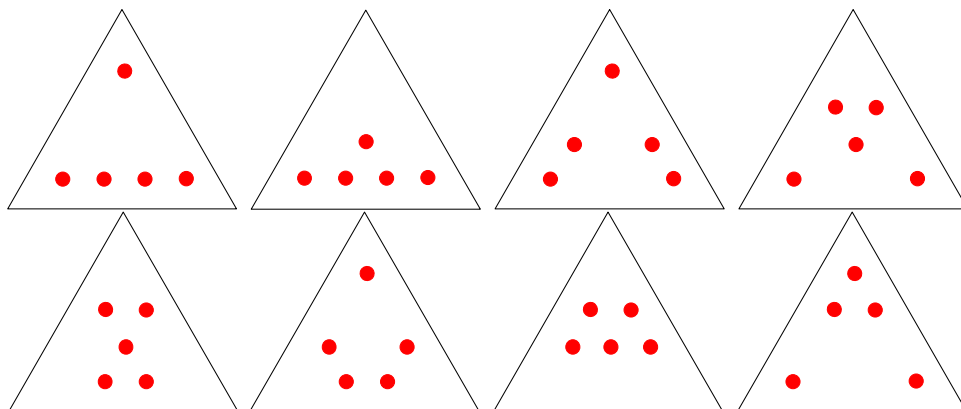
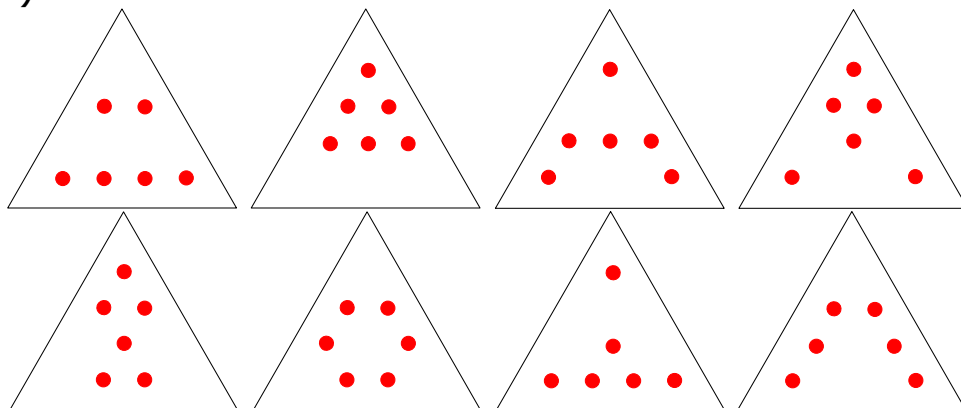
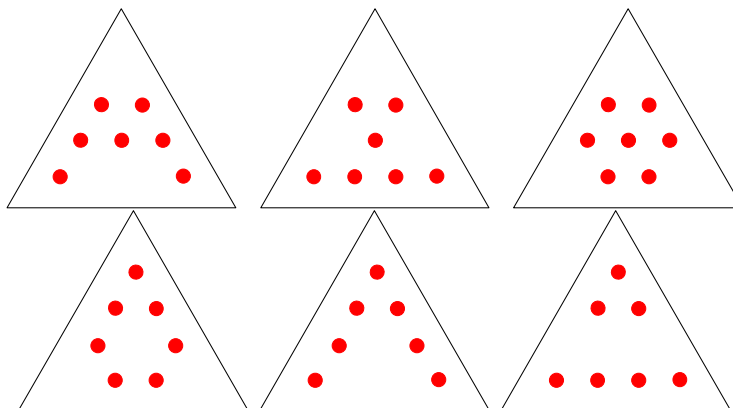
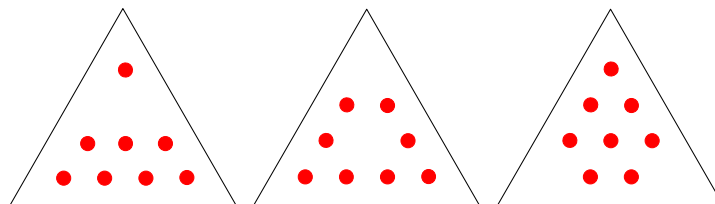
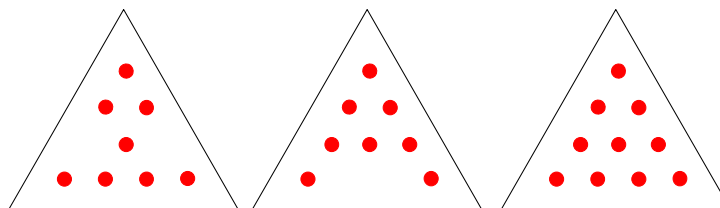
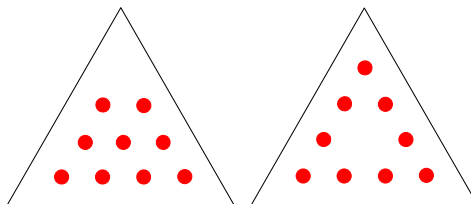
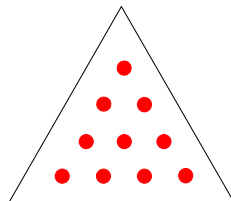
O Tetraktis dentre os números triangulares era tido pelos gregos como o mais especial, não somente por representar a dezena, mas por exibir na sua construção os 4 primeiros números naturais que ao serem adicionados, resultavam a dezena: 1 + 2 + 3 + 4 = 10.

B.5.1.- Uma Sequência de Números Naturais a partir do Tetraktis

Antes de estudarmos o Tetraktis em detalhes, iremos propor desenhá-lo sobre um suporte de cartão triangular regular (um triângulo equilátero), o que é mostrado a seguir. Este será o módulo com iremos trabalhar para construir a sequência dos números naturais de 0 até 10

O número zero é representado pela ausência de pequenos círculos; já os valores numéricos 1, 2, 3 e 4, poderão se obtidos de maneira bastante fácil, escolhendo-se , a cada vez, cada uma das linhas que figuram no cartão.

Os demais valores: 5, 6, 7, 8 e 9, serão obtidos através da escolha das linhas que somadas resultem respectivamente nestes números.

E finalmente, o 10 será o próprio Tetraktis sobre o suporte triangular.

B.5.2.- O Tetraktis e as Gestalts dos Números Naturais de 0 a 10

O leitor já deve ter percebido que há muitas outras formas de representar os números naturais de 0 a 10, escolhendo-se desde 1 até 9 dos pequenos círculos do Tetraktis, *mas buscando a simetria com relação ao suporte triangular*.

No tocante à escolha simétrica dos círculos para a composição das quantidades numéricas, vamos dar alguns exemplos a seguir, para as quantidades 1 e 2.

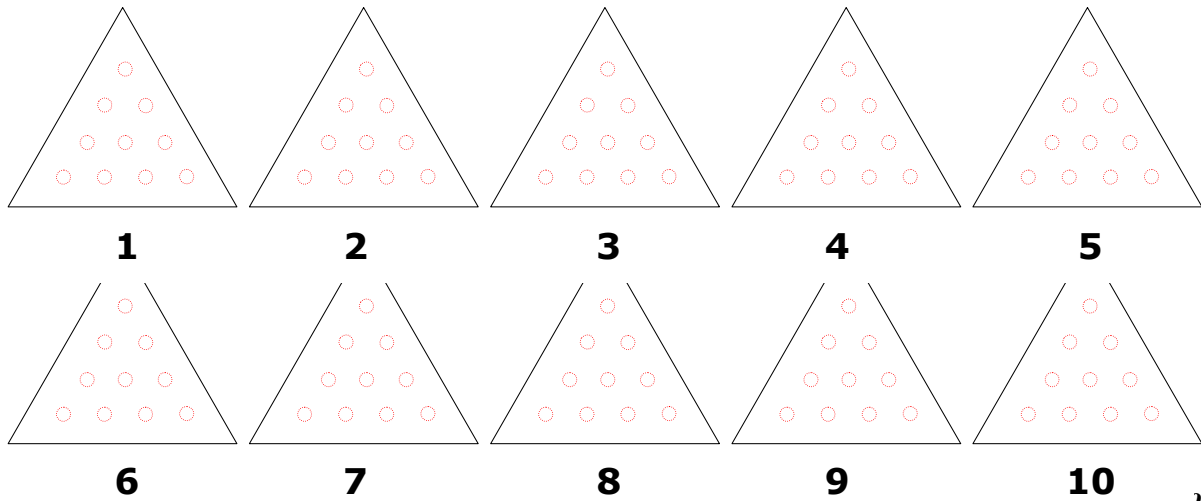
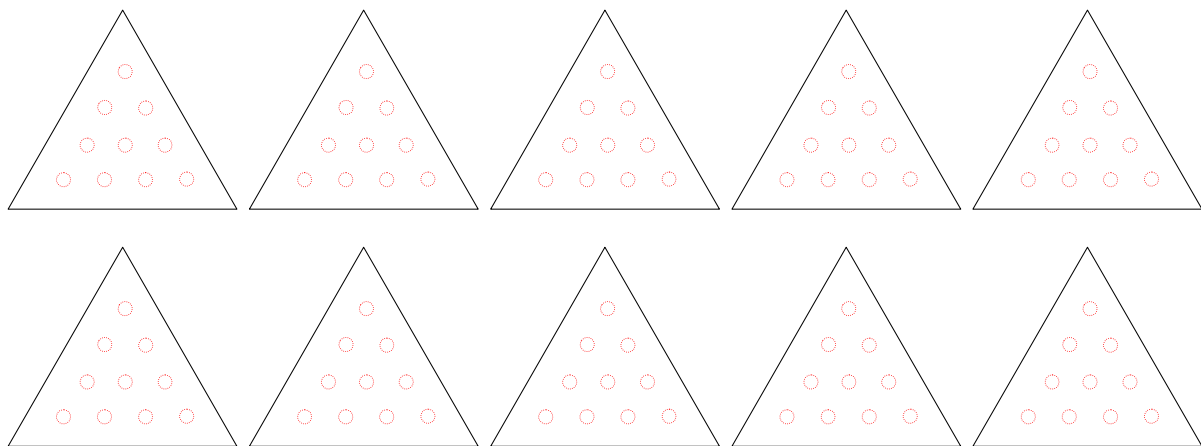
- ***Escolhas simétricas dos círculos com relação ao suporte triangular:***

- ***Escolhas não-simétricas dos círculos com relação ao suporte triangular:***

A seguir vamos mostrar algumas das várias possibilidades de se criar os cartões numéricos baseados no Tetraktis que, particularmente, no caso do zero e do 10, tomam-se respectivamente: (a) somente o suporte triangular sem nenhum círculo e (b) o próprio Tetraktis sobre o suporte triangular.

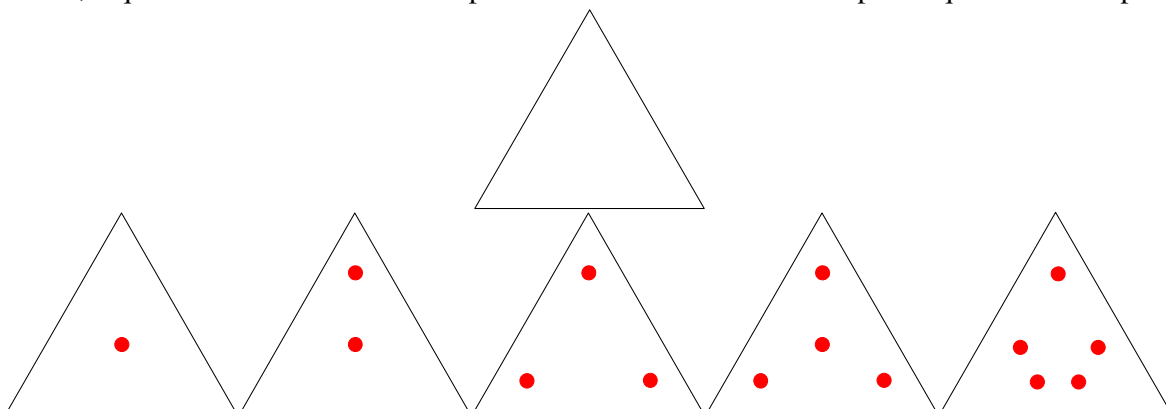
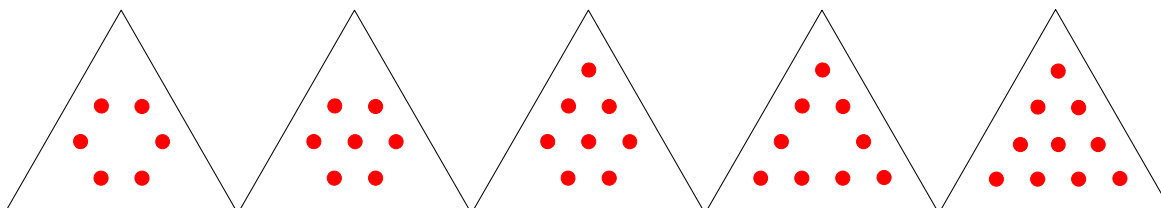
0 (zero):

1 (um):

2 (dois):

3 (três):

4 (quatro):

5 (cinco):

6 (seis):
7 (sete):
8 (oito):

B.5.4.- Jogos Para o Pensamento Lógico Usando o Cartão Tetraktis

Assim como fizemos no JLOGC#19 – *A Gestalt e os Cartões Gestálticos* –, depois de criarmos aleatoriamente uma série de cartões para cada número de 0 a 10, iremos buscar a seguir, quais as disposições escolhidos entre os dez pequenos círculos da Tetraktis, que melhor representam aqueles números, ou seja, quais deles se mostram com uma melhor gestalt.
Estes são alguns Jogos Para o Pensamento Lógico em que o leitor é convidado a escolher o conjunto de cartões Tetraktis, entre os apresentados acima, que melhor representam a sequência de números naturais de 0 até 10.

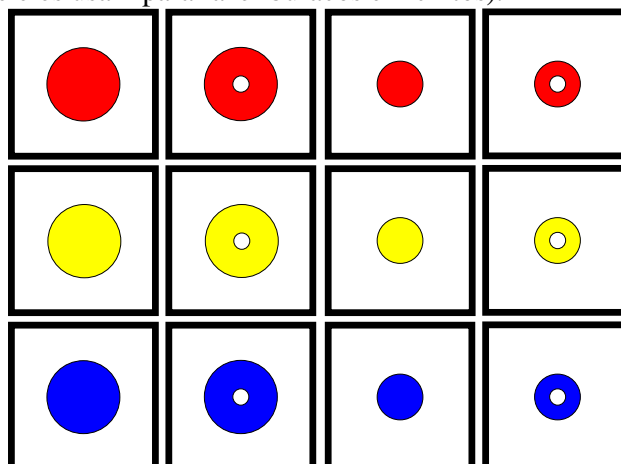
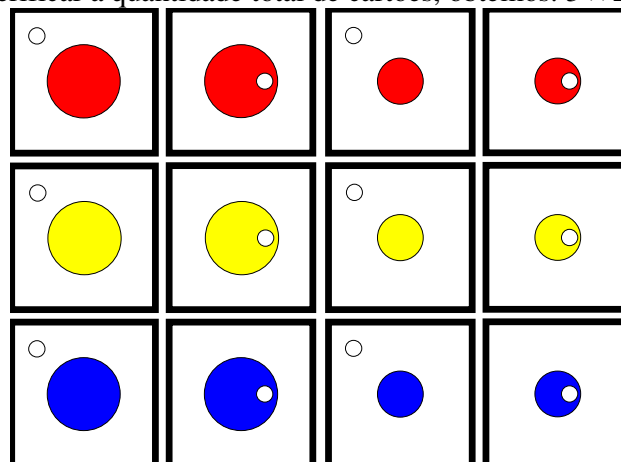
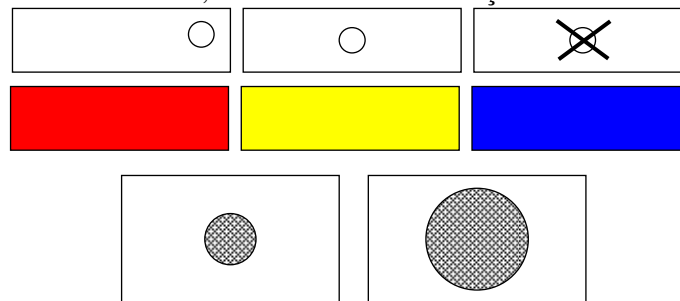
- O nosso primeiro Jogo Para o Pensamento Lógico será o seguinte: separar e analisar os cartões quanto a paridade e imparidade, bem como verificar a quantidade de cartões pares e de cartões ímpares. O que podemos notar é que há uma *maior quantidade de possibilidades* para a escolha dos números pares, que apresentam disposições bastante simétricas em termos da distribuição dos pequenos círculos constantes do Tetraktis. Já com relação às construções dos números ímpares, será praticamente obrigatória a inclusão entre os círculos selecionados, do círculo central ou de um dos vértices, ou de ambos.
- Um outro Jogo Para o Pensamento Lógico é verificar se foram esgotadas todas as possibilidade de elaboração destes cartões a partir daquelas apresentadas acima – para isto use os cartões com os pequenos círculos em branco, que poderão ser preenchidos com o uso de um lápis preto ou colorido.

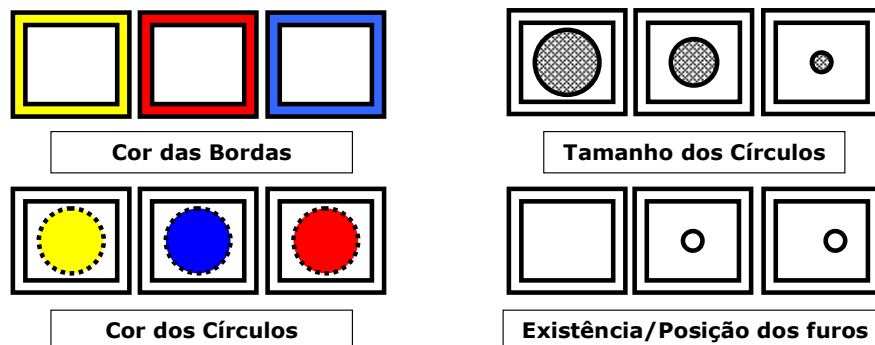
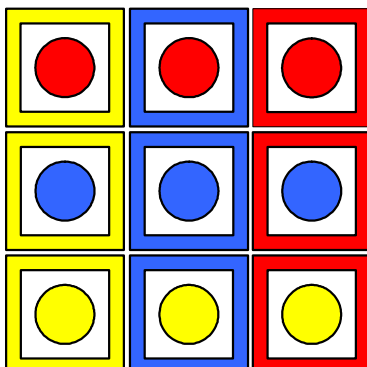
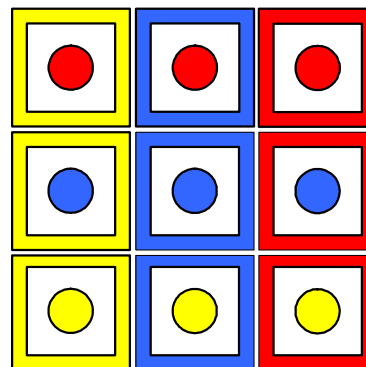
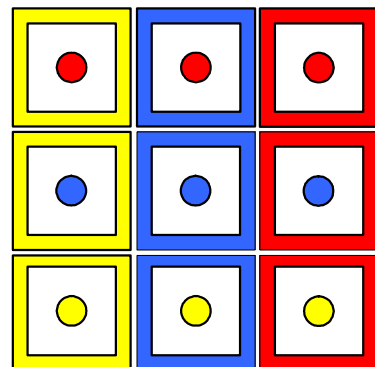
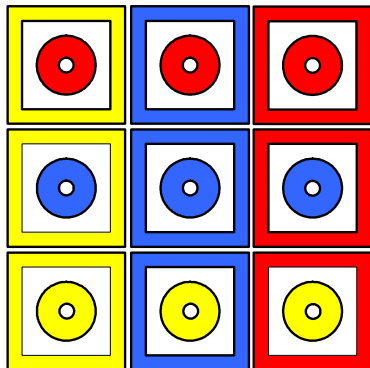
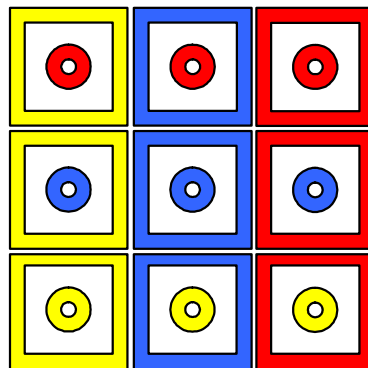
B.5.4.1.- Mais Um Jogo Para o Pensamento Lógico Usando o Tetraktis

Aqui está uma coleção de Cartões Triangulares com o Tetraktis para você desenhar as suas escolhas de preenchimento dos pequenos círculos de um até dez, que se apresentem com a melhor estética (melhor gestalt).

os
pelo autor para os preenchimentos do 'um' até o 'dez' .

B.5.4.1.- A Minha Escolha da Sequência de 0 a 10

O leitor poderá observar que, ao escolhermos a nossa série de cartões de 0 a 10 apresentada a seguir, tentamos forçar algum tipo coerência em termos da passagem de um para outro cartão, ou seja, tentando, mais ou menos, derivar o novo cartão à partir da posição dos círculos do cartão anterior, o que não foi fácil. Justamente por causa da dificuldade de compor as quantidades ímpares.

O leitor está convidado a escolher as suas próprias sequência tentando justificar o porquê das escolhas. Para facilitar esta tarefa os cartões Tetraktis podem ser impressos a partir dos arquivos encontráveis no CD-R que acompanha este livro, plastificados e recortados.

5.2.- Modelo Cores-Círculos-Furos

Este conjunto de cartões é composto por 24 cartões completamente distintos. Vamos dividi-los em dois grupos de 12 cartões cada um. O primeiro grupo de cartões foi construído com 3 atributos, que são: três cores – vermelho, amarelo e azul –; círculos apresentados em dois tamanhos – grandes e pequenos, e um furo central ou não.
Quanto ao furo ele poderá ser feito com um vazador (um pequeno cilindro de ferro fundido encontrável nas casas de ferragem com medidas bastante variadas), ou ainda podem ser feitos com um alicate de sapateiro (que eles usam para fazer buracos em cintos).

O segundo grupo de cartões foi construído com 3 atributos, que são: três cores – vermelho, amarelo e azul –; uma forma – círculos apresentados em dois tamanhos – grandes e pequenos, e quatro "possibilidades' para a furação dos cartões: sem furo, um furo central, um furo na borda do círculo ou um furo na borda do cartão.
Fazendo os cálculos para verificar a quantidade total de cartões, obtemos: $3 \times 2 \times 4 = 24$

A seguir o leitor encontrará o conjunto de etiquetas que poderão ser utilizados nos seguintes jogos para o pensamento: discriminação, formação de agrupamentos (formação de conjuntos) e sequenciamento, o produto cartesiano, o Dominó das Diferenças.

5.4.- Modelo Cores-Bordas-Cores-Círculos

O conjunto destes 81 cartões está dividido em 9 séries de cartões que podem ser combinadas das mais diversas maneiras com a finalidade de atender às necessidades dos aplicadores e dos jogos propostos. No caso destes cartões há dois atributos interdependentes: há cartões com furo e sem furo, mas os cartões com furo podem trazer este furo 'centrado' ou 'fora-centro'. Os atributos são exibidos a na tabela abaixo, e o conjunto dos cartões distintos entre si divididos em 9 séries, é mostrado a seguir.

Série 4:
Série 5:
Série 6:
Série 7:
Série 8:
Série 9: